Numerische Methoden in der Geophysik **SS04** **1.Übungsblatt**

1. Zeigen Sie, daß die Wellengleichung nach Fouriertransformation in Raum und Zeit eine hyperbolische Form hat. Hier ist p der Druck, und c die akustische Geschwindigkeit.

$$\partial_t^2 p(x,t) = c^2 \partial_x^2 p(x,t)$$

2. Zeigen Sie, daß

$$\frac{-1/12\, f(x+2\Delta x) + 4/3\, f(x+\Delta x) - 5/2\, f(x) + 4/3\, f(x-\Delta x) - 1/12\, f(x-2\Delta dx)}{dx^2}$$

eine Näherung der 2. Ableitung ist. Setzen Sie die entsprechenden Taylor Entwicklungen in die obige Gleichung ein. Welche Ordnung hat der Fehler der 2. Ableitung?

3. Ein Seismometer besteht aus einer an einer Feder mit Konstante D hängenden Masse m, die in dem Gehäuse durch die von außen wirkende Bodenbeschleunigung ü(t) angeregt wird. Die Relativbewegung x(t) der Masse im Bezugssystems des Seismometers läßt sich durch folgende Differentialgleichung beschreiben:

$$\ddot{x} + \frac{D}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \ddot{u}$$

Ersetzen Sie die Ableitungen der linken Seite mit finiten Differenzen. Lösen Sie nach x(t+dt) auf. Wie könnte die Randbedingung $x(0)=x_0$ und dx(0)/dt =0 auferlegt werden (Einschwingtest) ?

4. Bestimmte Isotope (z.B. ^{9}Be) werden durch Flüsse ins Meer gespült und dann durch Advektion und Diffusion im Meer gemischt. Außerdem werden durch biomechanische Prozesse Isotope aus dem System entfernt. Diese Prozesse können mit der Diffusions-Advektions-Reaktionsgleichung beschrieben werden (Konzentration C(x,t), Diffusionskonstante k (const), Reaktivität R(x), Quelle p(x), Geschwindigkeit v(x)). Ersetzen Sie in der ein-dimensionalen Gleichung die partiellen Differentiale mit finiten Differenzen und extrapolieren Sie nach C(t+dt).

$$\partial_t C = k\partial_x^2 C + v_x \partial_x C - RC + p$$

Wie könnte man durch geeignete Bedingungen an den Rändern (x_{min},x_{max}) einen Ringstrom simulieren?