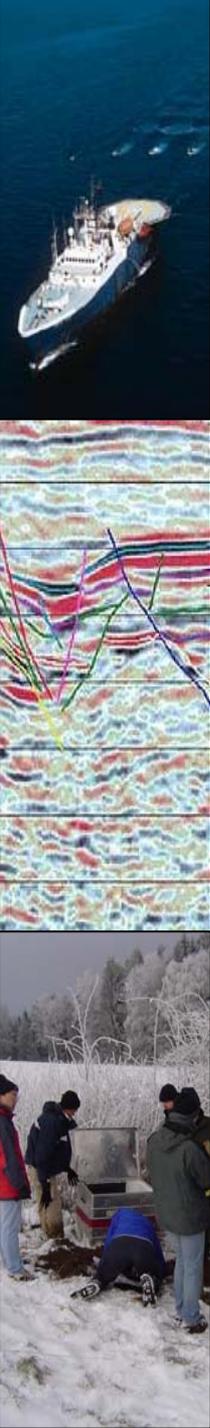


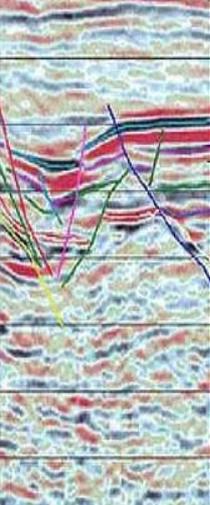
Seismische Wellen

- **Spannung und Deformation**
 - Elastische Konstanten
 - Raumwellen und Oberflächenwellen
 - Seismische Geschwindigkeiten
 - Abschwächung
- **Seismische Strahlen**
 - Snell'sches Gesetz
 - Reflektion, Transmission
 - Refraktion, Diffraktion
- **Seismische Quellen**
- **Seismometer**



Fragen

- **Warum** können wir Wellen in der Erde beobachten?
- Welche **Arten von Wellen** gibt es?
- **Wie schnell** breiten sie sich aus?
- Was bestimmt ihre **Geschwindigkeit**?
- Ändern sich Seismische Wellen in unterschiedlichen **Gesteinen**?
- Sind seismische Wellen **abgeschwächt**?
- Welche Wellen benutzen wir bei **seismischer Exploration**?
- Wie werden seismische Wellen **erzeugt** (zu Land, zu Wasser)?
- Mit welchen **Instrumenten** können wir seismische Wellen beobachten?

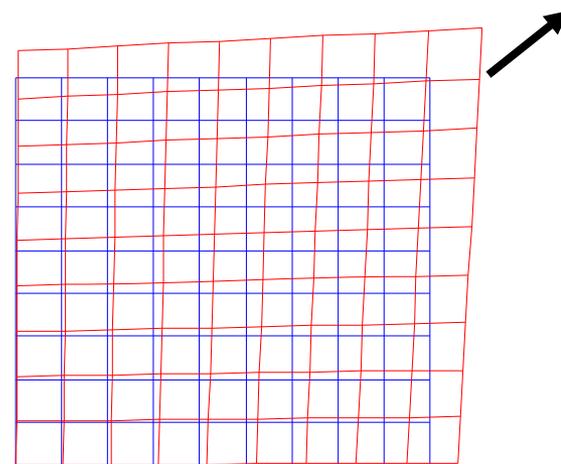


Spannung und Deformation

Stress and **Strain**

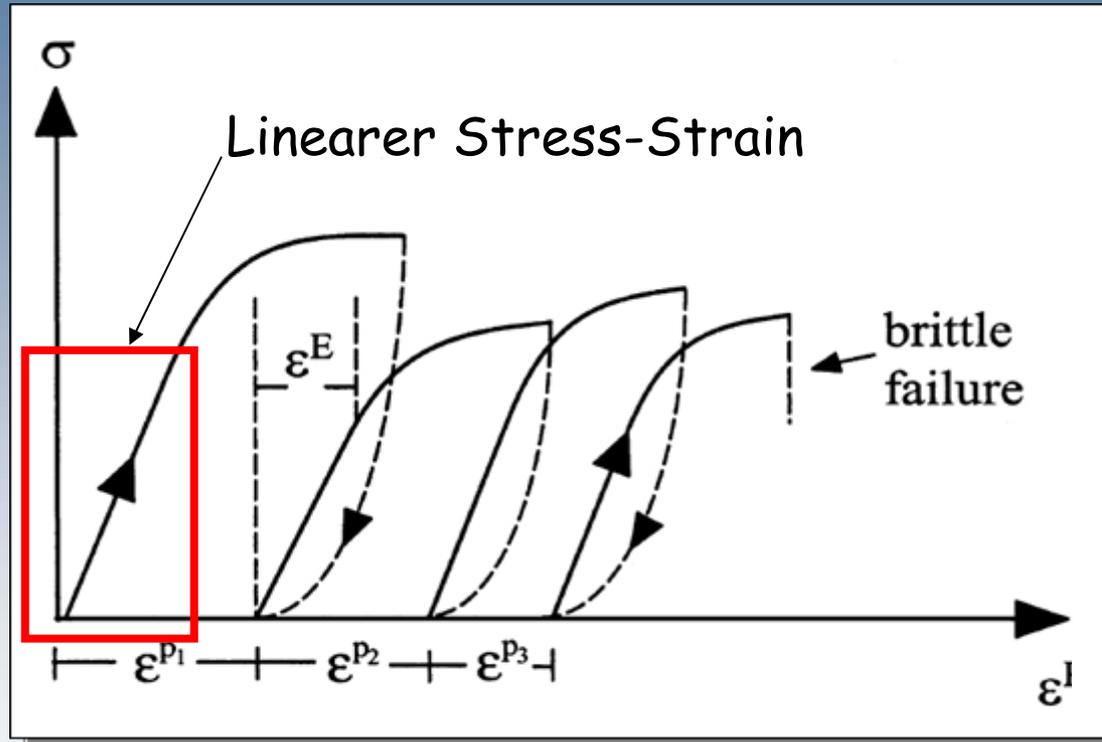
In erster Näherung verformt sich die Erde wie ein **elastischer Körper** solange die Deformation (Strain) gering ist.

Mit anderen Worten gesagt, wenn die Kraft, die die Verformung verursacht, wegfällt, wird der Körper wieder in seine ursprüngliche Form zurückkehren.



Die Änderung der Form eines Körpers nennt man Deformation. Die Kräfte, die die Verformung verursachen nennt man Spannung/**Stress**.

Lineare und nicht-lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung



Spannung vs. Dehnung bei einem realen Gestein, das brechen, bzw. sich plastisch deformieren kann. In der angewandten Seismik genügt in der Regel die Annahme der **linearen Elastizität**.

Lineare Elastizität

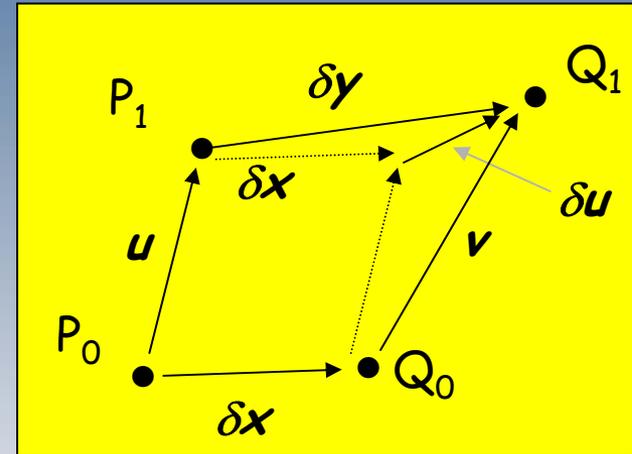
Die relative Verschiebung im **unverformten** Zustand ist $u(r)$.
Die relative Verschiebung im **verformten** Zustand ist $v=u(r+\delta x)$.

Daraus folgt:

$$\delta u = u(r + \delta x) - u(r)$$

Wir benutzen Taylor's Theorem
in 3-D. Dies bringt uns zu:

$$\delta u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \delta x_k$$



Lineare Elastizität - Deformationstensor

Den symmetrische Teil nennt man
Deformationstensor

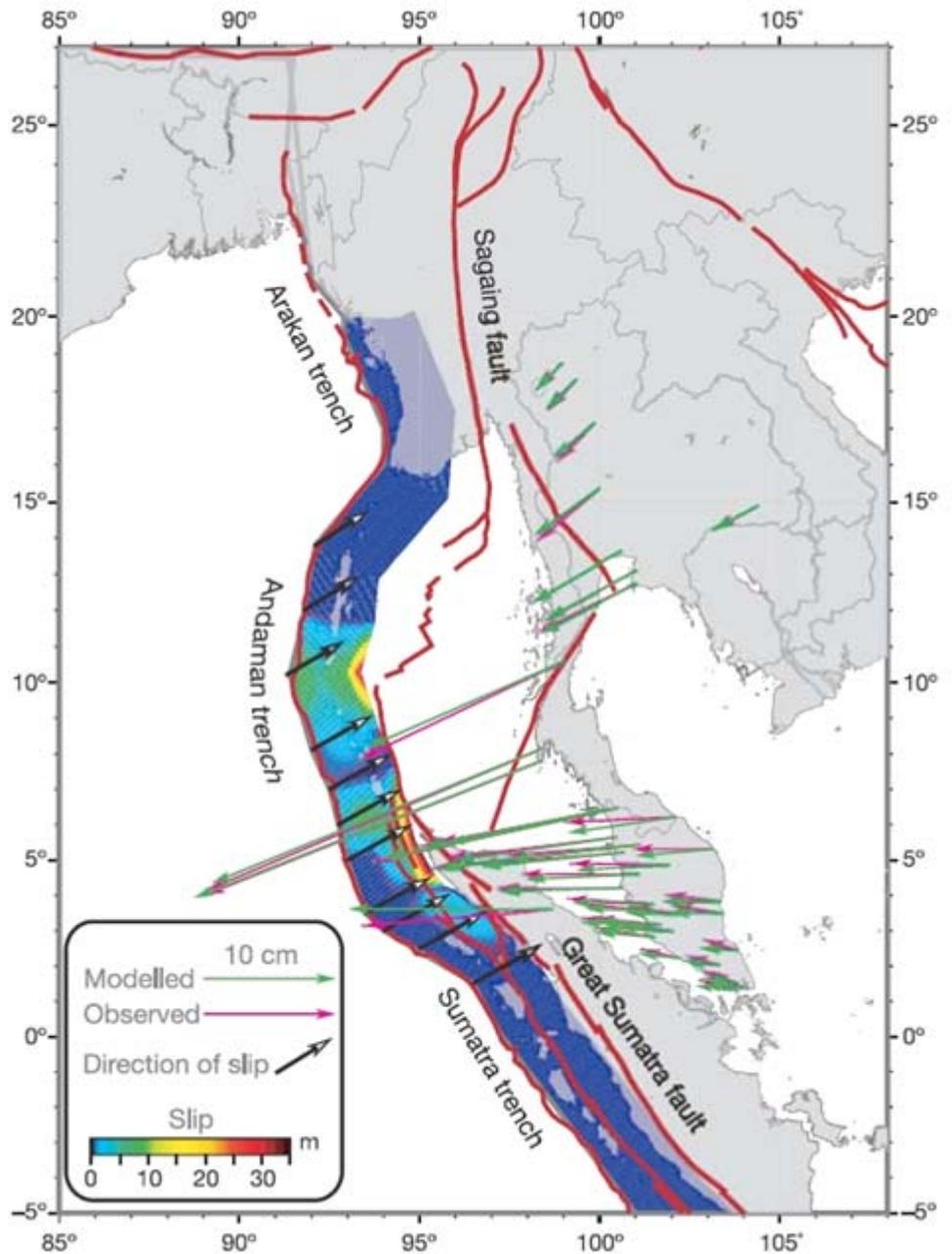
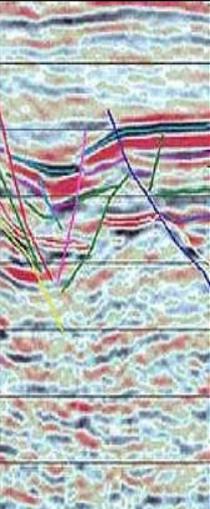
$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Er beschreibt die Beziehung zwischen **Deformation** ε und **Verschiebung** u in der linearen Elastizität. In 2-D sieht der Tensor wie folgt aus:

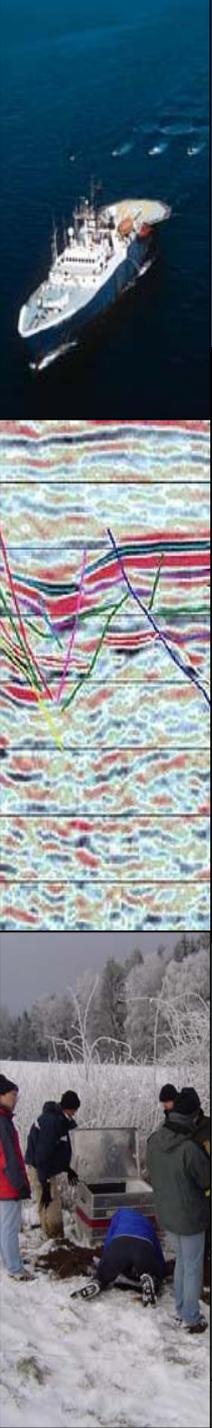
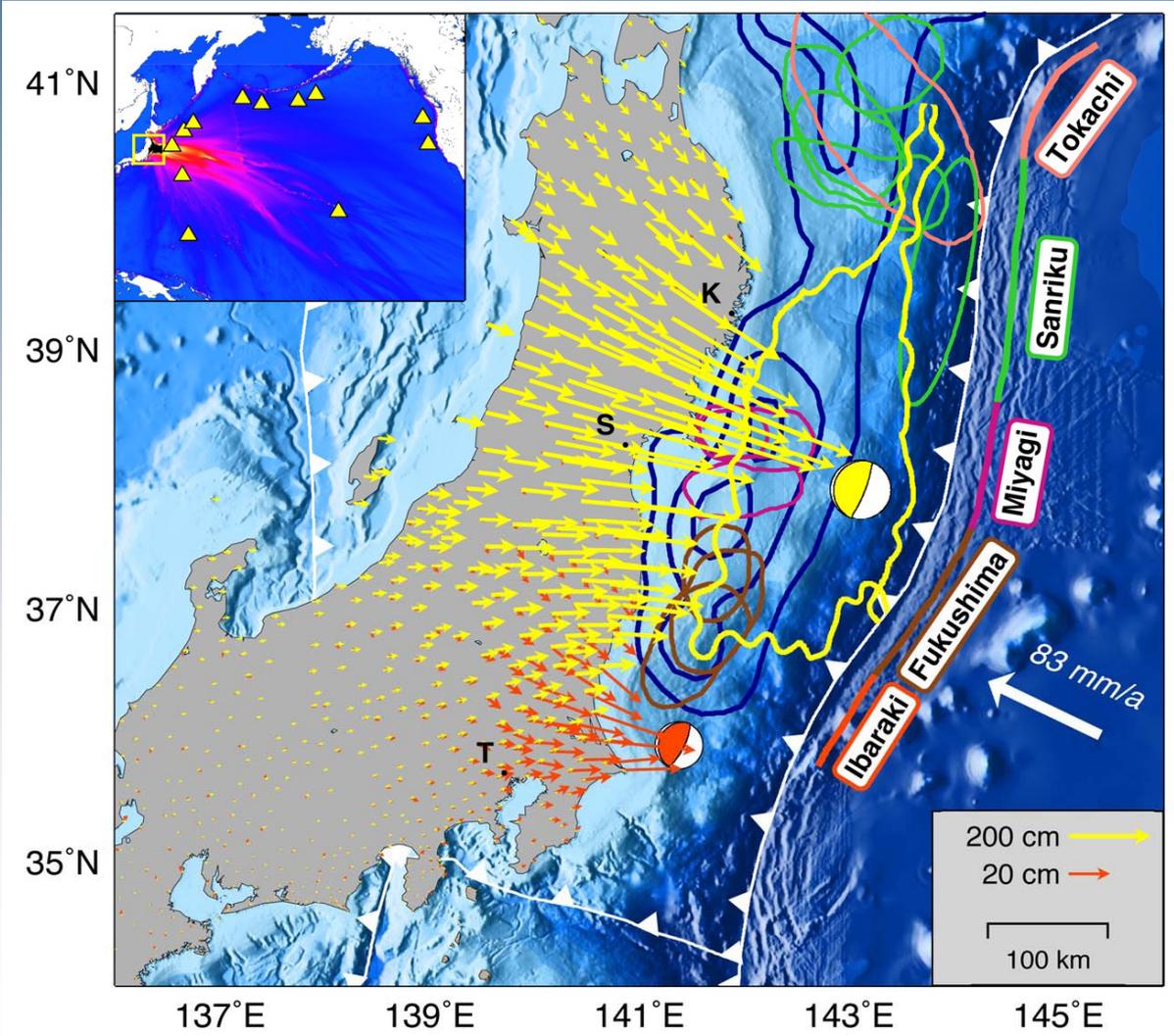
$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{bmatrix}$$



GPS - Deformation Sumatra



Deformation Tohoku-oki



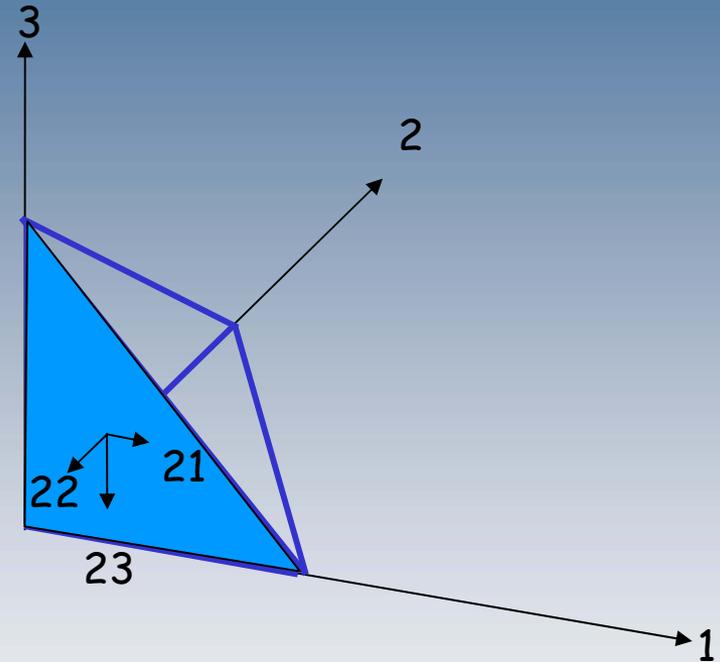
Spannungstensor

$$t_i = \sigma_{ij} n_j$$

wobei σ_{ij} die Spannung und n_j die
Oberflächennormale ist.
Der Spannungstensor beschreibt die
Kräfte, die auf **fiktive** Flächen
innerhalb eines Körpers wirken.
Aufgrund der Symmetrie

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

gibt es nur 6 verschiedene Elemente.



Der Vektor senkrecht zur der entsprechenden Fläche

Die Richtung des Kraftvektors, der auf die Fläche wirkt

Spannungs-Dehnungs Beziehung Stress-strain relation

Die Beziehung zwischen Stress und Strain wird mit dem Tensor der elastischen Konstanten beschrieben c_{ijkl}

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

verallgemeinertes
Hooke'sches Gesetz

Aus der Symmetrie des Spannungs- und Deformationstensors und einer thermodynamischen Beziehung folgt, daß die maximale Anzahl unabhängiger Konstanten in c_{ijkl} "21" beträgt. In einem **isotropen** Körper, dessen Eigenschaften nicht richtungsabhängig sind, vereinfacht sich die Relation zu

$$\sigma_{ij} = \lambda \Theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

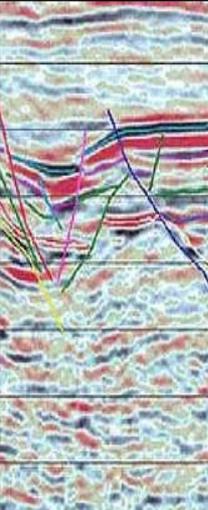
Hooke'sches Gesetz

wobei λ und μ die Lamé Konstanten, Θ die Dilatation und δ_{ij} das Kronecker-Delta sind.

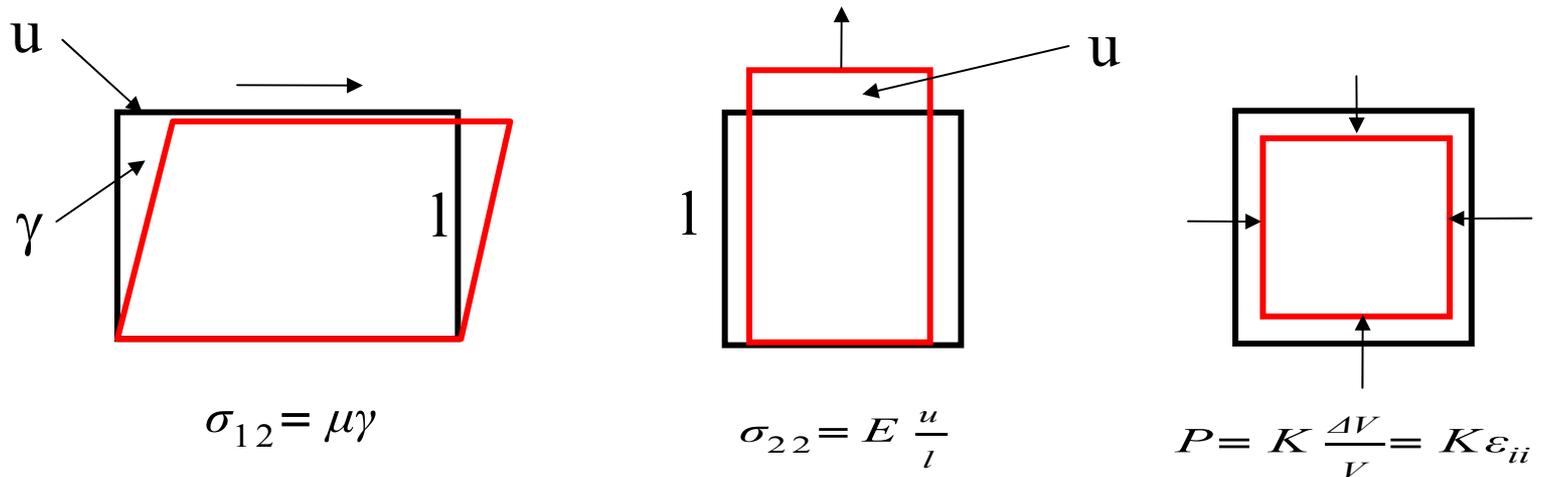
$$\Theta \delta_{ij} = \varepsilon_{kk} \delta_{ij} = (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \delta_{ij}$$

Stress - Glossary

<p>Stress units</p>	<p>bars (10^6 dyn/cm^2), $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn (cm g/s}^2)$ $10^6 \text{ Pa} = 1 \text{ MPa} = 10 \text{ bars}$ $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ At sea level $p = 1 \text{ bar}$ At depth 3km $p = 1 \text{ kbar}$</p>
<p>maximum compressive stress</p>	<p>the direction perpendicular to the minimum compressive stress, near the surface mostly in horizontal direction, linked to tectonic processes.</p>
<p>principle stress axes</p>	<p>the direction of the eigenvectors of the stress tensor</p>



Elastische Konstanten



Die **elastischen Konstanten** verbinden Stress mit Strains (vgl. mit dem Federkonstanten im eindimensionalen)

Spannung = Elastische Konstanten * Dehnung

$F = D * s$ Hooke'sches Gesetz

Elastische Konstanten

Die **elastischen Konstanten** beschreiben wie sich ein Material verformt, wenn man an es Spannung anlegt. Es gibt verschiedene Ansätze. Die wichtigsten sind (vgl. mit letzter Folie):

Young's modulus $E = \frac{\text{longitudinale Spannung } F/A}{\text{longitudinal Dehnung } \Delta l/l}$

Bulk modulus $K = \frac{\text{Volumetrische Spannung } P}{\text{Volumenänderung } \Delta V/V}$

Schermodul $\mu = \frac{\text{Scherspannung}}{\text{Scherdeformation } (\tan \varphi)}$

Weitere: Lamé's parameters, Poissonverhältnis, etc.

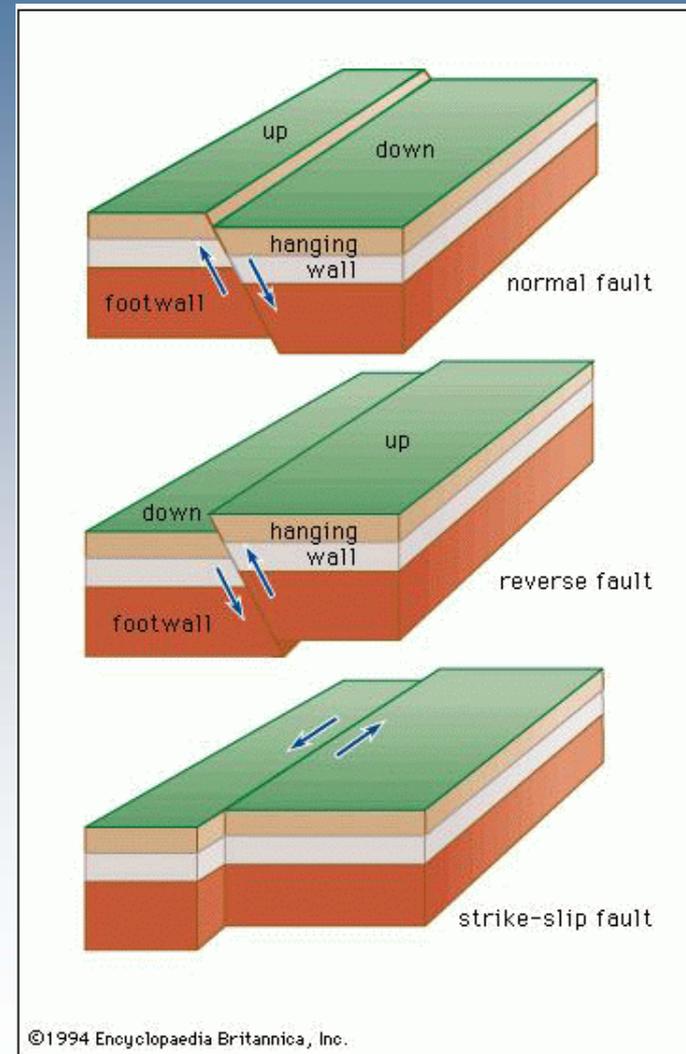
Spannungen und Verwerfungen

Extension

Kompression

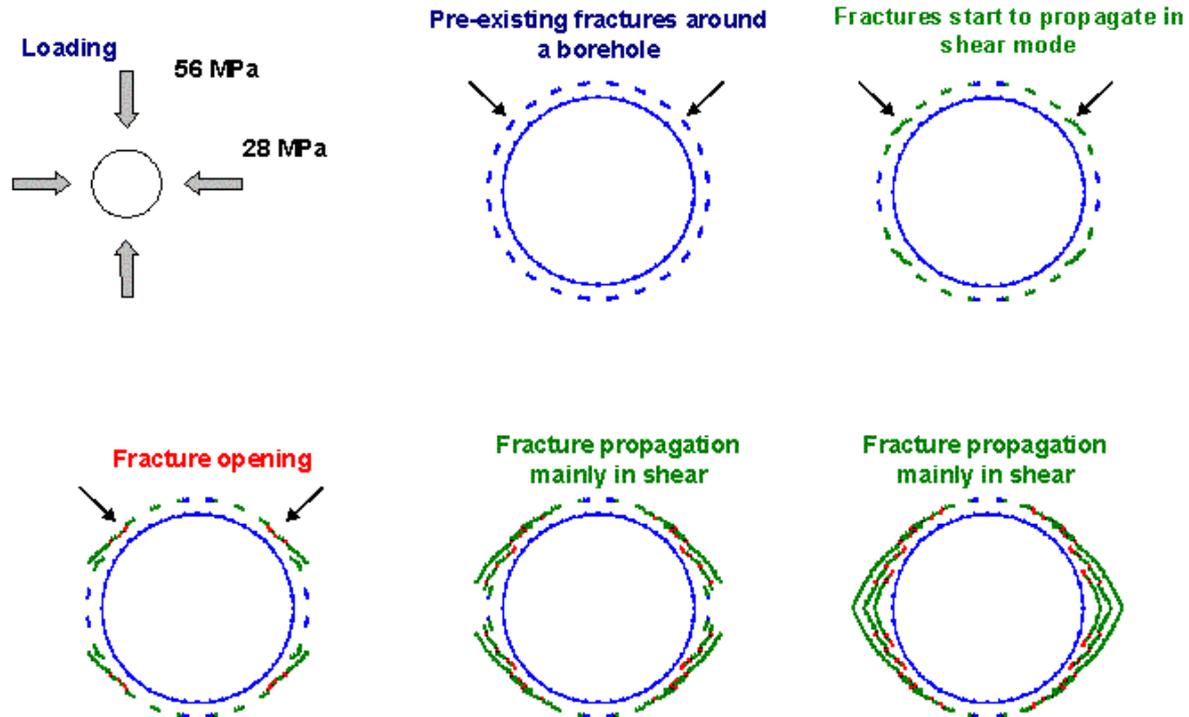
Blattverschiebung

Strike-slip



Borehole breakout

FRACTURE PROPAGATION AROUND A COMPRESSED BOREHOLE

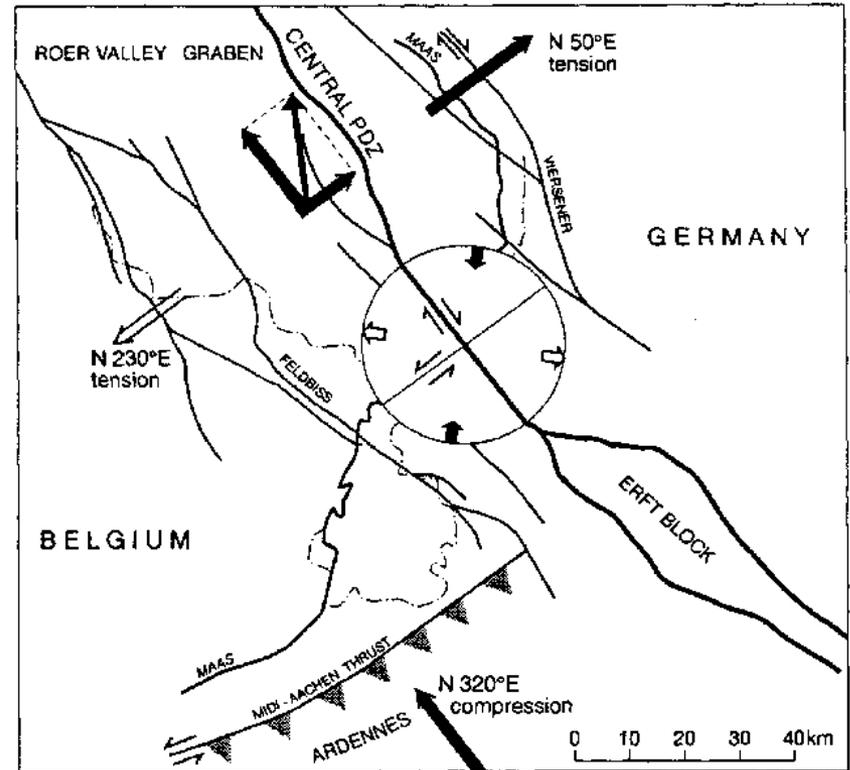


Source: www.fracom.fi

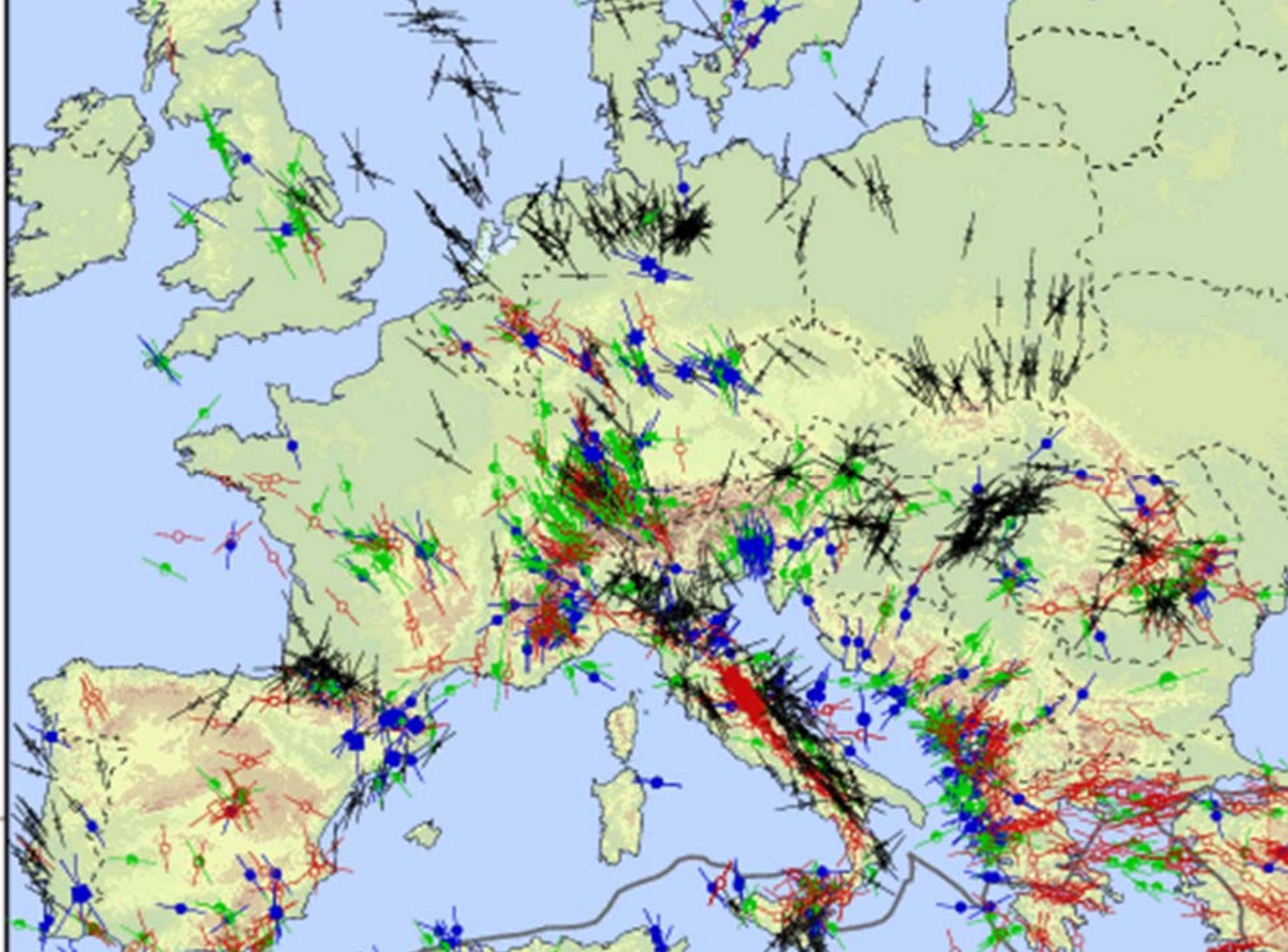
Hauptspannung, hydrostatische Spannung

Horizontale Spannungen werden durch tektonische Kräfte hervorgerufen. Es gibt zwei **horizontale Hauptspannungsrichtungen**.

Beispiel: Kölner Becken



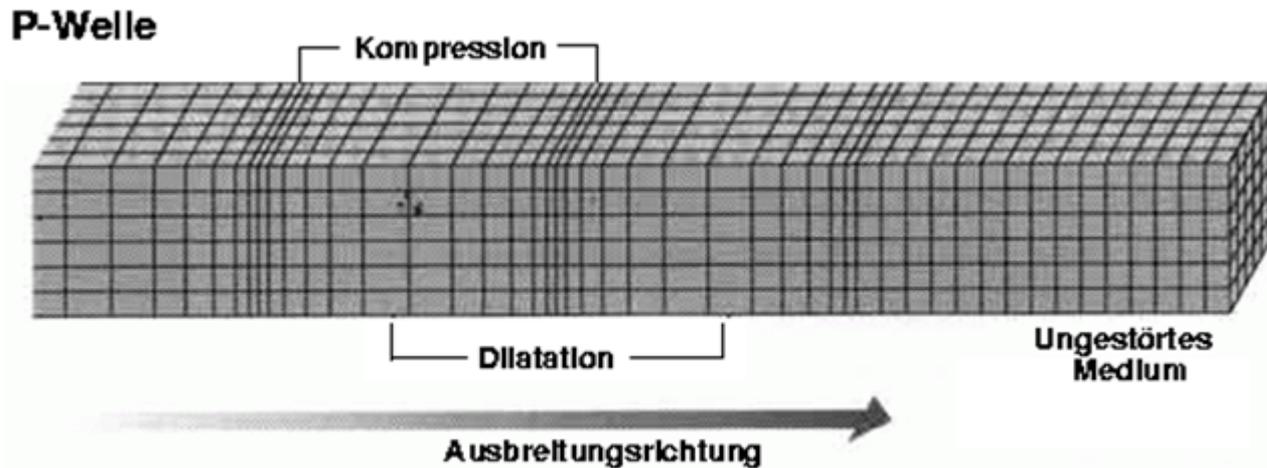
Wenn alle drei orthogonalen Hauptspannungen gleich groß sind, spricht man von **hydrostatischer Spannung**.



Seismische Wellentypen

P - Wellen

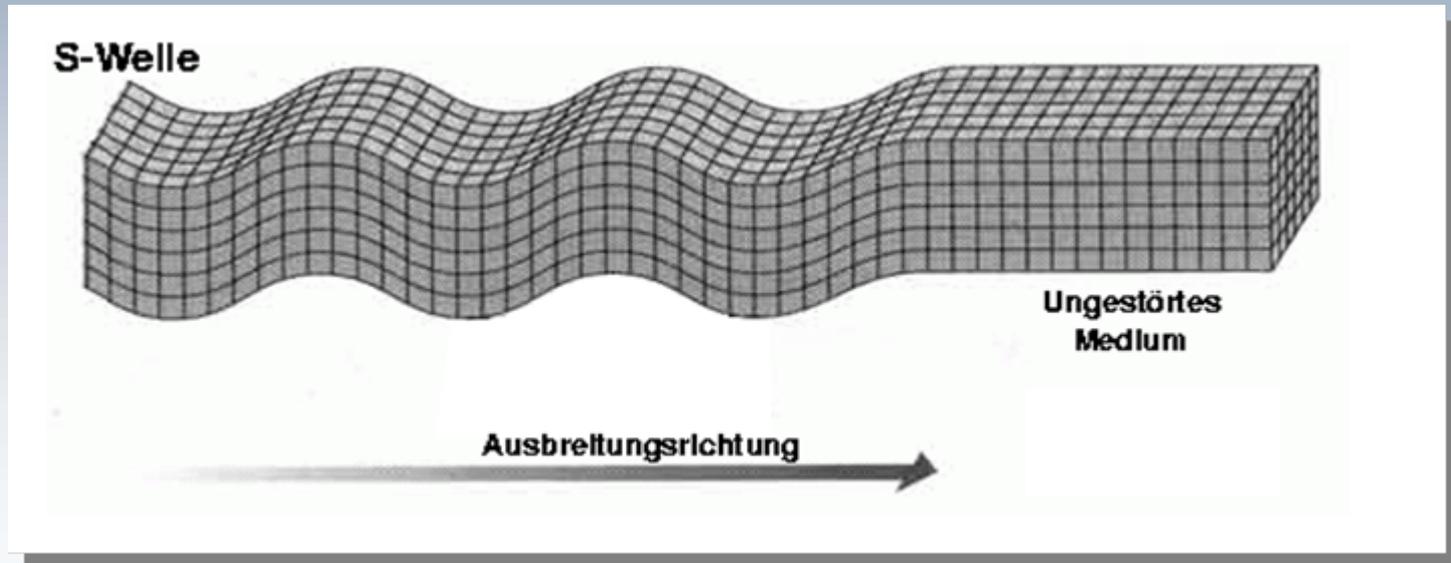
P - Primärwellen - Kompressionswellen - Longitudinalwellen



Seismische Wellentypen

S - waves

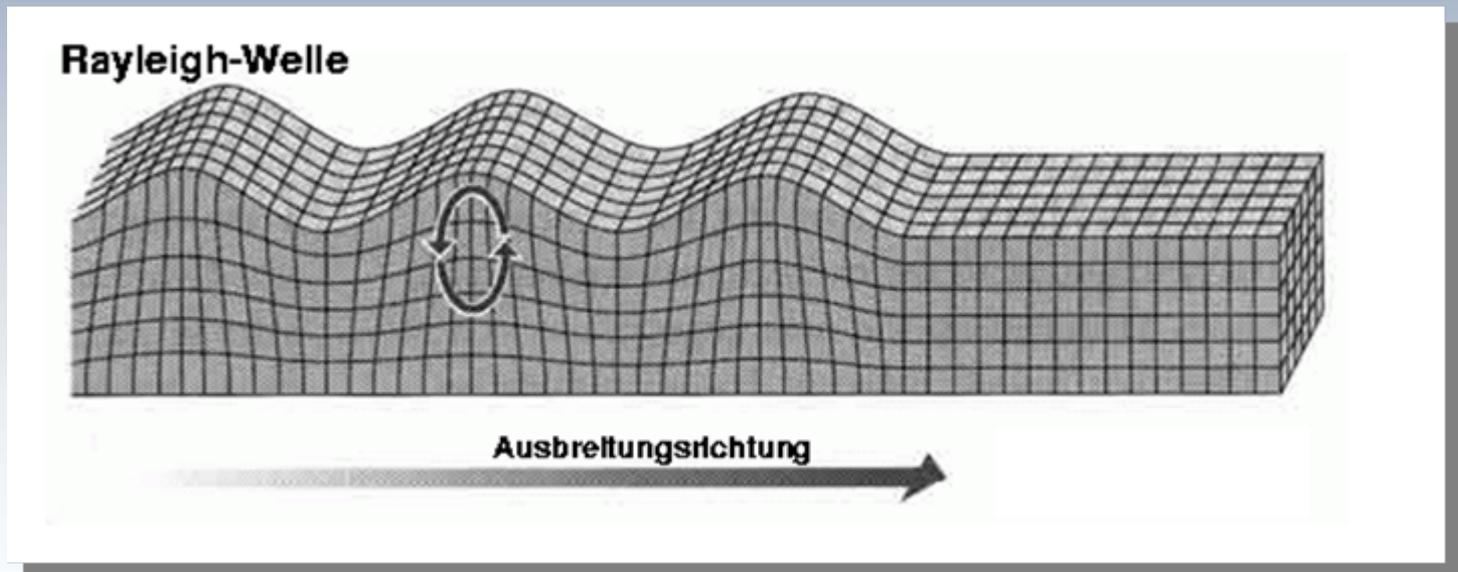
S - S-Wellen - Sekundärwellen - Scherwellen -
Transversalwellen



Seismische Wellentypen

Rayleigh waves

Rayleighwellen - polarisiert in der Ebene von Quelle und Empfänger - Überlagerung von P und SV Wellen



Seismische Wellentypen

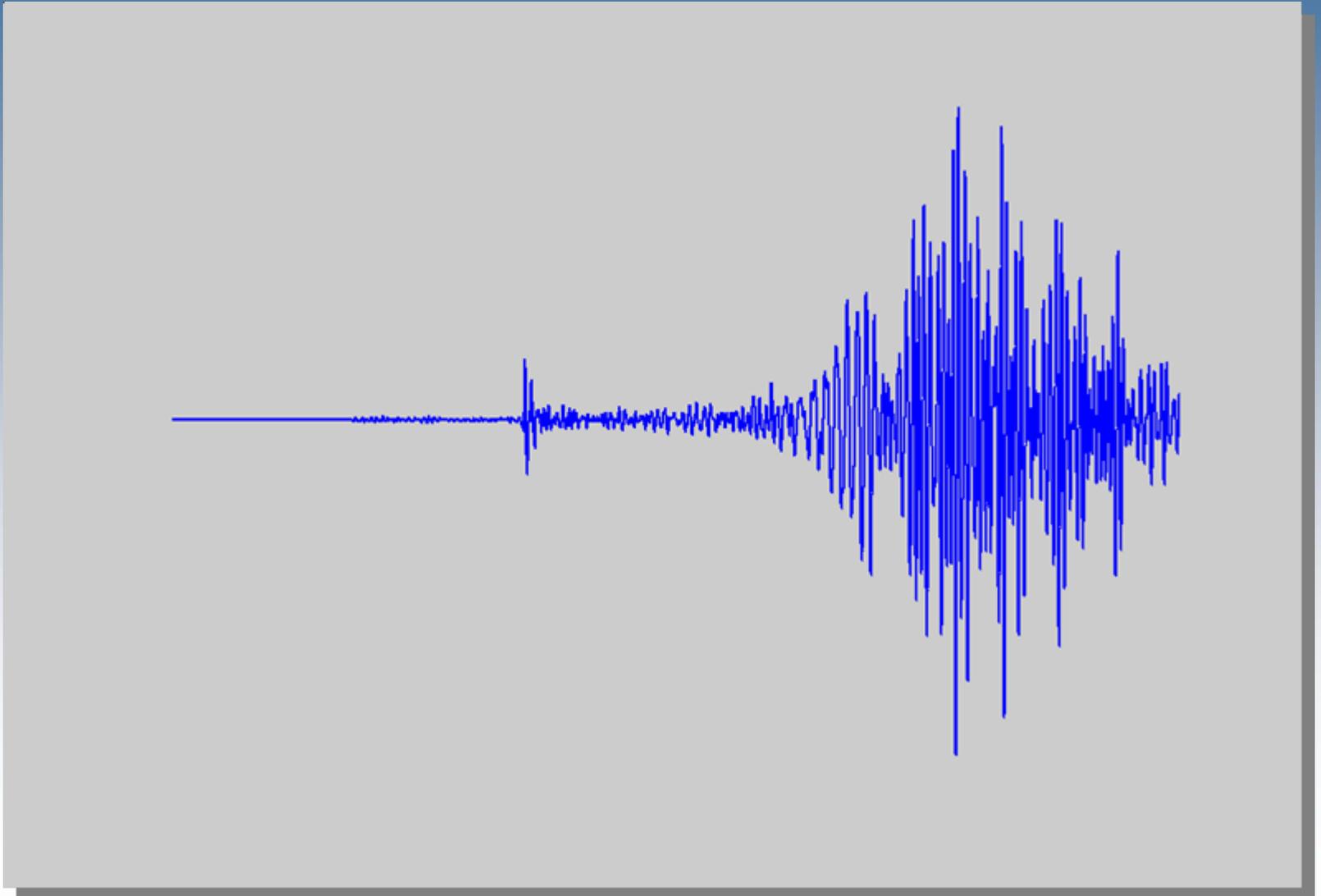
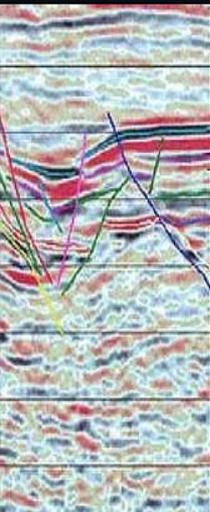
Love waves

Lovewellen - transversal polarisiert - Überlagerung von SH wellen in einem geschichteten Medium

Love-Welle



Fernbeben M8.3, Japan



Seismische Geschwindigkeiten

Die **Geschwindigkeit seismischer Wellen v** hängt - zusätzlich zu den Lamé Parametern und der Dichte - auch von folgendem ab:

- Gesteinsart (Sediment, magmatisches, metamorphes, vulkanisches)
- Porosität
- Druck und Temperatur
- Inhalt der Poren (Gas, Flüssigkeit)

$$v = \sqrt{\frac{\text{Elastische Module}}{\text{Dichte}}}$$

P-Wellen

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

S-Wellen

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Seismische Geschwindigkeiten

P-Wellen

Material	V_p (km/s)
unverfestigtes Material	
Sand (trocken)	0.2-1.0
Sand (feucht)	1.5-2.0
Sedimente	
Sandstein	2.0-6.0
Kalkstein	2.0-6.0
magmatische Gesteine	
Granit	5.5-6.0
Gabbro	6.5-8.5
Poren Inhalte	
Luft	0.3
Wasser	1.4-1.5
Öl	1.3-1.4
andere Materialien	
Stahl	6.1
Beton	3.6

Seismische Geschwindigkeiten

Scherwellen

Die Beziehung zwischen P-Wellen und S-Wellen kann oft mit dem v_p/v_s Verhältnis oder Poissonverhältnis berechnet werden.

Eine gebräuchliche Annahme für Krustengesteine ist:

$$v_p/v_s = \text{sqrt}(3) \sim 1.7$$

Dies entspricht einem Poissonverhältnis σ von:

$$\sigma = 0.25 \quad \frac{v_p}{v_s} = \left[\frac{2(1-\sigma)}{(1-2\sigma)} \right]^{1/2}$$

zu berechnen durch:

Flüssigkeiten oder Gase, die in Gesteinen enthalten sind, beeinflussen das v_p/v_s Verhältnis sehr stark, was eines der wichtigsten Diagnosemöglichkeiten der seismischen Exploration ist!

Seismische Geschwindigkeiten und Dichte

Porosität

Wir wollen nun den Effekt der Porosität Φ auf die seismische Geschwindigkeit und die Dichte bestimmen. Mit ρ_b der Wichte, ρ_f der Dichte der in den Poren enthaltenen Flüssigkeit, und ρ_m der Gesteinsmatrixdichte:

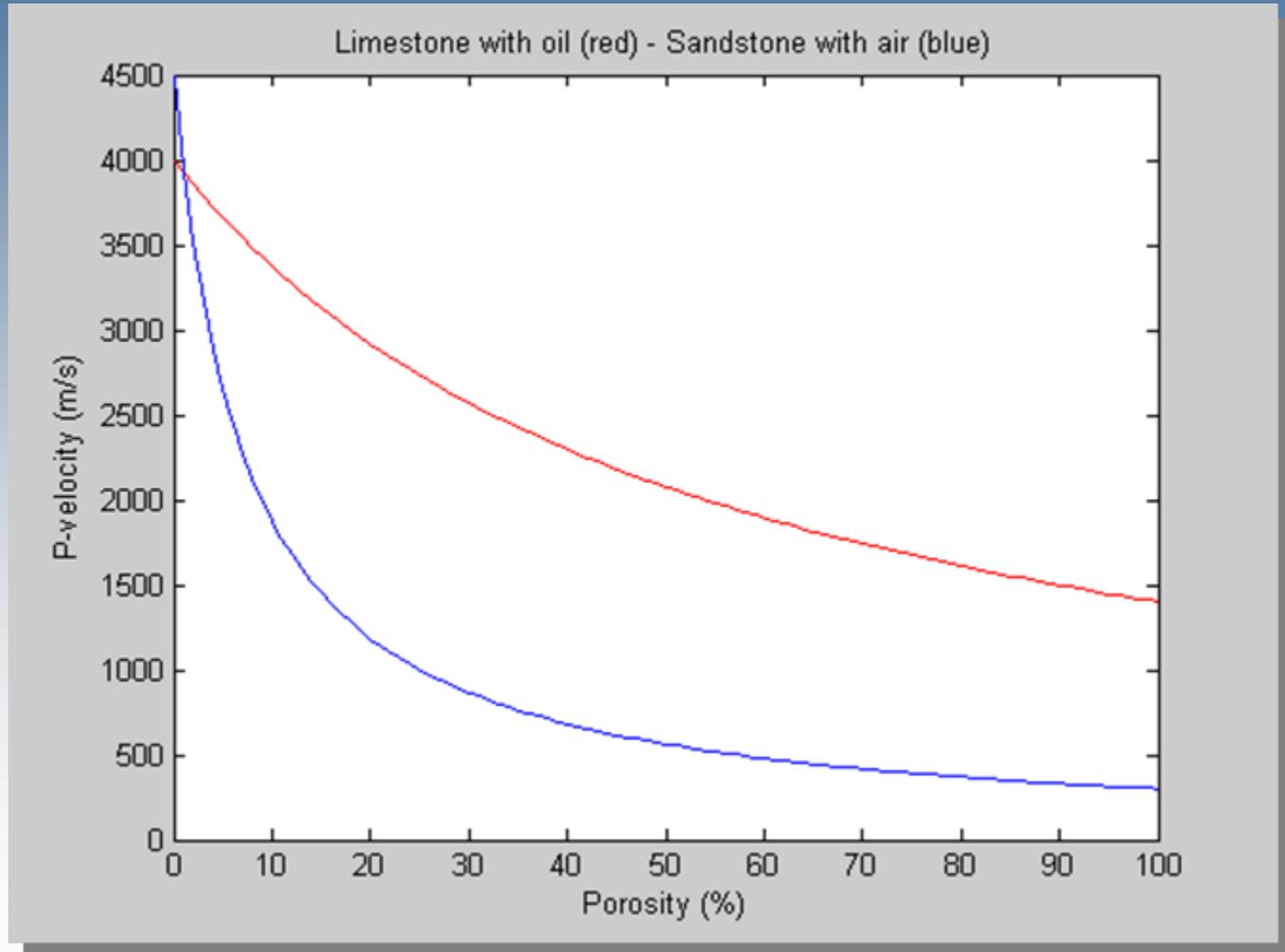
$$\rho_b = \rho_f \Phi + (1 - \Phi) \rho_m$$

... eine entsprechende Formel gibt es für die P-Geschwindigkeit

$$\frac{1}{v_b} = \frac{\Phi}{v_f} + \frac{(1 - \Phi)}{v_m}$$

Seismische Geschwindigkeiten und Dichte

Porosität



Dämpfung

Sich ausbreitende Wellen verlieren Energie aufgrund

- **geometrischer Divergenz**

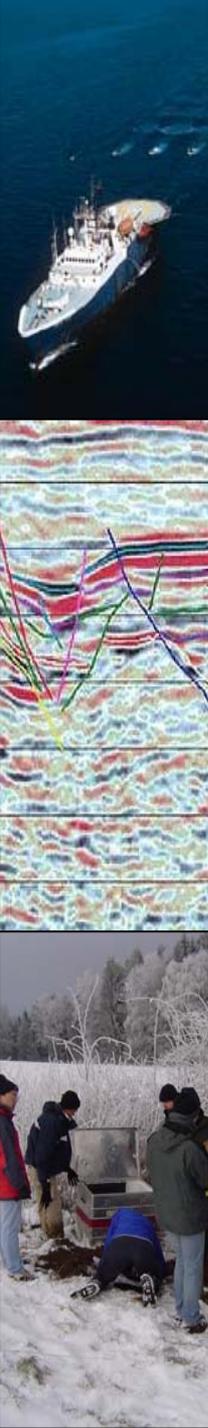
z.B. die Energie einer sphärischen Wellenfront, die von einer Punktquelle ausgeht, ist über die kugelförmige Oberfläche verteilt, die immer größer wird. Amplitudenabnahme **umgekehrt proportional** zur Distanz.

- **intrinsische Dämpfung**

Wellenausbreitung beinhaltet ein permanentes Wechseln zwischen potentieller- (Verschiebung) und kinetischer- Energie (Geschwindigkeit). Dieser Prozess ist nicht komplett reversibel. Es gibt einen Energieverlust aufgrund von Wärmeentwicklung (durch Scherung) an den Korngrenzen, Mineralübergänge etc.

- **Streudämpfung**

Bei Durchlaufen von Materialänderungen wird die Energie eines Wellenfeldes in verschiedene Phasen gestreut. Abhängig von den Materialeigenschaften führt dies zu Amplitudenabfall und Dispersionseffekten.



Geometrische Divergenz

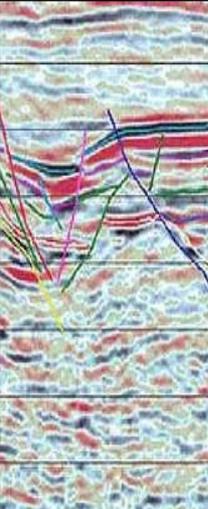
Verlust der Wellenfront-
amplitude/energie bei
sphärischen Wellen:

- **Energie**

Der Verlust ist proportional zu $1/r^2$

- **Amplitude**

Der Verlust ist proportional zu $1/r$



Dämpfung / Attenuation Q

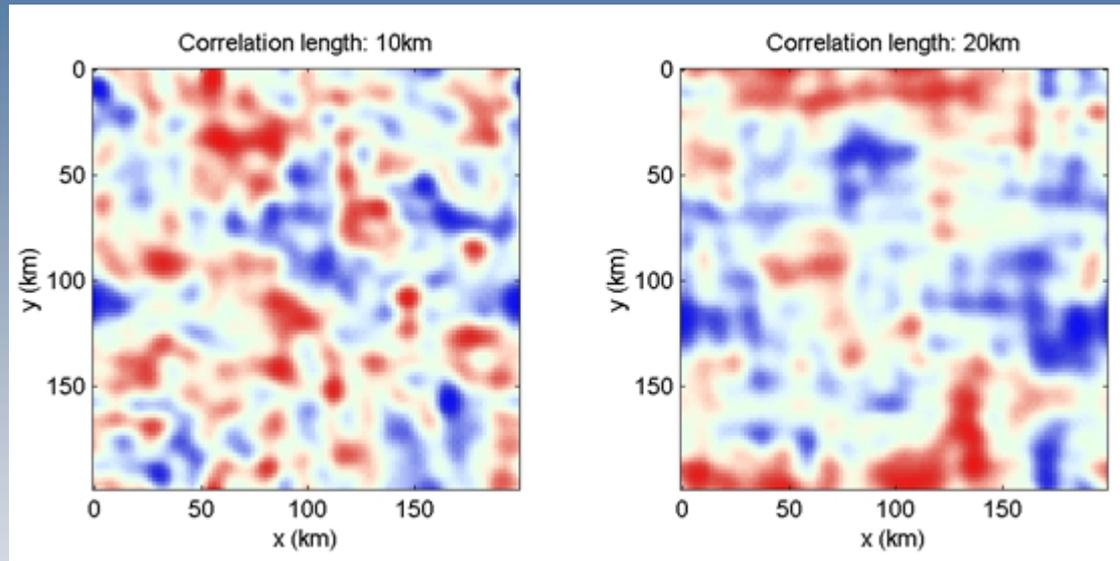
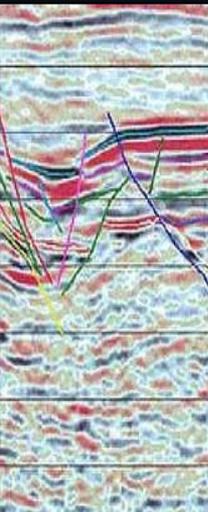
Die Dämpfung seismischer Wellen wird normalerweise durch den **Q-Faktor** angegeben. Q ist der Energieverlust pro Wellenzyklus. Für P- und S- Wellen ist Q normalerweise unterschiedlich.
- Warum?

$$A(x) = A_0 e^{-\frac{\omega x}{2cQ}}$$

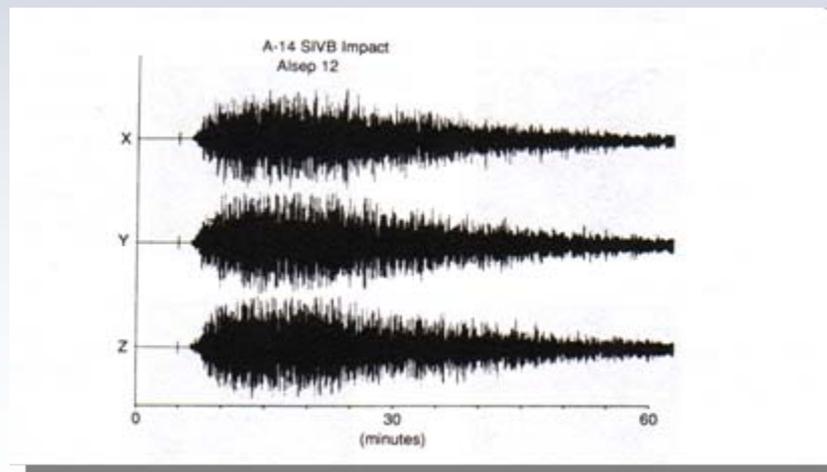
$A(x)$ ist die Amplitude der Welle, geschrieben als Funktion des Abstands zur Quelle x , der Kreisfrequenz ω , Ausbreitungsgeschwindigkeit c und Q .

Gesteins Art	Q_p	Q_s
Schiefer	30	10
Sandstein	58	31
Granite	250	70-250
Peridotite	650	280
Midmantle	360	200
Lowermantle	1200	520
Outer Core	8000	0

Streuung

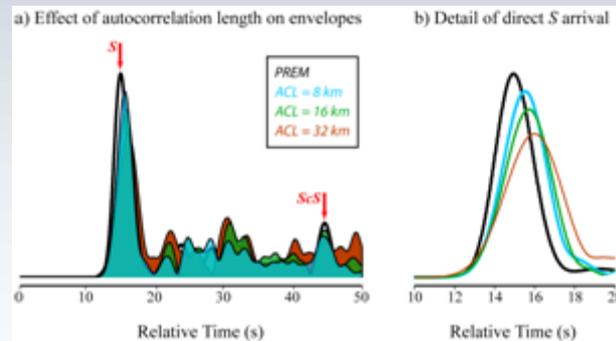
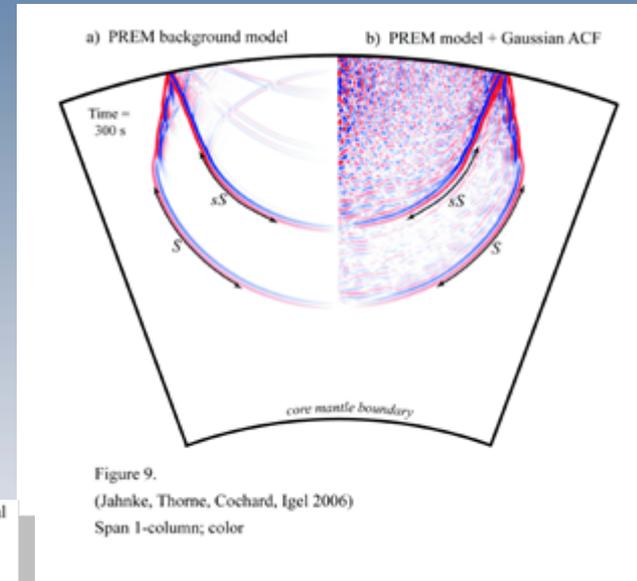
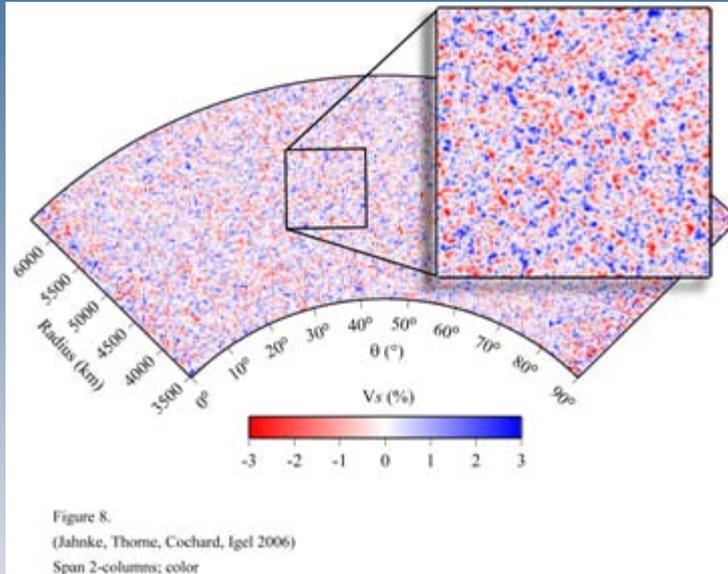


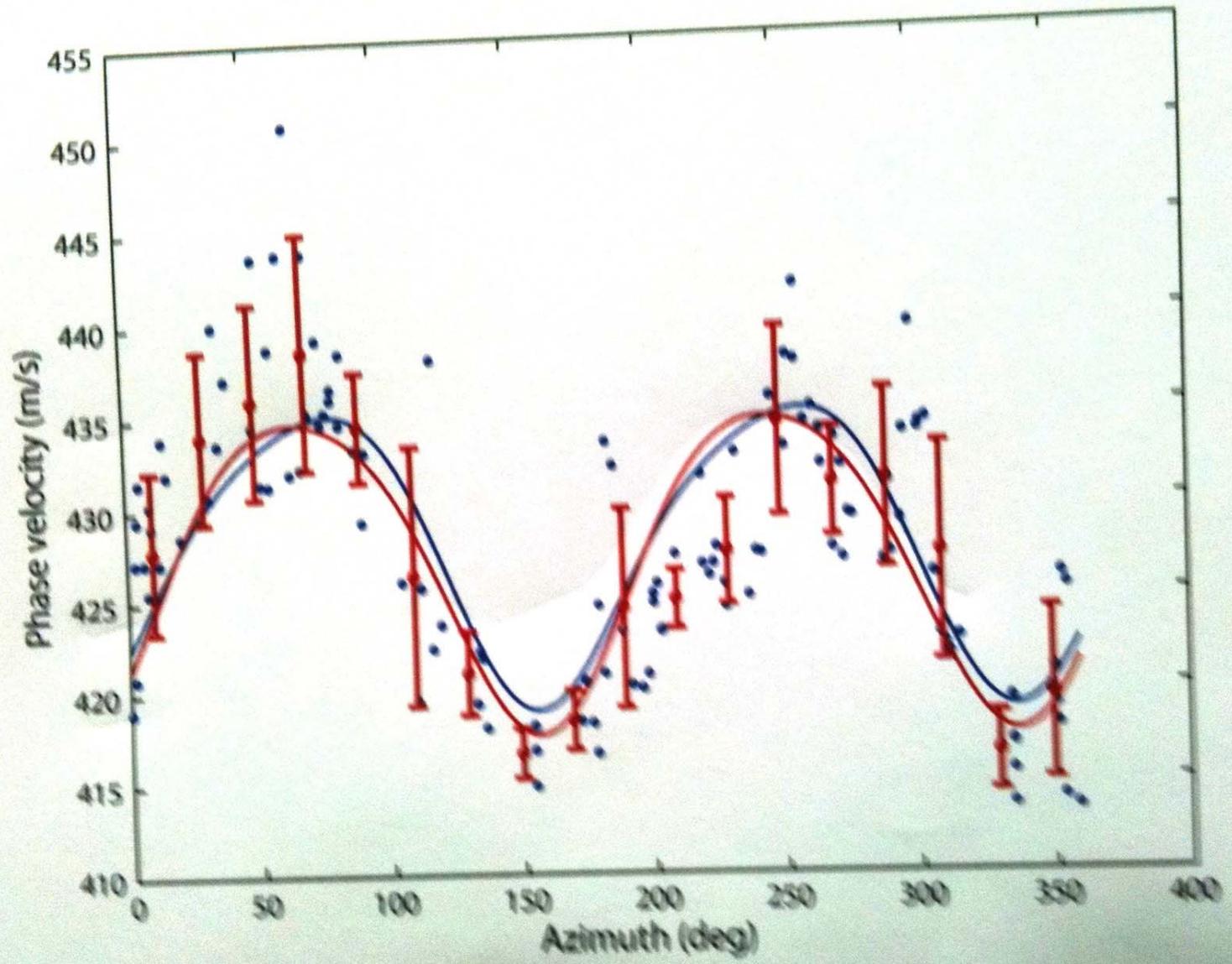
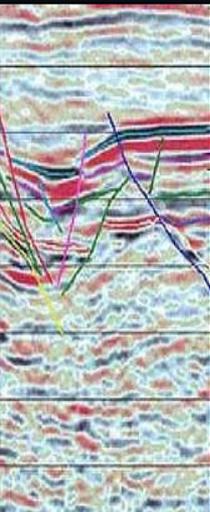
Random
velocity
model



Seismogramme
vom Mond

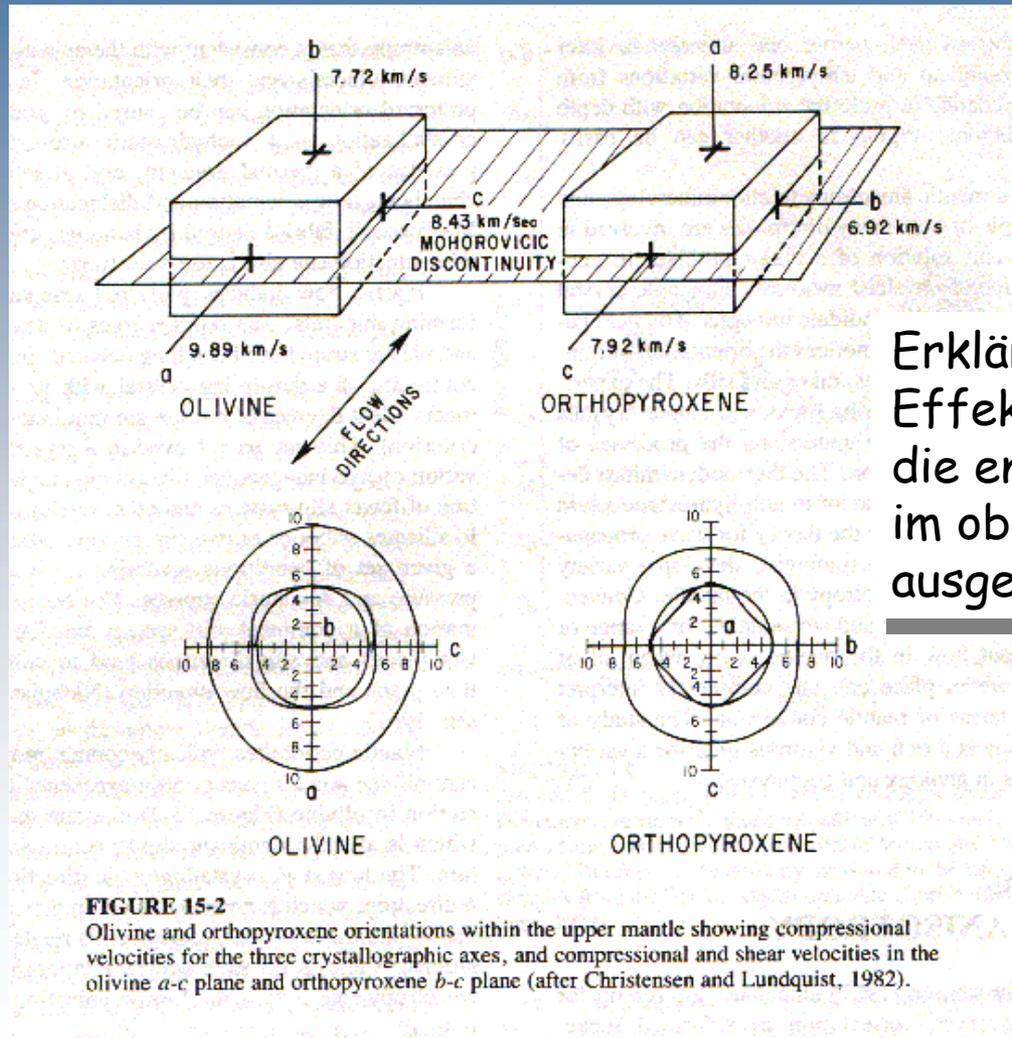
Streuung im Mantel





samples from the Bay of Islands ophiolite (Christensen and Salisbury, 1979).

Elastische Anisotropie - Olivin

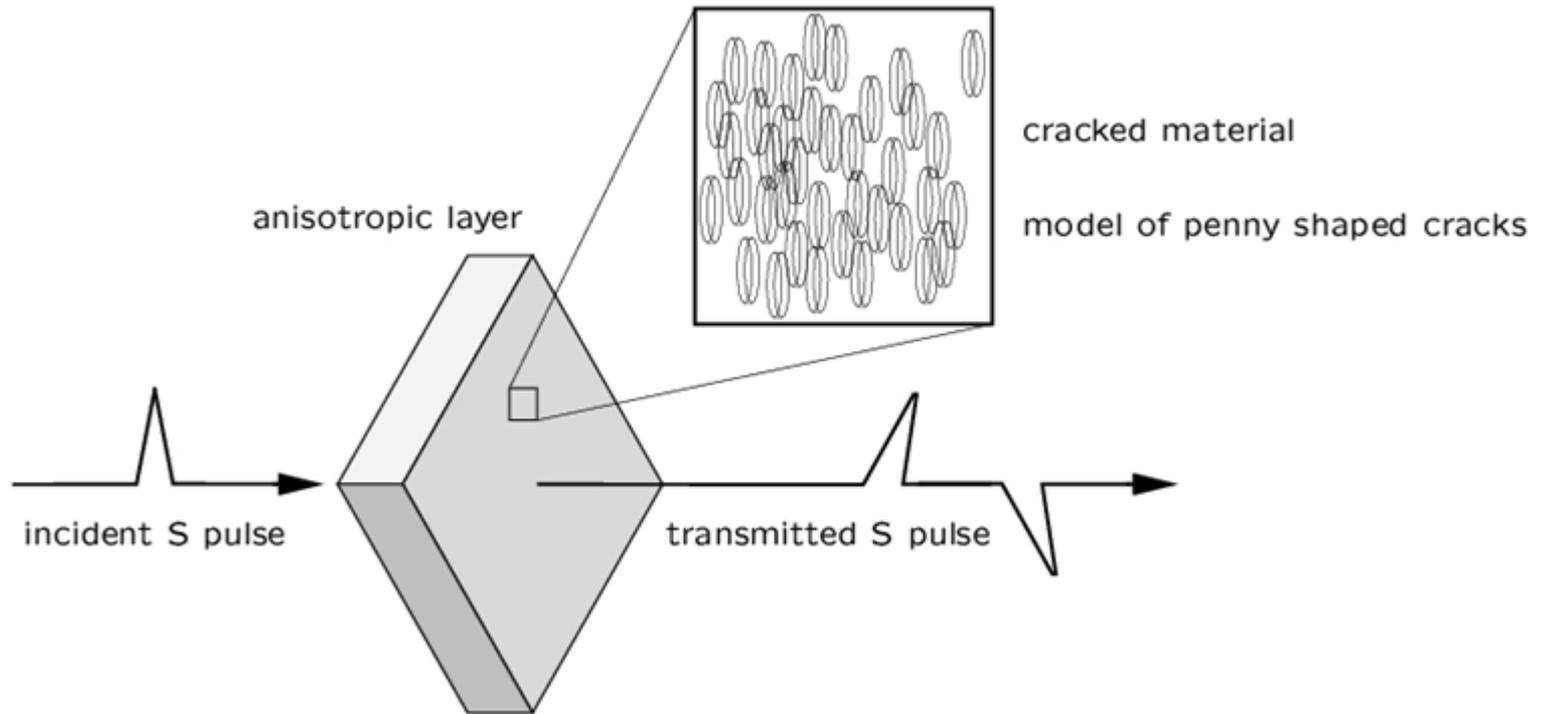


Erklärung der beobachteten Effekte mit Olivin Kristallen, die entlang der Flußrichtung im oberen Mantel ausgerichtet sind.

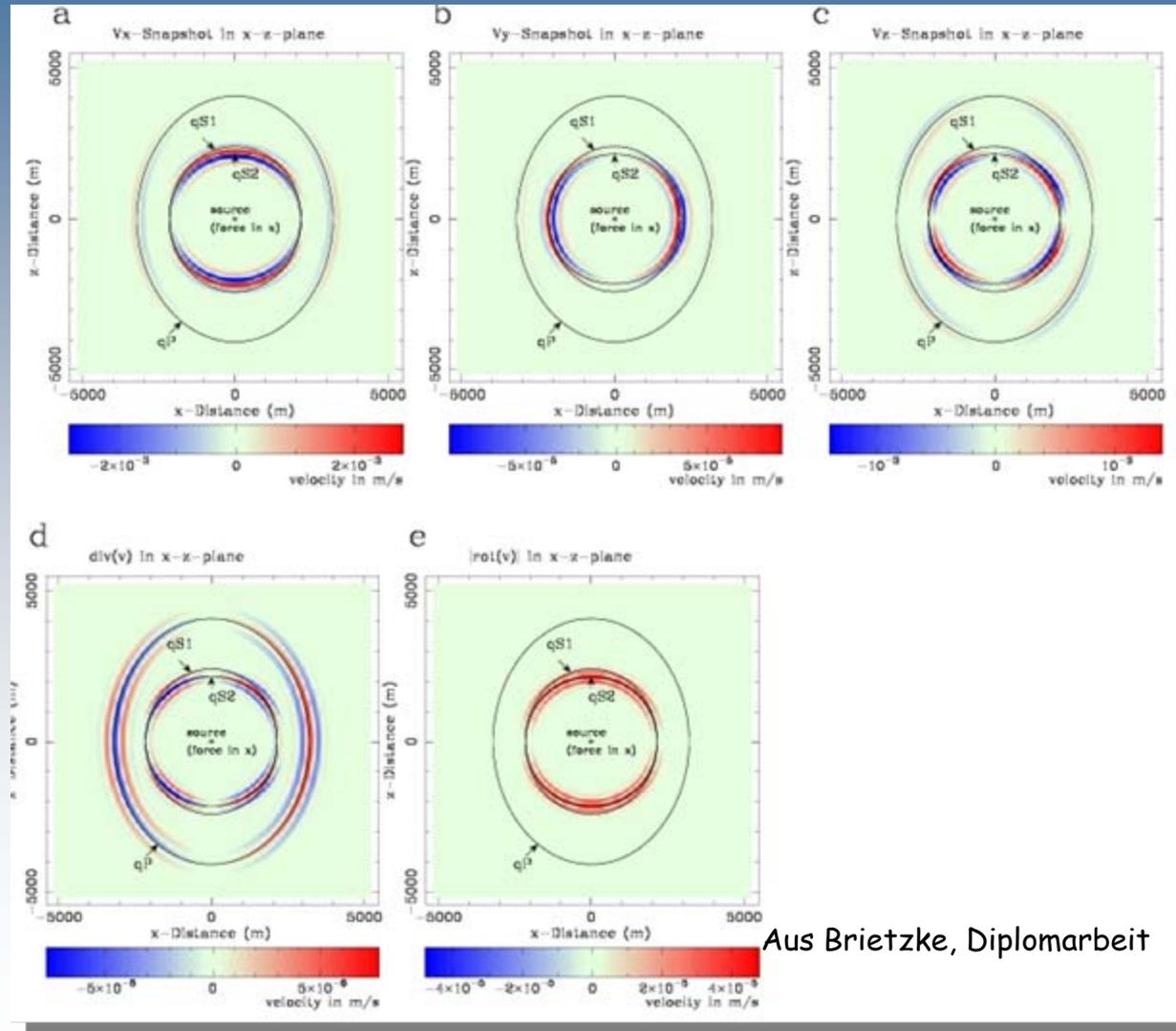
FIGURE 15-2

Olivine and orthopyroxene orientations within the upper mantle showing compressional velocities for the three crystallographic axes, and compressional and shear velocities in the olivine *a-c* plane and orthopyroxene *b-c* plane (after Christensen and Lundquist, 1982).

Scherwellen-Doppelbrechung

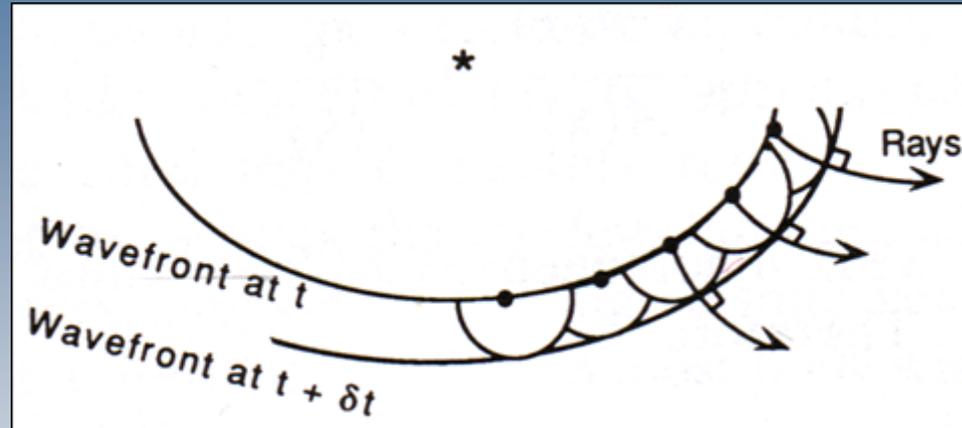


Anisotrope Wellenfronten



Aus Brietzke, Diplomarbeit

Seismische Strahlen



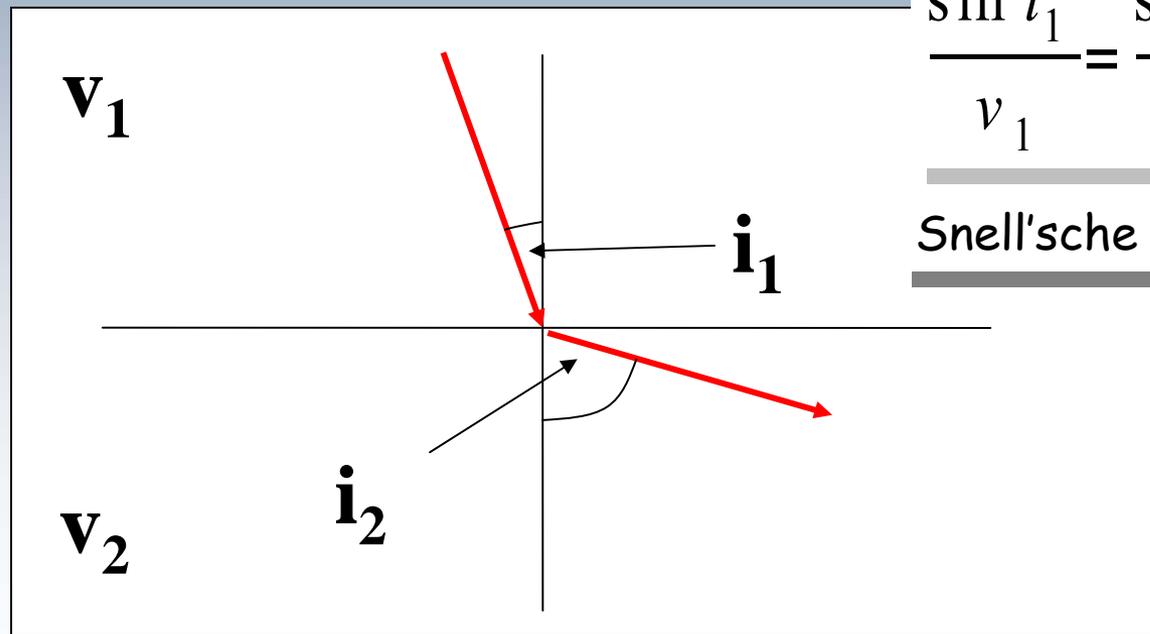
Huygens Gesetz besagt, dass jeder Punkt der Wellenfront selbst als Punktquelle anzusehen ist. Die Tangenten dieser ausbreitenden Wellen bilden die Wellenfront. Strahlen sind Trajektorien **senkrecht zu den Wellenfronten**.

Fermat'sches Prinzip und Snell'sches Gesetz Strahlen

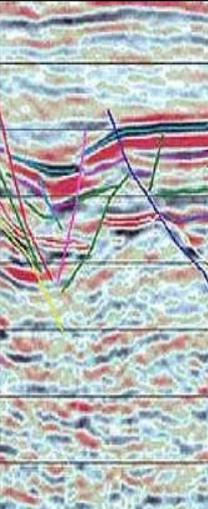
Das **Fermat'sche Prinzip** beschreibt den Weg eines Strahls. Der Strahl wird den Weg wählen, auf dem er ein Minimum an Zeit benötigt. Aus dem Fermat'schen Prinzip folgt direkt das **Snell'sche Gesetz**

$$\frac{\sin i_1}{v_1} = \frac{\sin i_2}{v_2}$$

Snell'sche Gesetz



$$v_2 > v_1$$



Reflektion und Transmission an Grenzflächen vertikale Einstrahlung

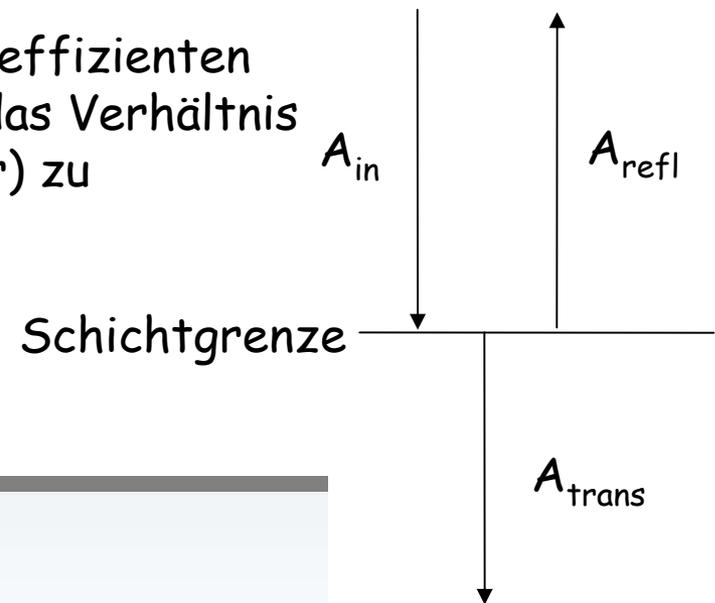
Ein wichtiger Begriff für die seismische Reflektion ist die **Impedanz**. Es ist das Produkt der Dichte ρ und der P-Wellen- (bzw. S-Wellen-) Geschwindigkeit $v_{P/S}$. Sie ist definiert als:

$$Z = \rho * v_p$$

Die Reflektion- (Transmission-) Koeffizienten am Übergang sind gegeben durch das Verhältnis von reflektierter (transmittierter) zu einstrahlender Wellenamplitude.

$$R = A_{\text{refl}} / A_{\text{in}}$$

$$T = A_{\text{trans}} / A_{\text{in}}$$



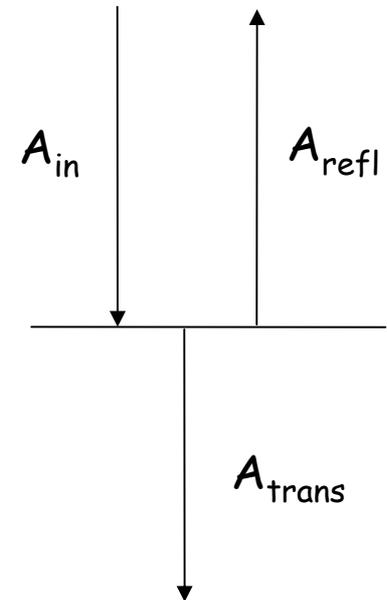
Reflektion und Transmission an Grenzflächen vertikale Einstrahlung

Für normale (vertikale) Einstrahlung ist der **Reflektionskoeffizient** gegeben als:

$$R = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

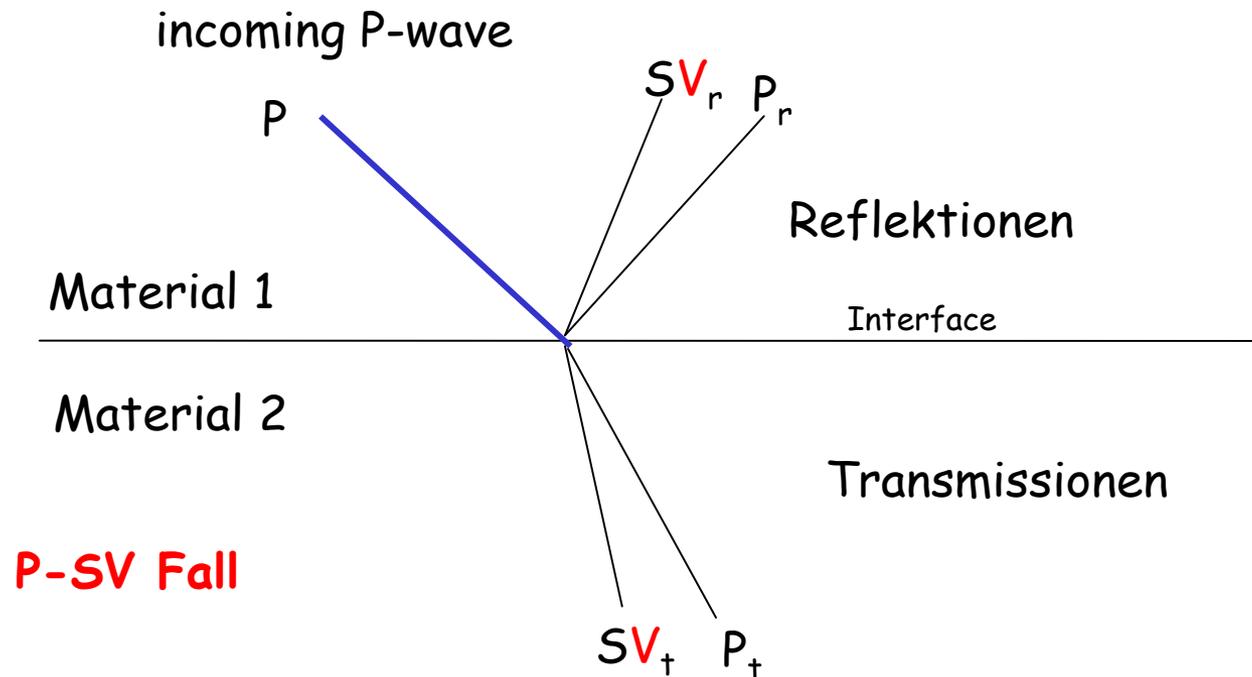
der **Transmissionskoeffizient** als:

$$T = \frac{2\rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} = \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1}$$



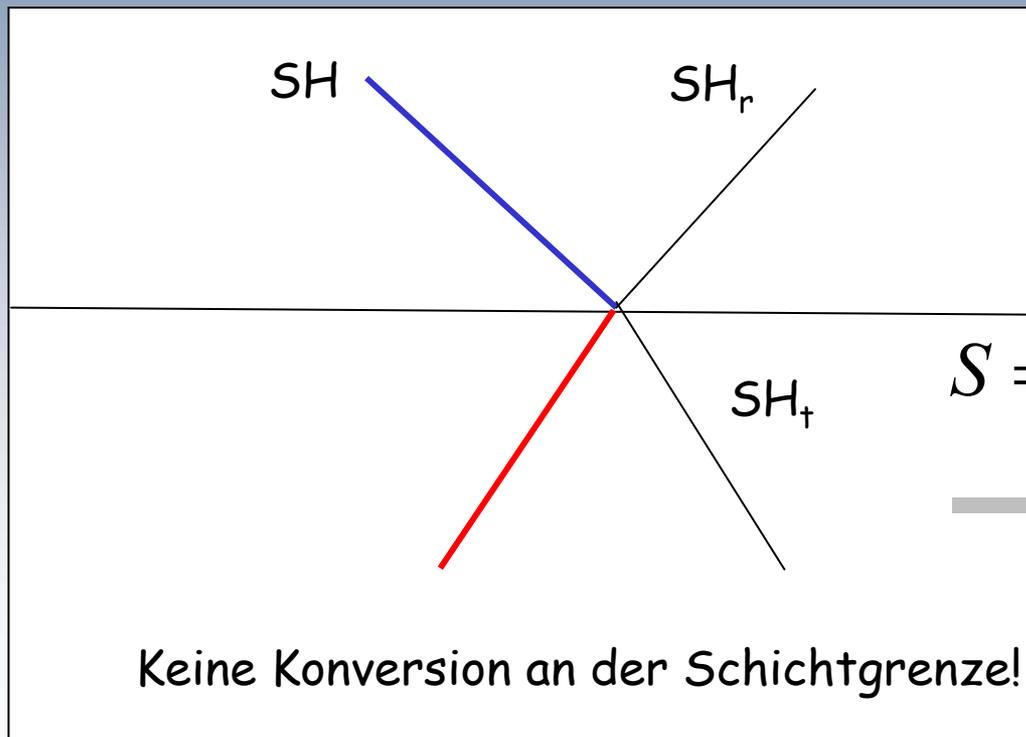
Reflektion und Transmission an Grenzflächen beliebige Einstrahlung - Umwandlung

P-Wellen können in S-Wellen **umgewandelt/ konvertiert** werden, und umgekehrt. Dies bringt ein ziemlich komplexes Verhalten der Wellenamplituden und Wellenformen an Übergängen mit sich. Dieses Verhalten kann dazu benutzt werden die Eigenschaften des Materielübergangs zu bestimmen.



SH-Wellenausbreitung

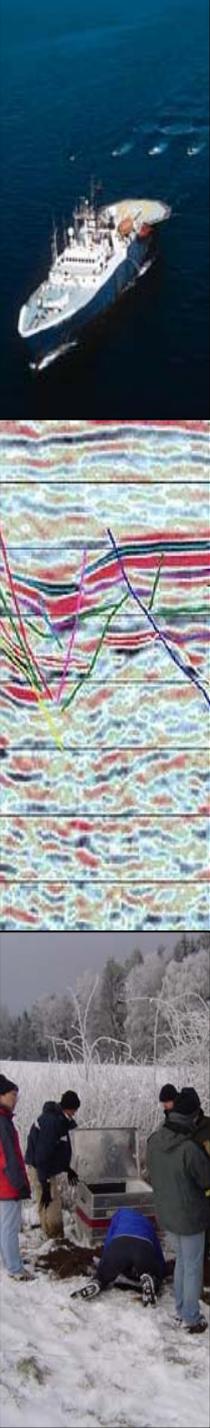
In geschichteten Medien breiten sich SH Wellen **unabhängig von P- und SV-Wellen** aus. Polarisation senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und senkrecht zur Ebene durch Quelle und Empfänger.



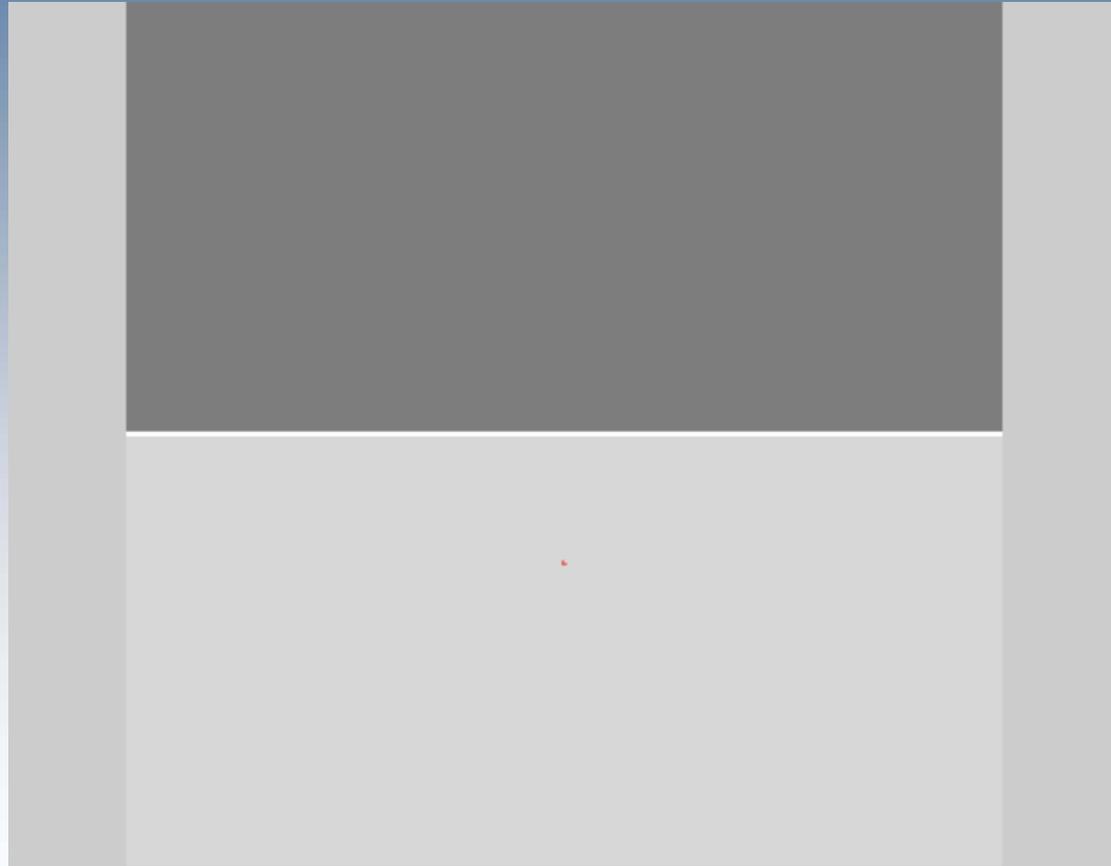
$$S = \begin{pmatrix} S_u S_d & S_u S_d \\ S_u S_d & S_u S_d \end{pmatrix}$$

Streumatrix

Snapshots und Seismogramme: homogenes Medium



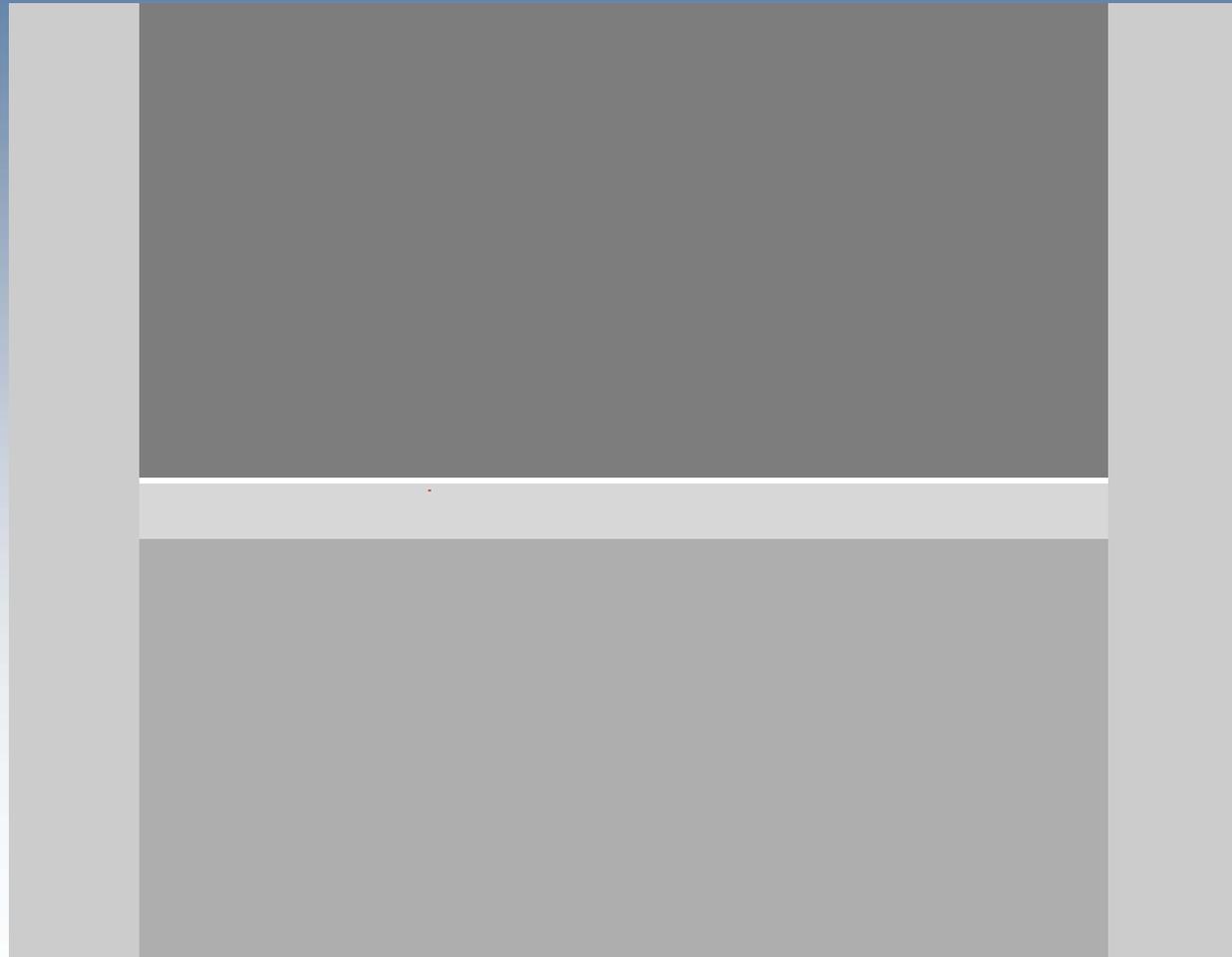
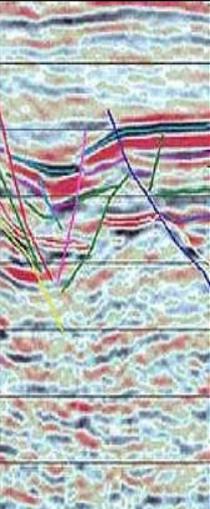
Zeit
Raum



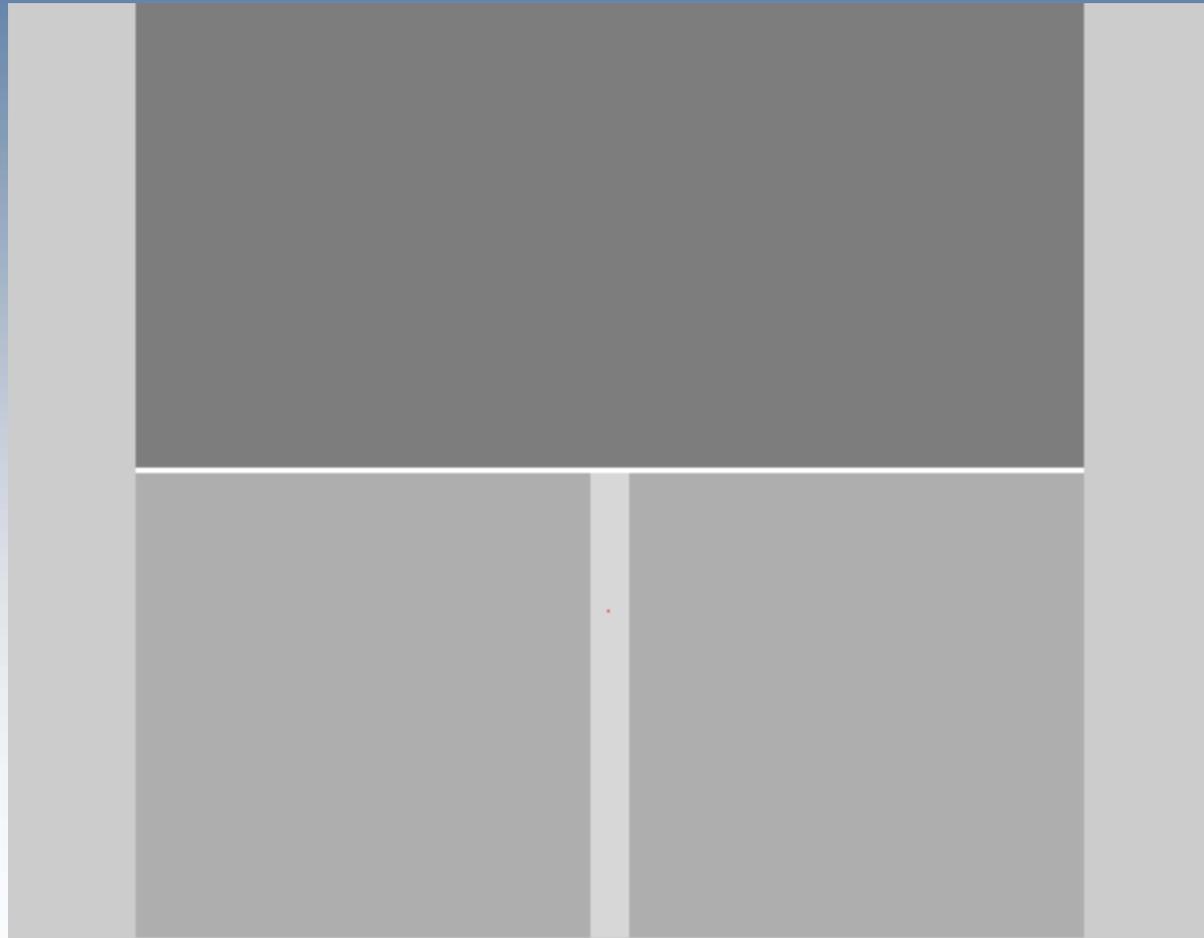
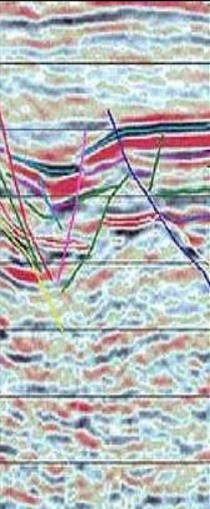
Seismogramme

Snapshots

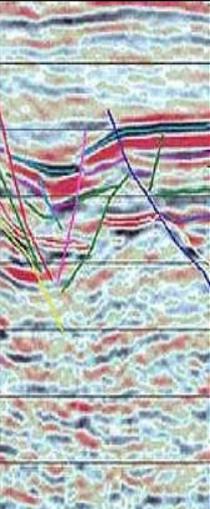
Snapshots und Seismogramme: Niedriggeschwindigkeitsschicht



Snapshots und Seismogramme: Störungszone (Verwerfung)



Snapshots und Seismogramme: Punktstreuung

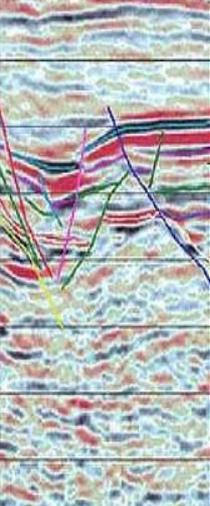


Ray Paths in the Earth - Names

P	P waves
S	S waves
small p	depth phases (P)
small s	depth phases (S)
c	Reflection from CMB
K	wave inside core
i	Reflection from Inner core boundary
I	wave through inner core
diff	diffractions at CMB

Examples:

PcP, pPcS, SKS, PKKKP, PKiKP, PKIKP, sSS, pSSS, sPcS, etc.



Wavefields in the Earth: SH waves

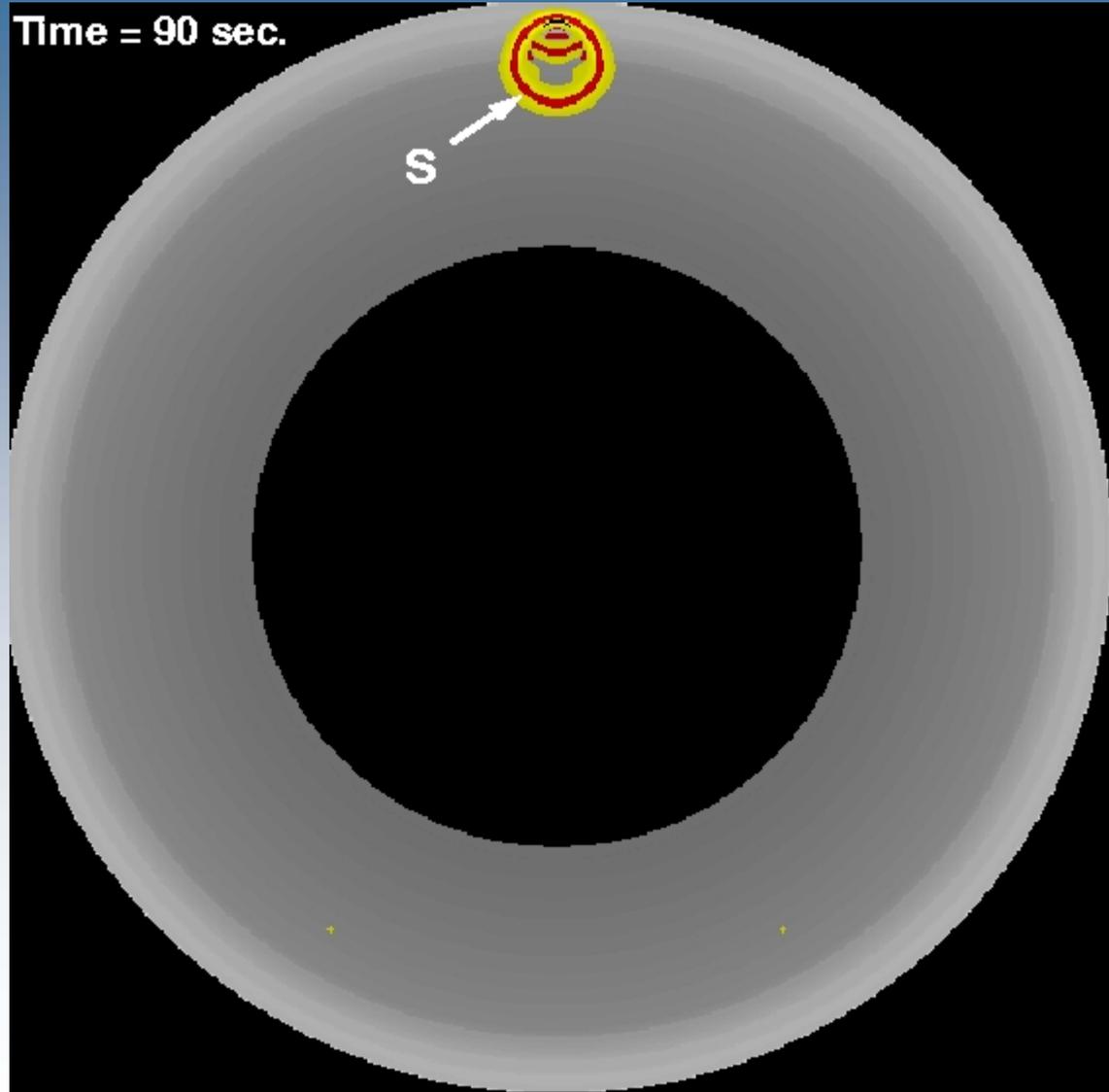


Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

Wavefield for earthquake at 600km depth.



Time = 90 sec.



Wavefields in the Earth: SH waves

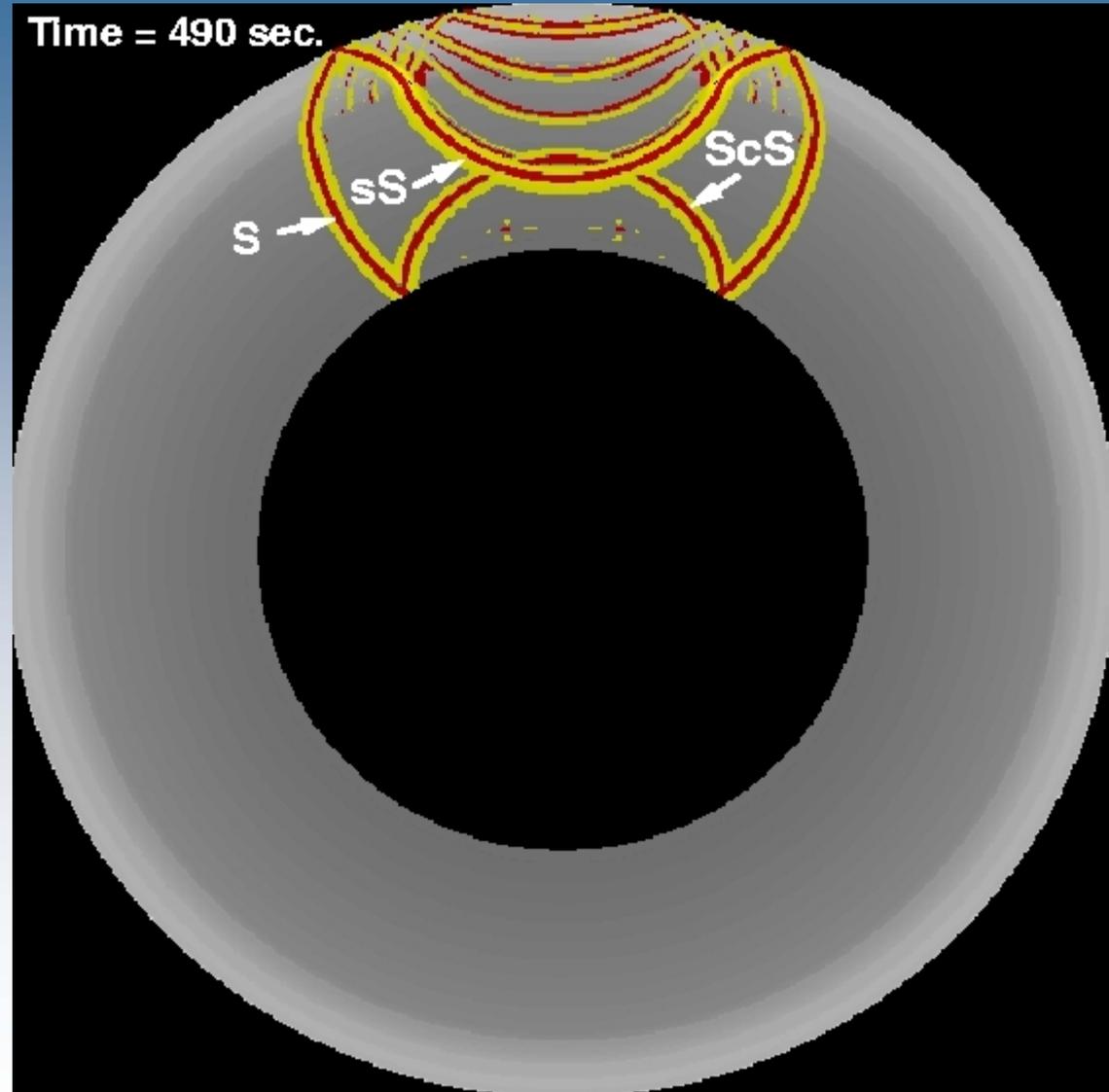


Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

Wavefield for earthquake at 600km depth.



Time = 490 sec.

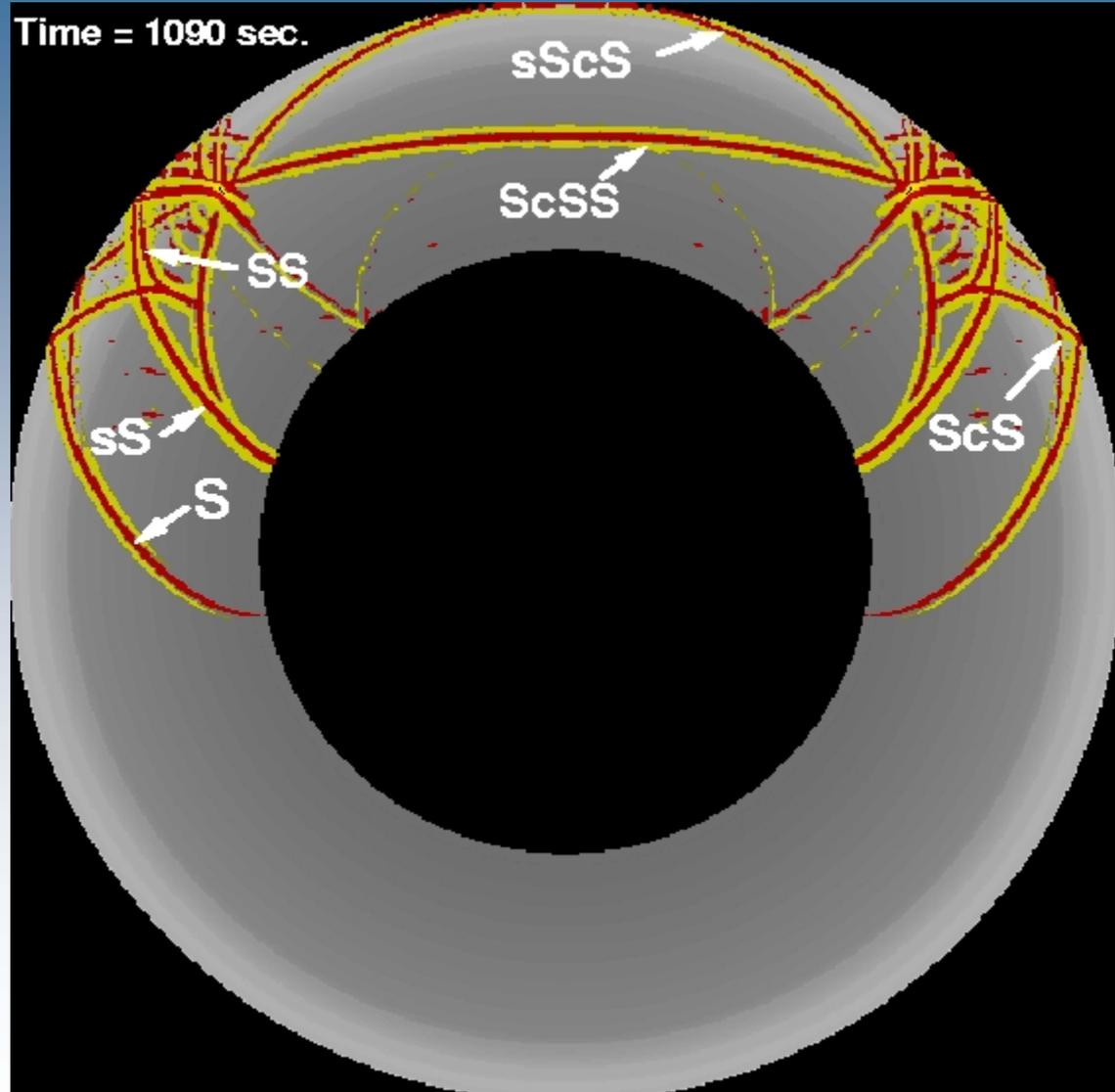


Wavefields in the Earth: SH waves



Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

Wavefield for earthquake at 600km depth.

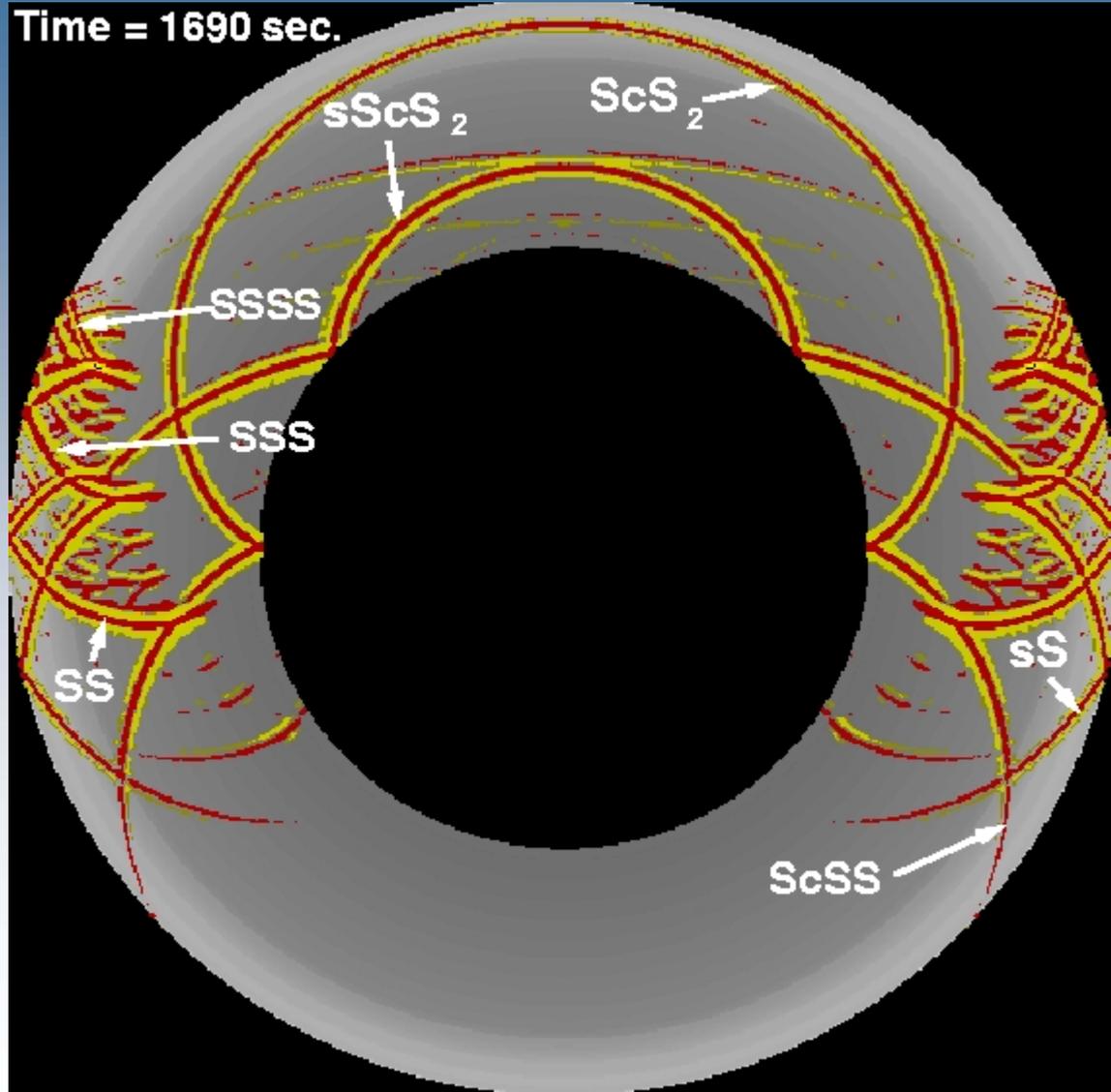


Wavefields in the Earth: SH waves

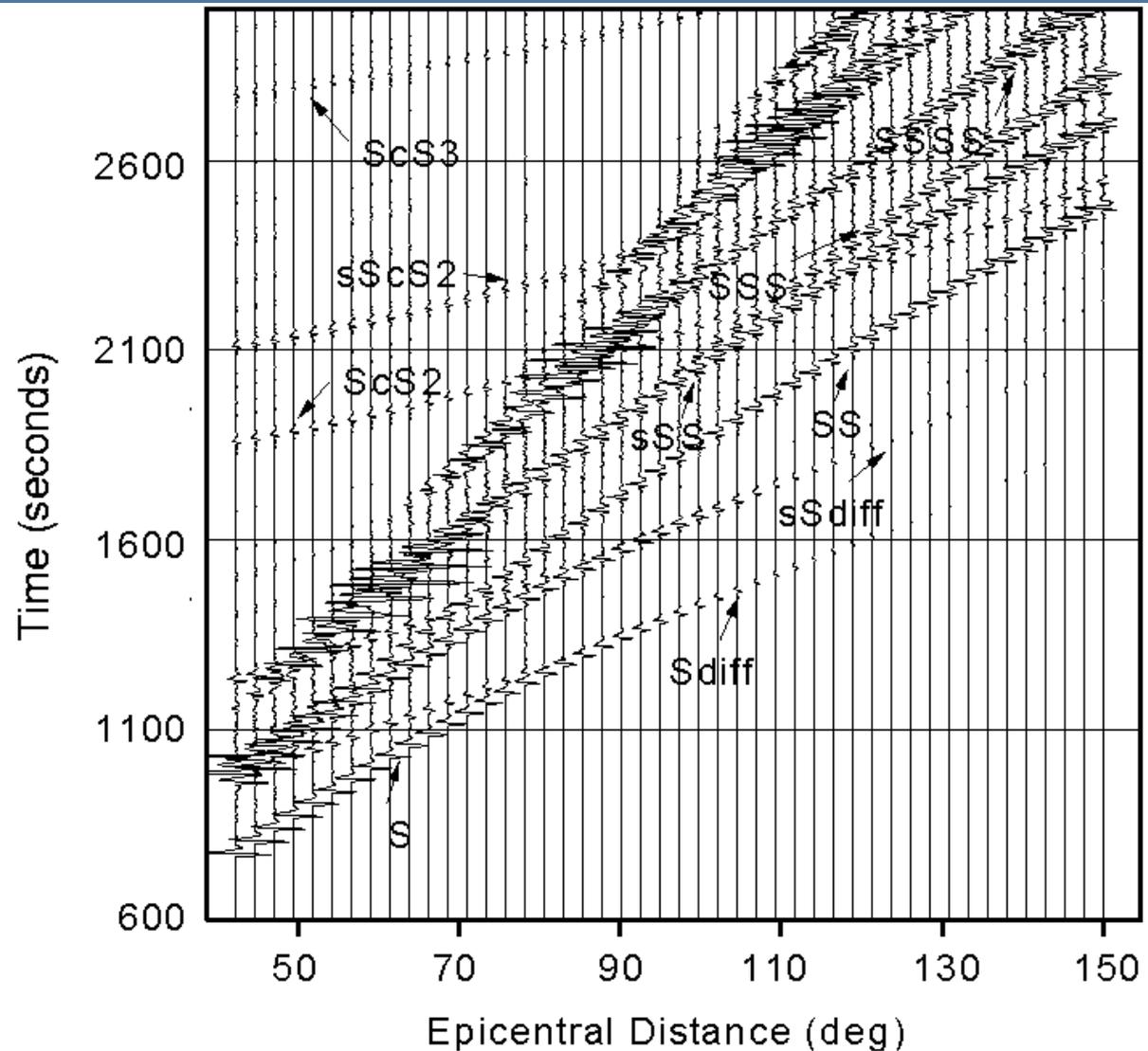


Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

Wavefield for earthquake at 600km depth.

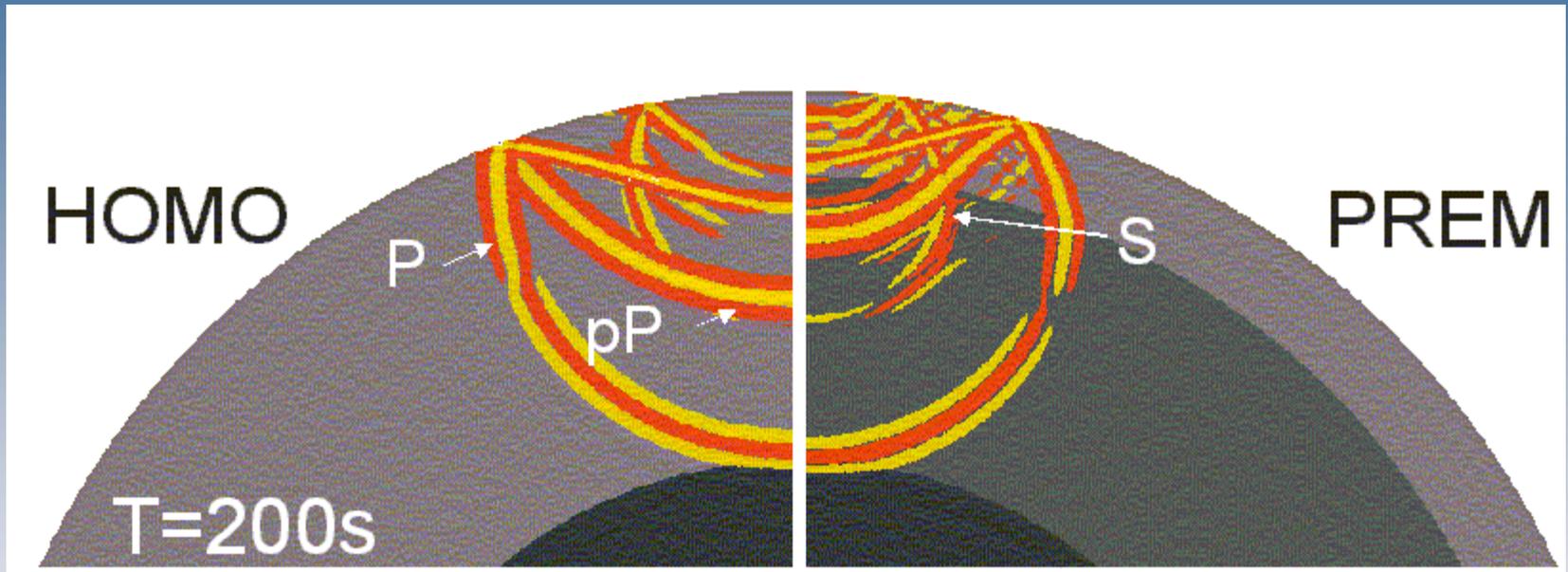


SH waves: seismograms



SH-seismograms
for a source at
600km depth

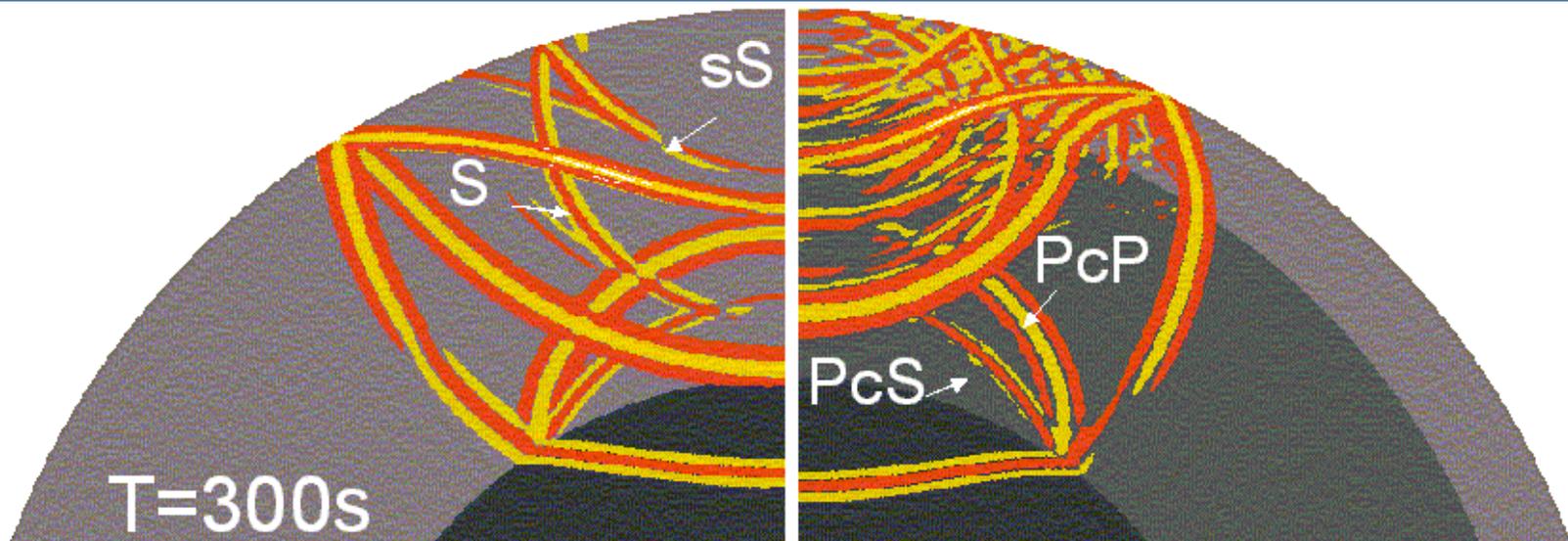
Wavefields in the Earth: P-SV waves



Red and yellow color denote positive and negative vertical displacement, respectively. Left: homogeneous mantle, right: realistic spherically symmetric model (Preliminary Reference Earth Model, PREM)

Wavefield for explosion at 600km depth.

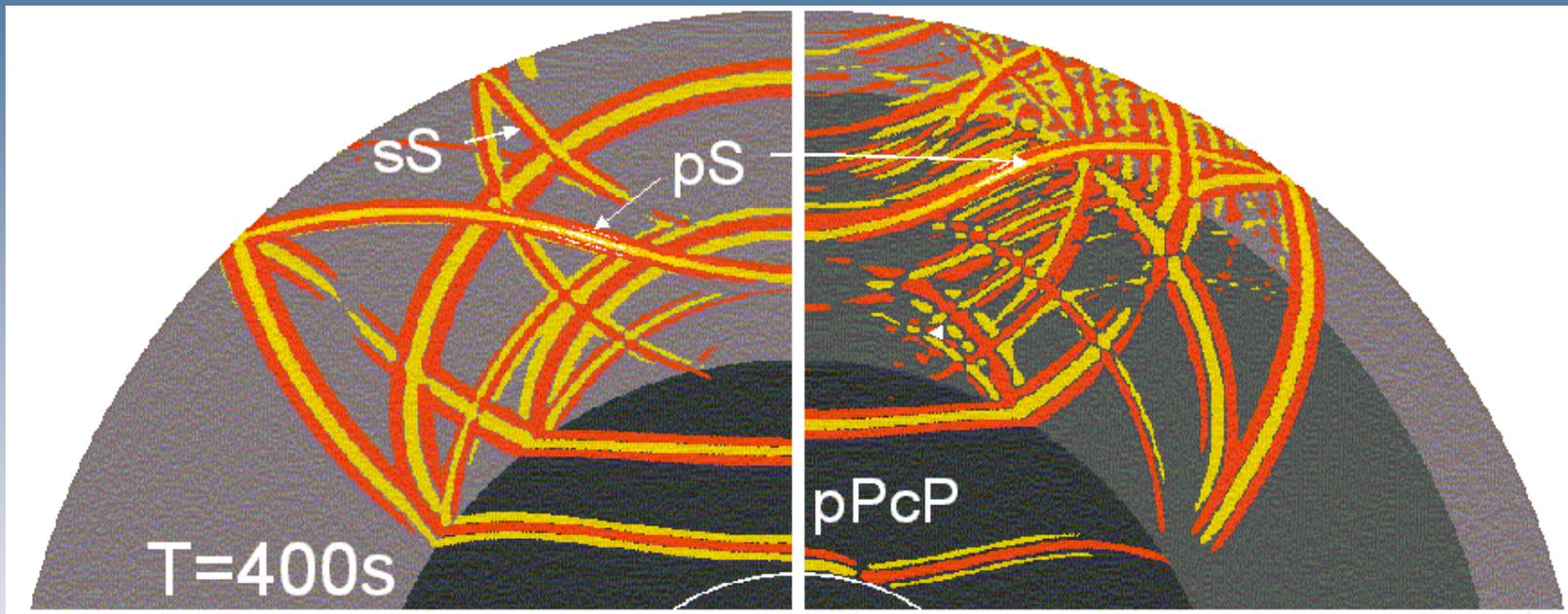
Wavefields in the Earth: P-SV waves



Red and yellow color denote positive and negative vertical displacement, respectively. Left: homogeneous mantle, right: realistic spherically symmetric model (Preliminary Reference Earth Model, PREM)

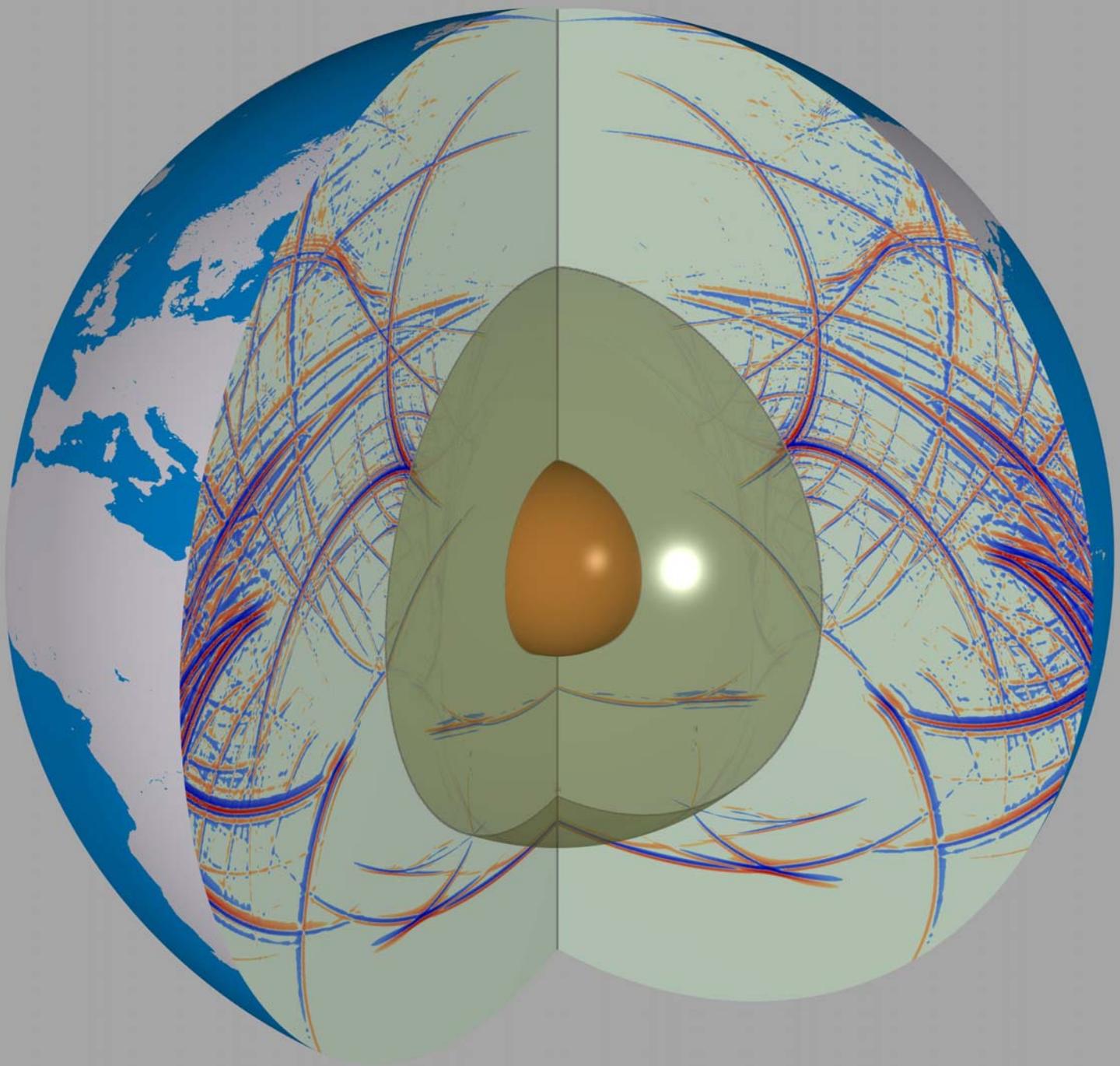
Wavefield for explosion at 600km depth.

Wavefields in the Earth: P-SV waves



Red and yellow color denote positive and negative vertical displacement, respectively. Left: homogeneous mantle, right: realistic spherically symmetric model (Preliminary Reference Earth Model, PREM)

Wavefield for explosion at 600km depth.



Seismische Quellen

Seismische Quellen:

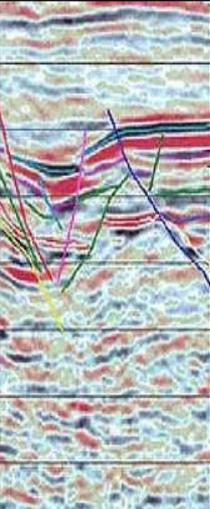
- Erzeugen von genügend Energie im gewünschten Frequenzband
- Energie soll konzentriert auf einen bestimmten Wellentyp sein (P oder S)
- Wiederholbare Quelle
- Sicher, effizient, für die Umwelt erträglich

Typische Quellen sind:

- **Sprengungen** (z.B. in Bohrlöchern oder in Gewässern)
- **Vibroseis®**
- **Druckluftkanonen** (Marine Seismik)

Seismometer

- **Seismometer** messen die drei Komponenten der Bodenbewegung. (normalerweise die Geschwindigkeiten oder Beschleunigungen des Bodens).
- **Hydrophone** werden in der marinen Seismik benutzt und messen Druck.
- **OBSs** (ocean bottom seismometers) sind oft Kombinationen aus Hydrophonen und Seismometern (Meeresboden)



Zusammenfassung

- Seismische Wellen breiten sich in der Erde aufgrund der **elastischen** Eigenschaften des Mediums aus.
- Für die seismische Exploration sind die wichtigsten Wellentypen die **P- und S-Wellen**.
- Wellen werden an internen Übergängen **reflektiert und transmittiert**, **Konversion** von P nach S und S nach P ist möglich. In geschichteten Medien unterscheidet man **P-SV** und **SH-Fall**.
- **Seismische Wellengeschwindigkeiten** sind wichtig zur Bestimmung von Gesteinsarten und Variationen der Lithologie
- Wellengeschwindigkeiten sind beeinflusst durch **Dichte, Gesteinsart, Porosität, Poreninhalt, anisotrope Strukturen**
- Seismische Wellen verlieren Energie durch **geometrische Divergenz, Absorption und Streuung**