

1. Die elastische Wellengleichung für SH-Wellenausbreitung läßt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\frac{1}{\rho(x, z)} \partial_t^2 u(x, z, t) = \partial_x (\mu(x, z) \partial_x u(x, z, t)) + \partial_z (\mu(x, z) \partial_z u(x, z, t))$$

Leiten Sie eine geeignete numerische Approximation her mittels finiter Differenzen a) für den homogenen Fall und b) für den heterogenen Fall. Dabei ist u die Verschiebung, μ das Schermodul, und ρ die Dichte.

2. Sie wollen 2-D Wellenausbreitung in einem Medium mit Ausdehnung 1000kmx1000km numerisch berechnen. Sie wollen ein Wellenfeld mit der dominanten Periode 10s modellieren. Die maximale Geschwindigkeit in dem Medium ist 8km/s. Ihr numerischer Algorithmus braucht etwa 20 Gitterpunkte pro Wellenlänge. Bestimmen Sie ein geeignetes Δx (Δz) für die Simulation. Wie viele Gitterpunkte hat Ihr 2-D Gitter? Das Stabilitätskriterium Ihres Algorithmus' ist durch $\text{const} = c \Delta t / \Delta x$ gegeben, wobei c die maximale Geschwindigkeit ist. Sie wollen bei $\text{const} = 0.5$ rechnen. Ihre Seismogrammlänge soll 500 Sekunden betragen. Wieviele Zeitschritte müssen Sie simulieren?
3. Sie wollen ein *staggered grid* Verfahren benutzen um die 1-D Wellengleichung zu simulieren. Das FD Schema lautet dafür:

$$\frac{u_m^{l+1/2} - u_m^{l-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\rho_m} \frac{p_{m+1/2}^l - p_{m-1/2}^l}{\Delta x} \quad \frac{p_{m+1/2}^{l+1} - p_{m+1/2}^l}{\Delta t} = E_{m+1/2} + \frac{u_{m+1}^{l+1/2} - u_m^{l+1/2}}{\Delta x}$$

Benutzen Sie die folgenden Lösungsansätze, um die Stabilitätsbedingung (k) herzuleiten.

$$f(u_m^l) = B \exp(ikm\Delta x - i\omega l\Delta t) \quad f(p_{m+1/2}^l) = A \exp(ikm\Delta x - i\omega l\Delta t)$$

Rückgabe bitte zur Vorlesung am Montag 31.5.99, 10.15Uhr.