Geomagnetismus

Teil 1: Grundprinzipien und Materialien

Magnetismus

Das Verständnis magnetischer Phänomene verlangt häufig einen quantenmechanischen Ansatz. Wir werden versuchen, dies weitgehend zu umgehen.

- Elektrische und Magnetische Felder zeigen sehr große Ähnlichkeiten auf und es wurde bereits früh postuliert, dass sie von den gleichen physikalischen Prozessen ausgelöst werden.
- Gauss: Coulomb's Gesetz für die Kraft zwischen elektrischen Ladungen kann für die magnetische Kraft modifiziert werden, wenn man ε_o **elektrische Permitivität** durch die **magnetische Permeabilität** – μ_o - ersetzt.

Carl Friedrich Gauss

Elektrische Kraft:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Wird magnetische Kraft

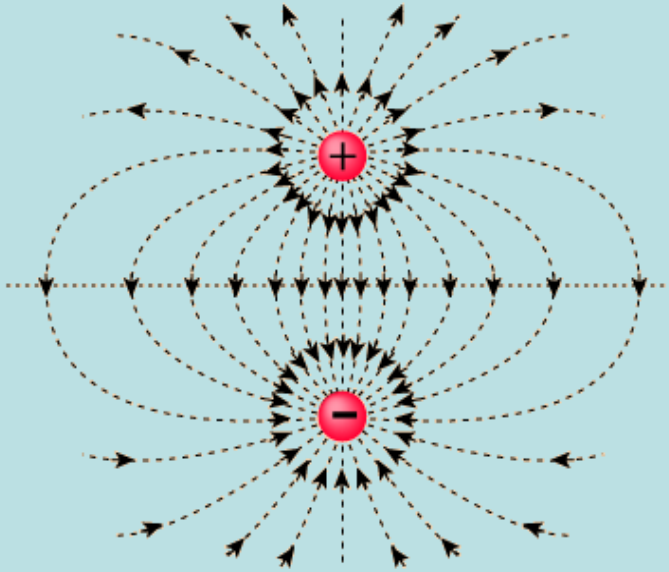
$$F = \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{P_1 P_2}{r^2}$$

Carl Marks?

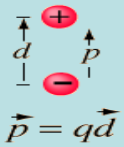
P_1 und P_2 sind die **magnetischen Pole**. Das magnetische Feld sieht immer so aus, als ob es zwei Pole mit unterschiedlichen Vorzeichen gebe. Allerdings ist das Konzept des magnetischen Pols reine Fiktion.

Dennoch nützliches Konzept. Wie das **E** Feld, definieren wir das **B** Feld, als einen Einzelpol (fiktional):

$$B = \frac{F}{P} = \frac{\mu_o P}{4\pi r^2}$$



Das magnetische Potential *W* als die Arbeit, die verrichtet werden muss, um einen zweiten Pol heranzubringen.



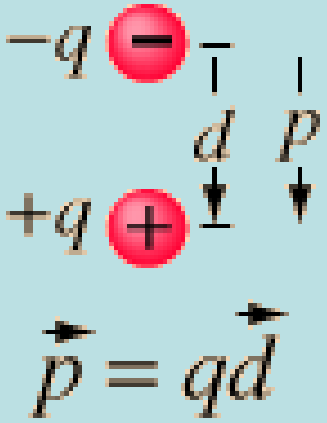
$$W = -\int_{\infty}^{r} B dr = -\int_{\infty}^{r} \frac{\mu_o P}{4\pi r^2} dr = \frac{\mu_o P}{4\pi r}$$

Pole kommen immer paarweise (+ und -) deshalb berechnen wir das Potentialfeld eines Dipols. **Summe der Potentiale der einzelnen Pole**.

Dipolmoment

Dipolmoment: Magnitude der Pole multipliziert mit der Entfernung zwischen ihnen und der definierten Richtung zum positive Pol hin.

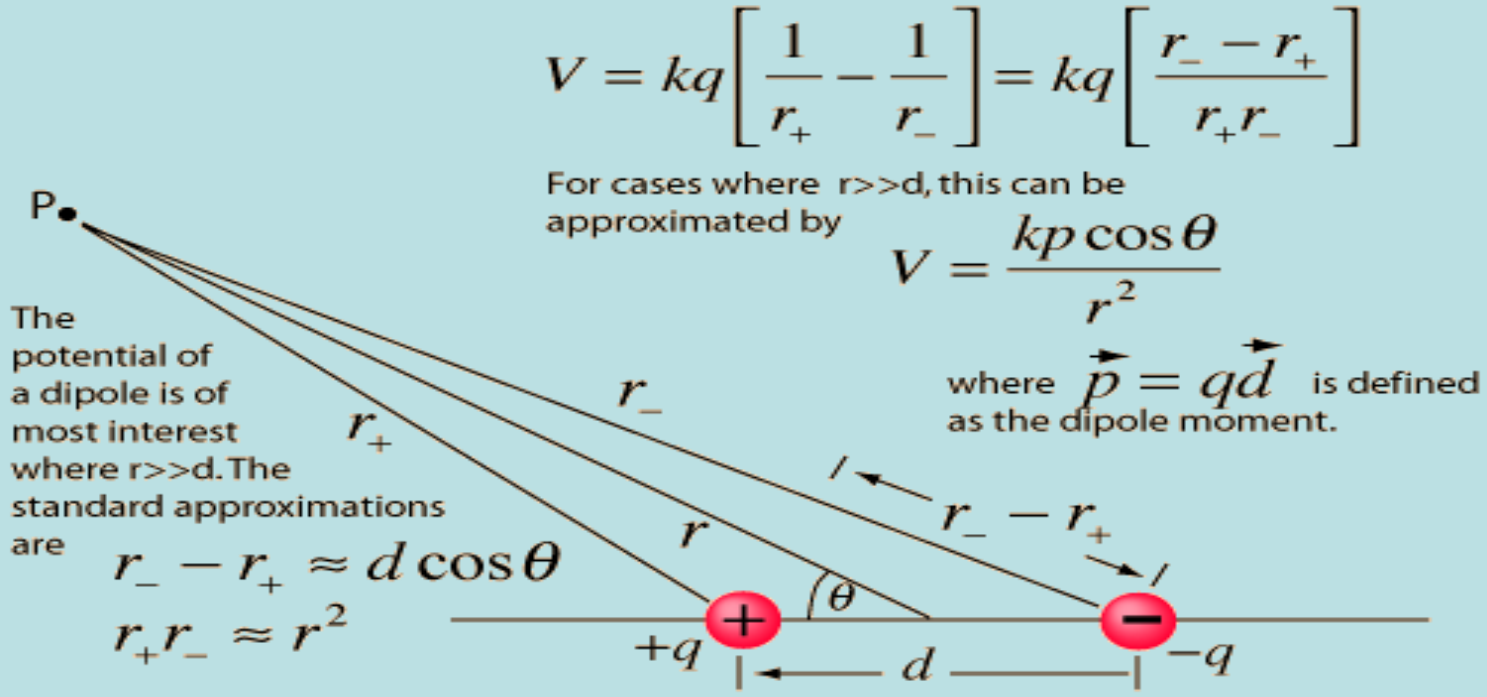
Für magnetische Dipole gilt: **m** = p**d**, wobei p die Polstärke ist. Weit entfernt vom Dipol (r >> d) gilt:



Electric Dipole. For Magnetic, substitute p for q and **m** for **P**

$$W = \frac{\mu_o dP\cos\theta}{4\pi r^2} = \frac{\mu_o m\cos\theta}{4\pi r^2}$$

θ Winkel zwischen **d** und **r**



Potential V für den elektrischen Dipol. Für den magnetsichen Dipol gilt: Ersetze V durch W, q durch p, k durch und **p** durch **m**.

Drehmoment des magnetischen Dipols

Annahme: **B** bildet mit dem Dipol einen Winkel θ.

Die magnetische Kraft ist +Bp am positive Pole und –Bp am negativen Pol.

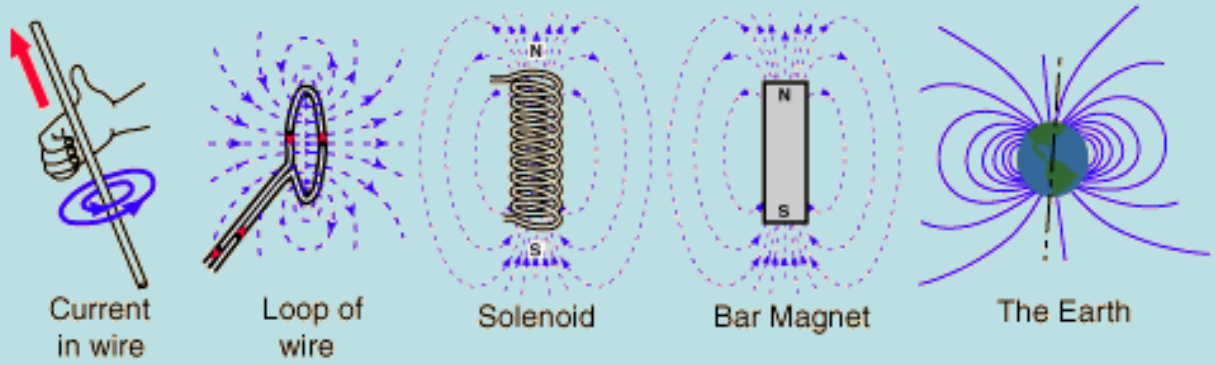
Somit gibt es gleiche und entgegengesetzte Kräfte in Entfernung $d\sin\theta/2$ vom Zentrum. Das Drehmoment ist dann:

$$\boldsymbol{\tau} = 2Bpd\sin\theta/2 = Bpd\sin\theta = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

Wenn Pole eine Fiktion sind, was geht dann wirklich ab?

Eine realistische Annahme ist, das magnetische Felder durch sich bewegende Ladungen entstehen.

- Makroskopische Ströme in Drähten.
- Mikroskopische Ströme (Elektronen im atomaren Orbit)
- Elektronenspin



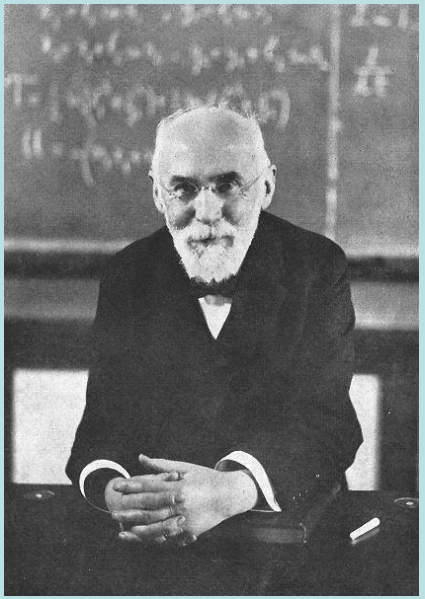
Magnetic Field Sources

Das Magnetfeld **B** ist definiert als Kraft, die auf sich bewegende Ladung wirkt *Lorentz Kraft Gesetz.* **E-** und **B-Feld** können durch dieses Gesetz definiert werden:

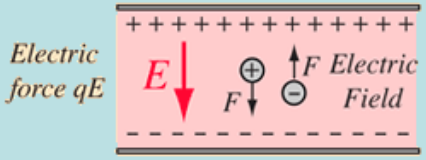
$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B}$$

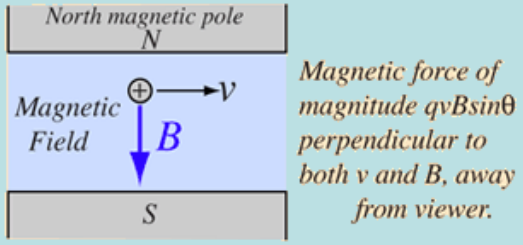
Electric force *Magnetic force*

Die elektrische Kraft ist einfach in Richtung des elektrischen Felds wenn die Ladung q positiv ist. Die Richtung der magnetischen Kraft folgt der rechten-Hand-Regel.



Hendrick Antoon Lorentz





Die SI Einheit für das Magnetfeld ist **Tesla**,

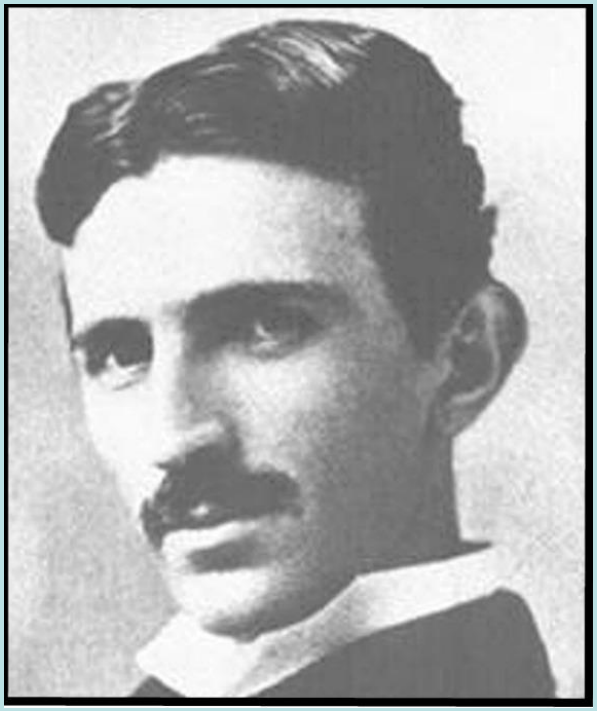
$$F_{magnetic} = qvB$$

(Newton x second)/(Coulomb x meter).

Kleinere Felder: Gauss (1 Tesla = 10,000 Gauss)

Noch kleinere Felder: gamma (γ) 10^{-5} Gauss oder 1 nanoTesla.

ABER Gauss und gamma sind keine! SI Einheiten



Nikola Tesla

Magnetisches Dipolmoment zum Zweiten

Betrachten wir das Dipolmoment erneut mit dem was wir jetzt gelernt haben.

Nehmen wir einen Ladung q , die mit Geschwindigkeit v durch das B-Fel läuft:

$$F = q(v \times B)$$

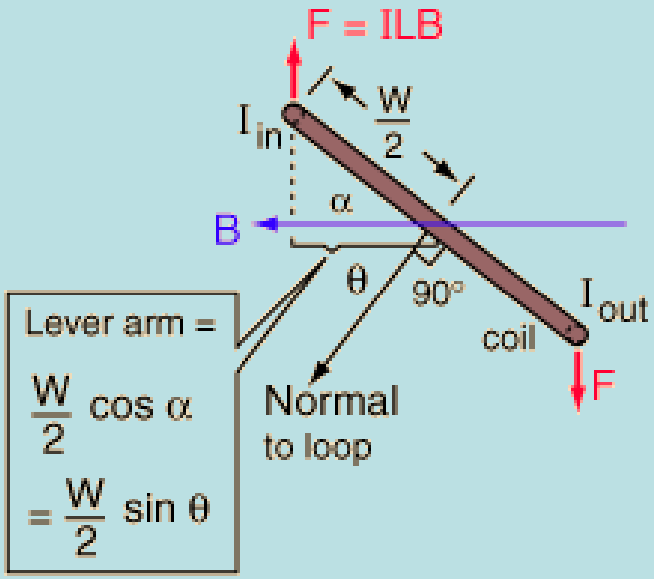
Wenn der Strom, als Ladung gesehen wird, die aus N Einzelladungen besteht, die durch ein Volumen mit der Fläche A und der Länge dl in einer Zeiteinheit läuft, dann ist die resultierende Kraft dF auf dieses Element.

$$dF = NAdlq(v \times B) = NAvq(dl \times B) = I(dl \times B)$$

Draht mit Länge L senkrecht zum Feld:

$$F = ILB$$

Drehmoment von magnetischer Kraft auf Draht



$$\tau = BILW\sin\theta$$

Das magnetische Moment eines Rings ist $m = IA$ A ist the Fläche des Rings $m = NIA$ für N Windungen

Da $A = LW$, ergibt sich für das Drehmoment:

$$\tau = mB\sin\theta$$

Die Richtung des magnetischen Moments ist senkrecht zur Stromschleife (Rechte Hand Regel)

Drehmoment ist ein Vektor

$$\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

Da das Drehmoment senkrecht auf dem magnetischen Moment steht, kann es Präzession des magnetischen Moments um das Magnetfeld bewirken. Diese charakteristische Frequenz ist die *Larmor Frequenz*.

Die Rotation der Leiterschleife um 180° benötigt eine Rotationsarbeit *W*

$$W = -\int_0^{\pi} \tau d\theta = -\int_0^{\pi} mB\sin\theta d\theta = -mB\cos\theta\Big|_0^{\pi} = 2mB$$

Dieses Drehmoment bringt die magnetischen Momente in die Richtung des Magnetfelds **B**. Dies ist dann die niedrigste Energiekonfiguration. Die Potentialenergie assoziiert mit dem magnetischen Moment ist dann

$$U(\theta) = -\vec{m} \bullet \vec{B}$$

Der Unterschied zwischen ausgerichtet zu anti-ausgerichtet ist dann

$$\Delta U = 2mB$$

Dieser Zusammenhang für die finite Leiterschleife gilt für die magnetischen Dipole von Elektronenorbits und das intrinsische magnetische Moment des Elektronenspins.

Magnetische Domänen

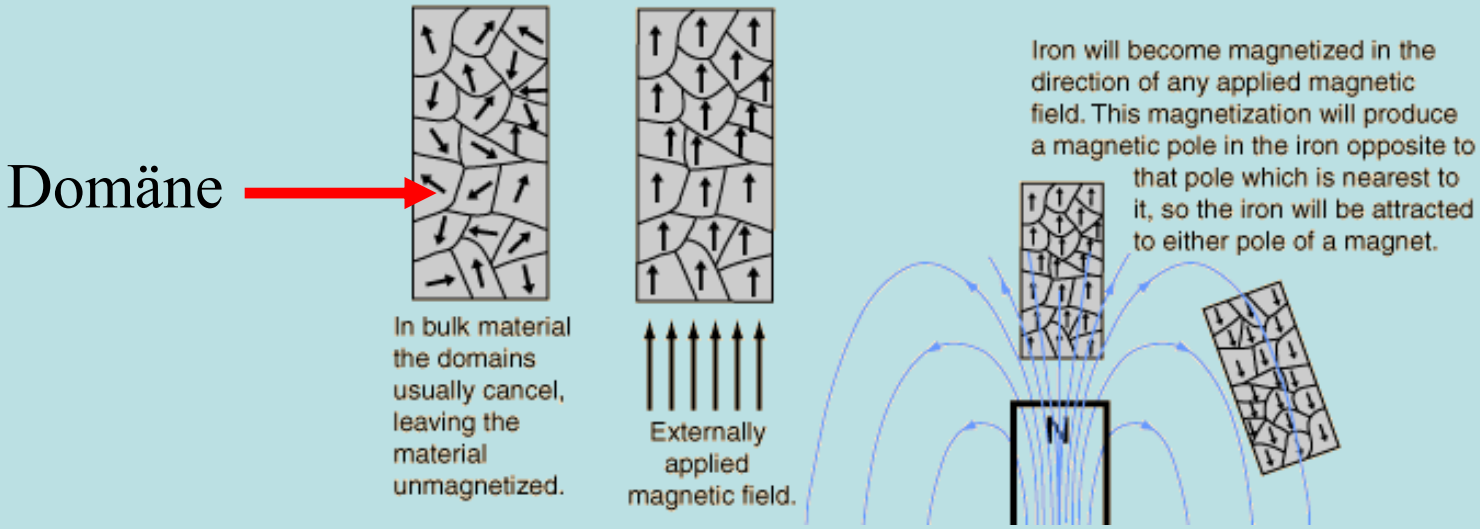
- Für den Geomagnetismus ist es wichtig, dass man die magnetischen Eigenschaften von Körpern versteht und wie sekundäre Felder induziert werden und wie Permanentmagnete gemacht werden.

- Die *Fernordnung* (long range order), die für die Entstehung von magnetischen Domänen in ferromagnetischen Materialien verantwortlich ist, entsteht durch quantenmechanische Interaktion auf dem atomaren Niveau. Diese Interaktion bringt die magnetischen Momente benachbarter Atome in eine feste parallele Ordnung und zwar trotz der thermischen Anregung.

- Domänengröße: von 0.1 mm bis mehrere mm.

- Wenn ein äußeres Feld angelegt wird, wachsen die Domänen, die bereits in Richtung des Felds ausgerichtet sind, auf Kosten der Nachbarn.

Wenn in einem Stück Eisen alle spins ausgerichtet wären wäre das Feld 2.1 Tesla. In einem geglühten Eisen kann eine Magnetfeld von 1 T erreicht werden, wenn das äußere Feld 0.0002 T beträgt. Faktor von 5000! Für jedes ferromagnetische Material bricht die Fernordnung abrupt zusammen wenn eine bestimmte Temperatur erreicht wird. Die **Curie Temperatur** (Eisen 1043 K)



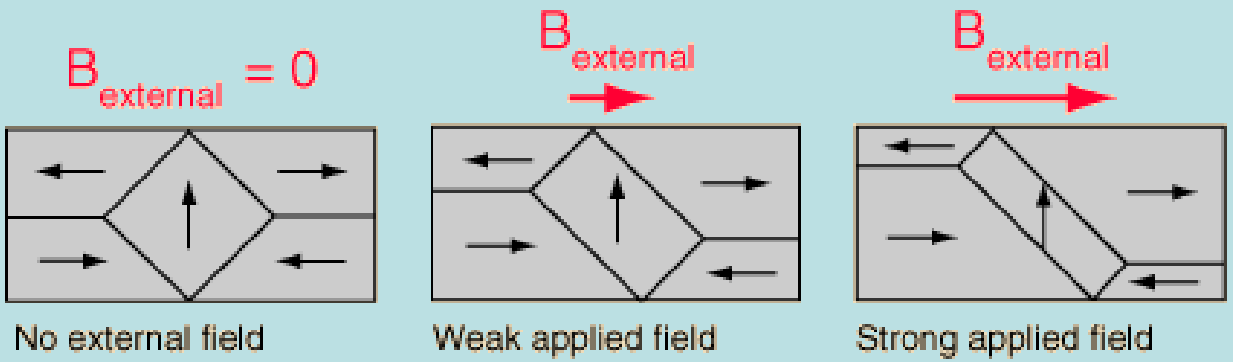
Die mikroskopische Ausrichtung von Elektronenspins führt zur Bildung von Domänen.

- In ferromagnetischen Materialen gibt es eine hohe Magnetisierung in einzelnen Domänen, die jedoch in Abwesenheit eines äußeren Feldes zufällig orientiert sind.

- Bereits kleine äußere Felder können den Grad der Ausrichtung signifikant verbessern -> Magnetisierung nimmt zu.

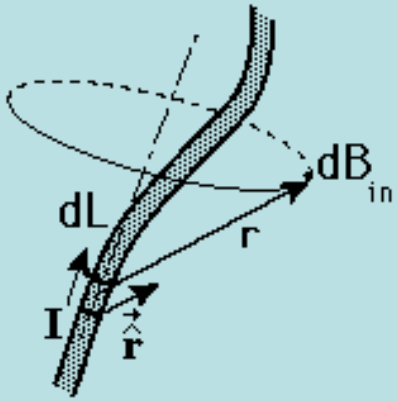
Cartoon zur Magnetisierung von Domänen

- Domänen wachsen im äußeren Feld
- Die Multiplikation der Magnetisierung ist die **relative Permabilität**



Die magnetische Feldstärke H

Magnetische Felder, die von Strömen generiert und nach dem Ampere Gesetz berechnet werden, werden durch das Magnetfeld **B** charakterisiert und in Tesla gemessen.



Magnetic field of a current element $\vec{dB} = \frac{\mu_0 I \vec{dL} \times \hat{\vec{r}}}{4\pi r^2}$

where

$\vec{dL}$ = infinitesmal length of conductor carrying electric current I

$\hat{\vec{r}}$ = unit vector to specify direction of the vector distance r from the current to the field point.

Ampere Gesetz

Wenn aber das generierte Feld ein magnetisches Material durchdringt, was bereits magnetisiert ist, dann wird es schwierig.

Eine weitere Größe ist die “magnetische Feldstärke” **H**

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}_0/\mu_0$$
$$\mathbf{B}=\mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M})$$

Die den Effekt äußerer Felder auf die Magnetisierung eines Materials beschreibt. B ist die magnetische Flussdichte

M ist die *Magnetisierung*

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

H und **M** haben die gleichen Einheiten Ampere/meter. Um **B** besser von **H** zu unterscheiden wird **B** auch als magnetische Flussdichte oder Induktion bezeichnet.

H ist das äußere Feld, **M** das induzierte Feld in der Anwesenheit eines externen Felds (Ausrichtung magnetischer Domänen) und **B** als die Summe der beiden.

Alternativ

$$\mathbf{B} = \mu_m \mathbf{H}$$

wobei

$$\mu_m = K_m \mu_0$$

μ_0 die magnetische Permeabilität im Vakuum und K_m die relative Permeabilität des Materials.

Wenn das Material nicht magnetisierbar ist, dann ist $K_m = 1$.

Eine weitere magnetische Quantität ist die magnetische Suszeptibilität, die angibt um wieviel die die relative Permeabilität von 1 abweicht.

Magnetische Suszeptibilität $\kappa_m = K_m - 1$

Beachte

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_m\mathbf{H} = K_m\mu_0 H$$

So

$$\mathbf{M} = (K_m - 1)\mathbf{H} = \kappa_m\mathbf{H}$$

Relative Permeabilität

Die magnetische Konstante $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ T m/A ist die Permeabilität im Vakuum. Die Permeabilitäten der meisten Materialien sind nahe bei μ_0 da die meisten Materialien para-oder diamagnetisch sind.

In Ferromagnetika ist die Permeabilität sehr sehr groß!

Some representative relative permeabilities:

magnetic iron	200	at a magnetic flux density of 0.002 W/m^2
nickel	100	
permalloy (78.5% nickel, 21.5% iron)	8,000	
mumetal (75% nickel, 2% chromium, 5% copper, 18% iron)	20,000	

Hysteresis

Wenn ein Ferromagnetikum in eine Richtung magnetisiert wird, wird die Magnetisierung nicht vollständig abklingen, wenn das äußere Feld abgeschaltet ist. Es muss vielmehr durch ein entgegengesetztes Feld zurückgefahren werden.

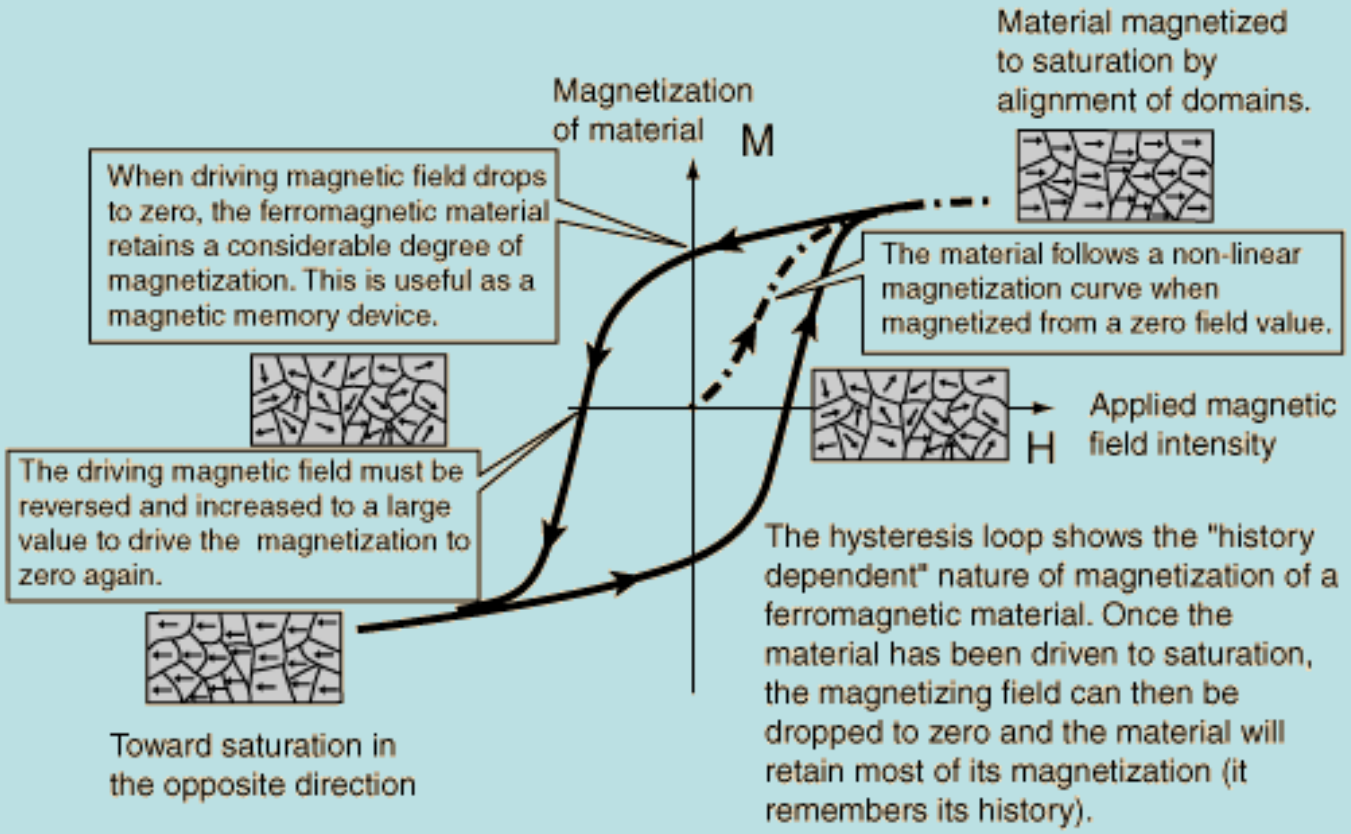
Die Anwendung von Wechselfeldern -> Hysterese Kurven

Die Irreversibilität der Magnetisierunskurve ist die Hysterese.

Wenn Domänen einmal ausgerichtet sind, benötigt es einiges an Energie um sie wieder umzuorientieren.

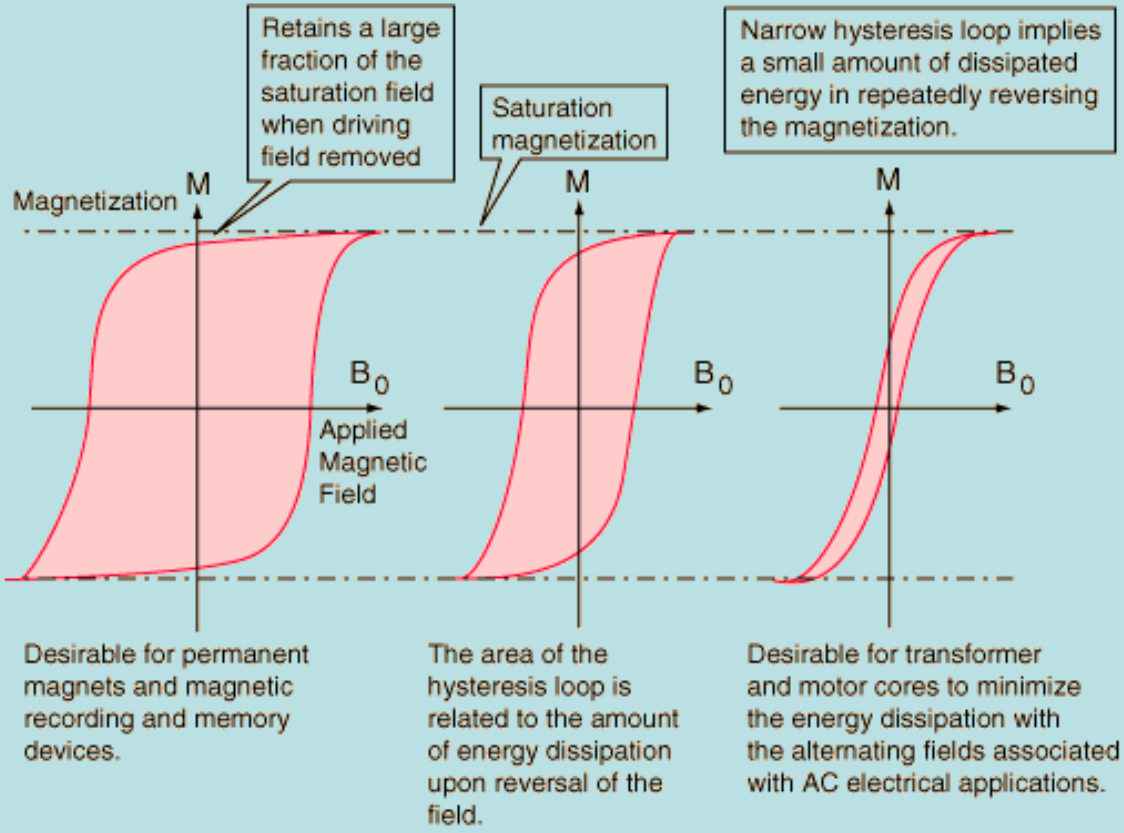
Magnetisches Gedächtnis und/oder Permanentmagnete

Besonders bei Eisen- und Chromoxiden stark ausgeprägte…



M (Magnetisierung) als Funktion von H (Feldstärke)

Variationen der Hysterese kurven

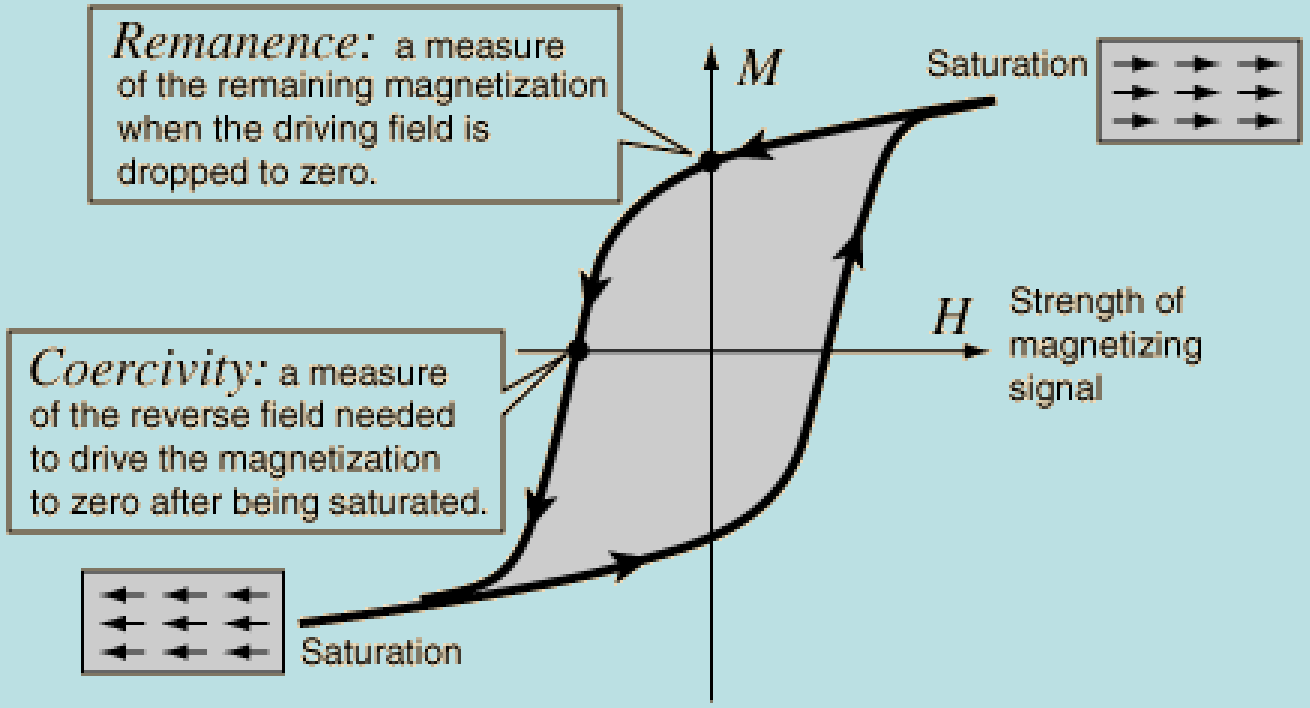


Koerzitivität und Remanenz in Permanentmagneten

Guter Permanentmagnet: Starke Magnetisierung

kleine Masse

schwer zu entmagnetisieren



Ferromagnetismus
(sehr große Suszeptibilität)

Eisen, Nickel, Kobalt, seltene Erden...

$$\kappa >> 0$$

Magnetic Properties of Ferromagnetic Materials

Material	Treatment	Initial Relative Permeability	Maximum Relative Permeability	Coercive Force	Remanent Flux Density
Iron, 99.8% pure	Annealed	150	5000	1.0	13,000
Iron, 99.95% pure	Annealed in hydrogen	10,000	200,000	0.05	13,000
78 Permalloy	Annealed, quenched	8,000	100,000	.05	7,000
Superpermalloy	Annealed in hydrogen, controlled cooling	100,000	1,000,000	0.002	7,000
Cobalt, 99% pure	Annealed	70	250	10	5,000
Nickel, 99% pure	Annealed	110	600	0.7	4,000
Steel, 0.9% C	Quenched	50	100	70	10,300
Steel, 30% Co	Quenched	...	...	240	9,500
Alnico 5	Cooled in magnetic field	4	...	575	12,500
Silmanal	Baked	...	...	6,000	550
Iron, fine powder	Pressed	...	...	470	6,000

Diamagnetismus

$$\kappa < 0$$

Paramagnetismus

$$\kappa > 0$$

Suszeptibilitäten von Para- und Diamagnetischen Materialien (20°C)

Material	$\kappa_m = K_m - 1$ ($\times 10^{-5}$)
Paramagnetic	
Iron aluminum alum	66
Uranium	40
Platinum	26
Aluminum	2.2
Sodium	0.72
Oxygen gas	0.19
Diamagnetic	
Bismuth	-16.6
Mercury	-2.9
Silver	-2.6
Carbon (diamond)	-2.1
Lead	-1.8
Sodium chloride	-1.4
Copper	-1.0

Remanente Magnetisierung in Gesteinen

Primär - Erworben während der Entstehung
Sekundär - nachträglich erworben
Several types

TRM – Thermo Remanente Magnetisierung
Schmelzpunkt von Gesteinen bei ca. 1000°C
Curie Temperatur für Minerale > 700°C
Magnetische Minerale entstehen oberhalb der Curie Temperatur – aber magnetisches Chaos.
Abkühlung unter die Curietemperatur und Domänen werden parallel zum äußeren Feld ausgerichtet.
Stabile Magnetisierung - Basaklte

DRM – Ablagerungs- oder Sedimentationsremanenz.

CRM – Chemische Remanenz

IRM – Isothermal (Blitz)

VRM – Viskose Magnetisierung

When describing the magnetic properties of rocks in the field, we need to have some idea of which part of the field if induced and which is remanent.

We quantify this by the Konigsberger ratio, which is the ratio between the remanent magnetization to the induced magnetization.