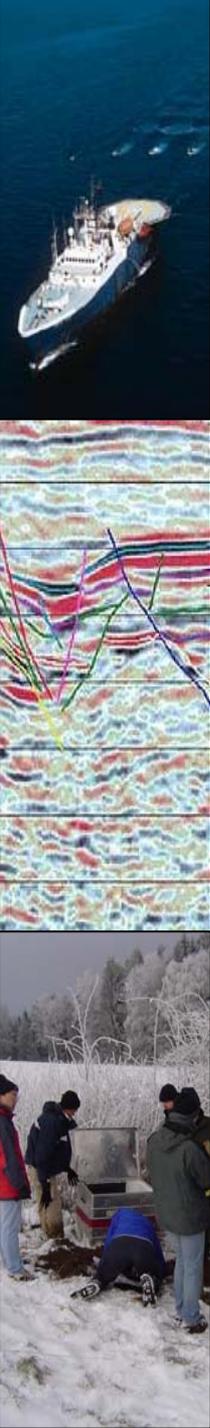


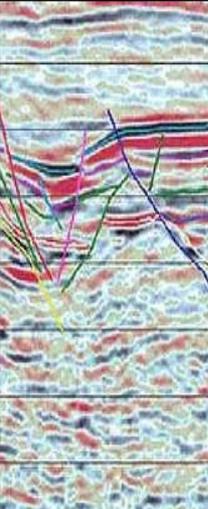
# Datenverarbeitung in der Geophysik

- **Digitalisierung, Diskretisierung**
  - Sampling rate, Taktfrequenz
  - zeitliche, räumliche Frequenzen
  - Datenvolumen
- **Spektralanalyse**
  - Fourier Analyse
  - Sampling, Abtastrate
  - Raum- und Zeitspektren
- **Wellenform Bearbeitung**
  - Konvolution (Faltung)
  - Dekonvolution
  - Korrelation
  - Digitale Filterung
- **Dynamic Range**

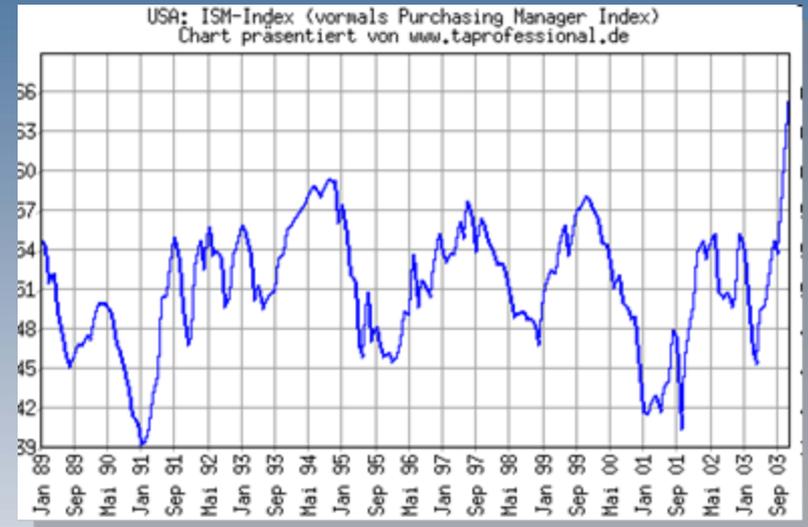
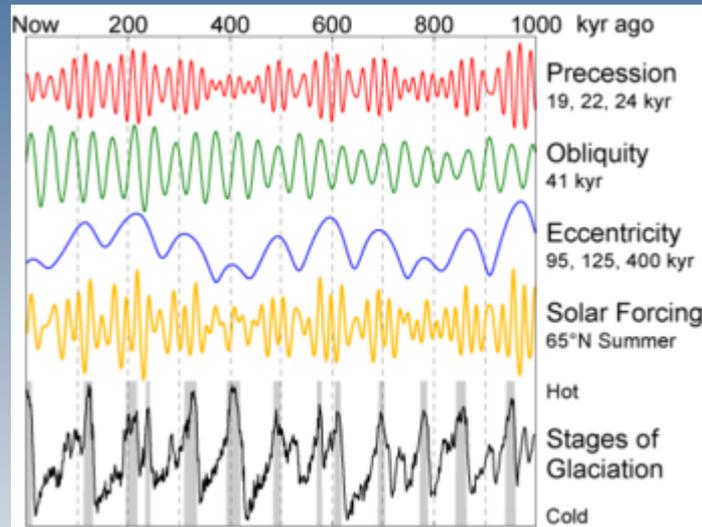


# Digitalisierung

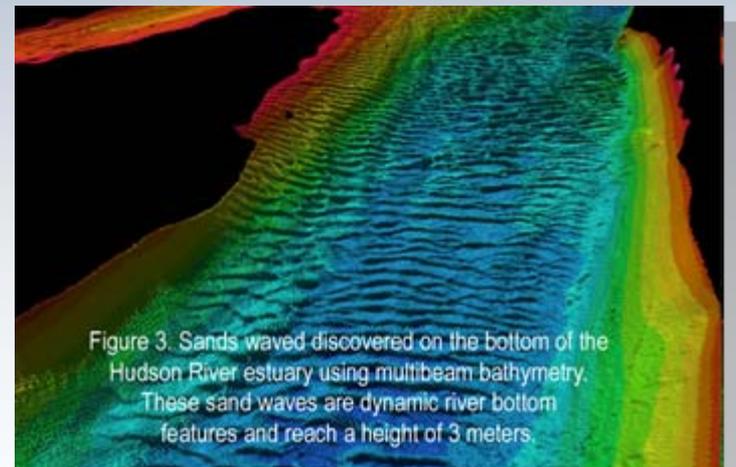
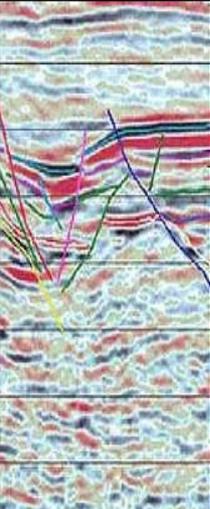
- Was passiert, wenn ich ein Signal **digitalisiere** (Bodenbewegung, Temperatur, etc.) in **Raum** und/oder **Zeit**?
- Was sind die Auswirkungen einer bestimmten **Samplingrate/Abtastrate** auf den Informationsgehalt?
- Wie sind die gewonnenen Signale zu behandeln (**zu bearbeiten, zu transformieren**), um relevante Informationen zu erhalten?



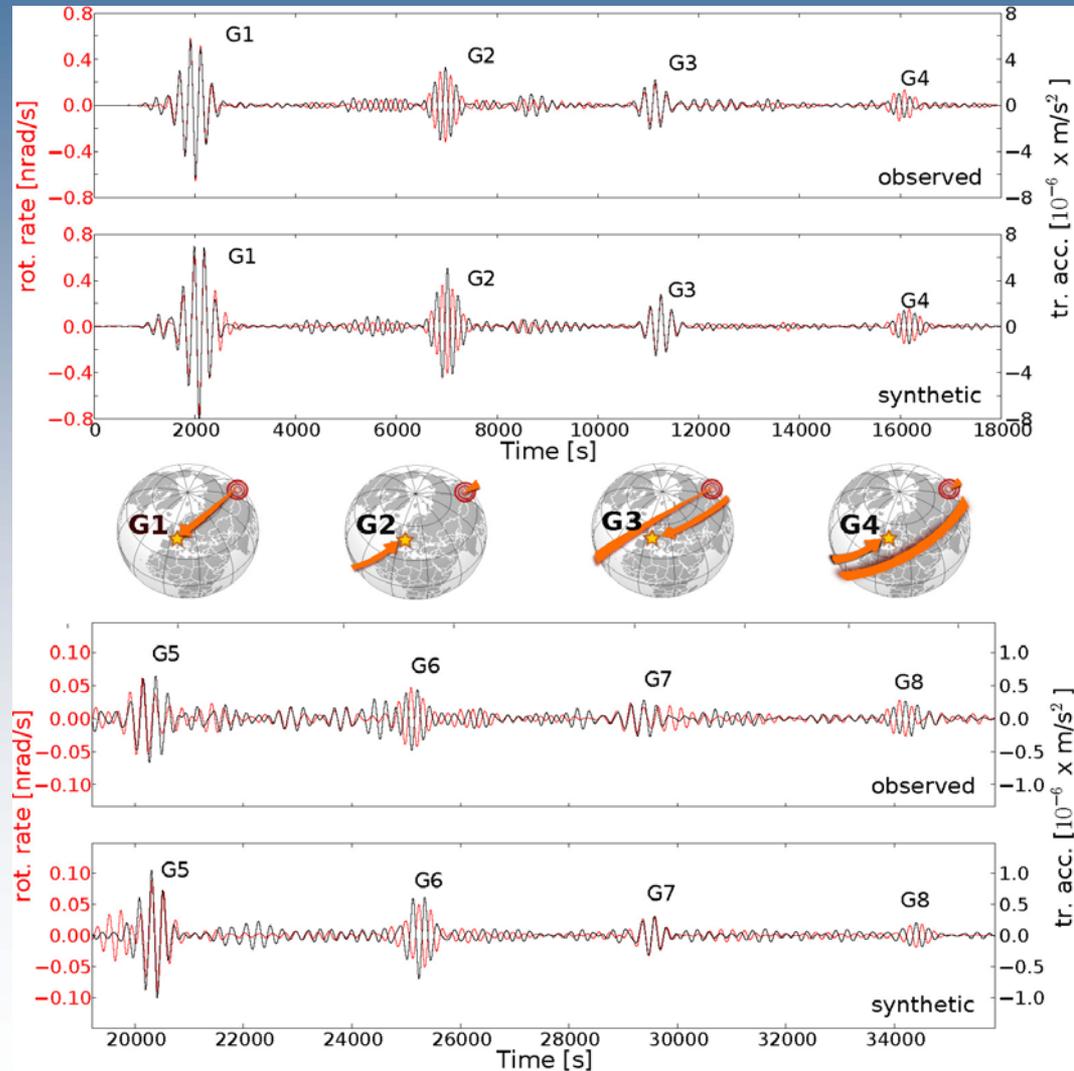
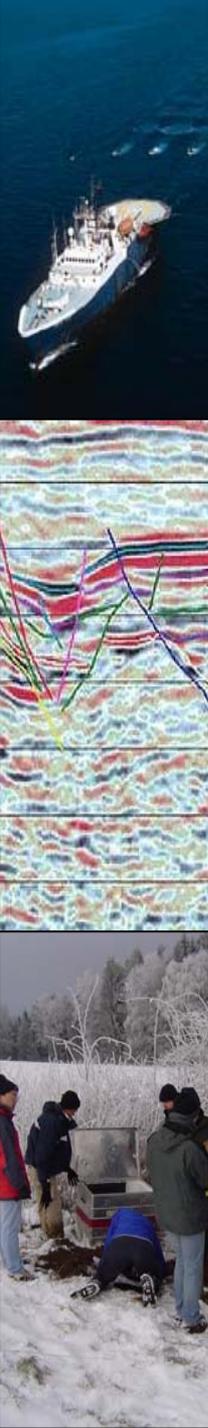
# Zeitreihen, Beispiele



# Räumliche Phänomene, Beispiele

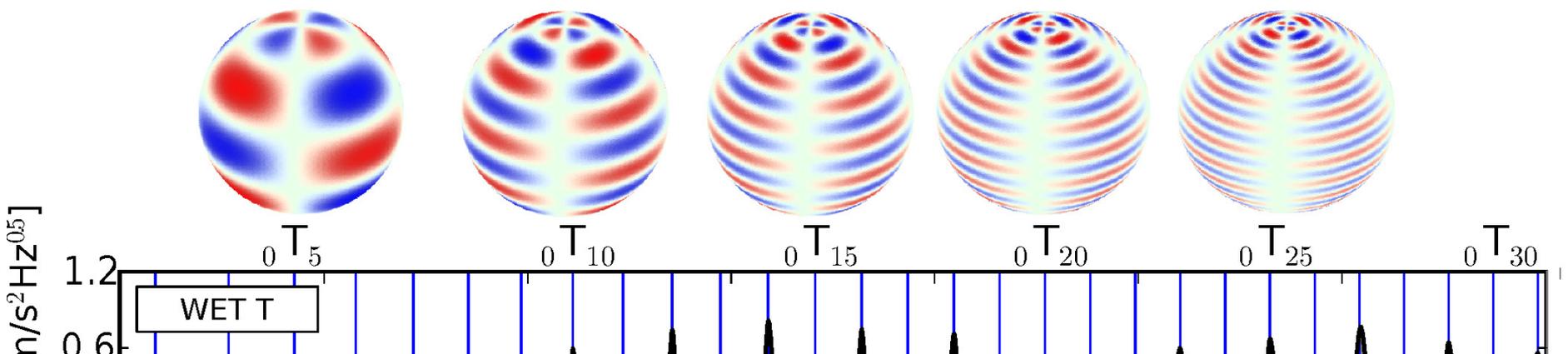
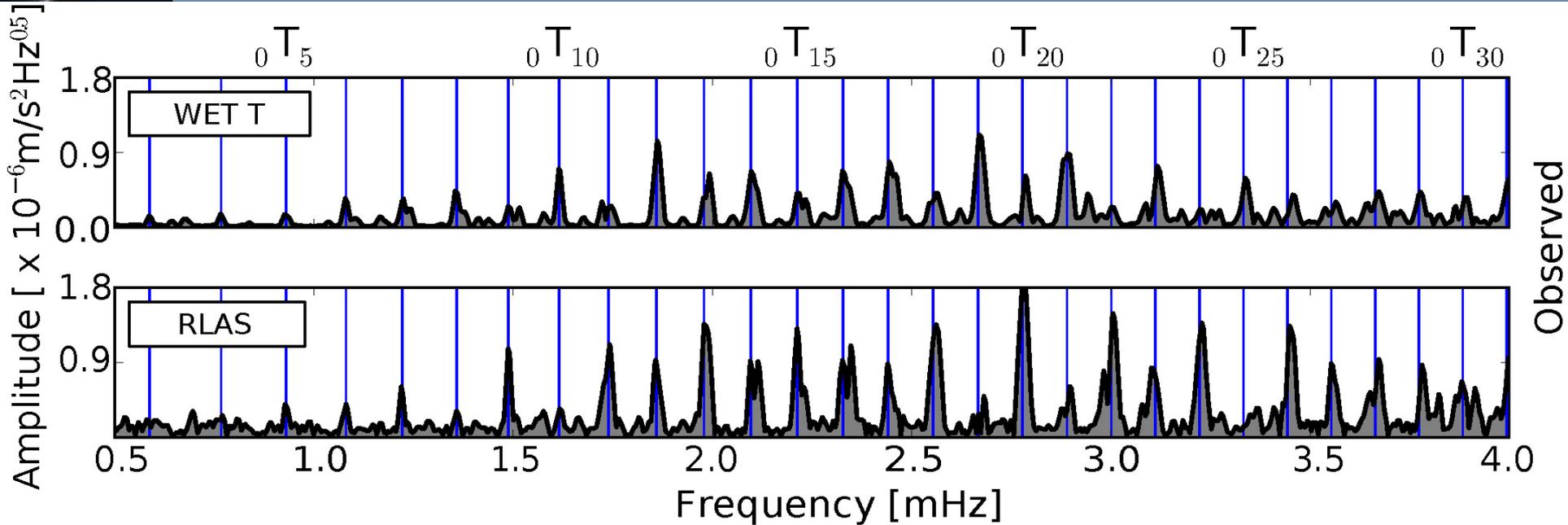


# Aktuell: Eigenschwingungen der Erde M9 Tohoku-Oki Erdbeben, März 2011

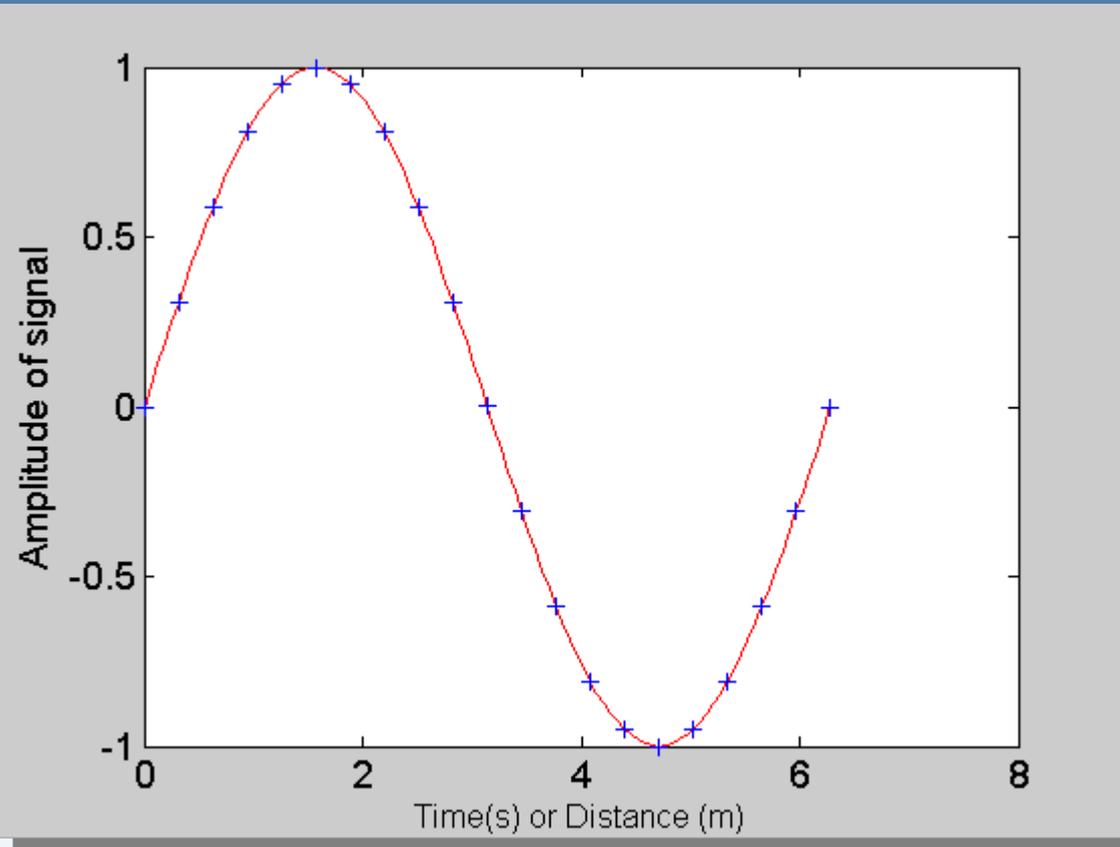


# Eigenschwingungen der Erde

## M9 Tohoku-Oki Erdbeben, März 2011



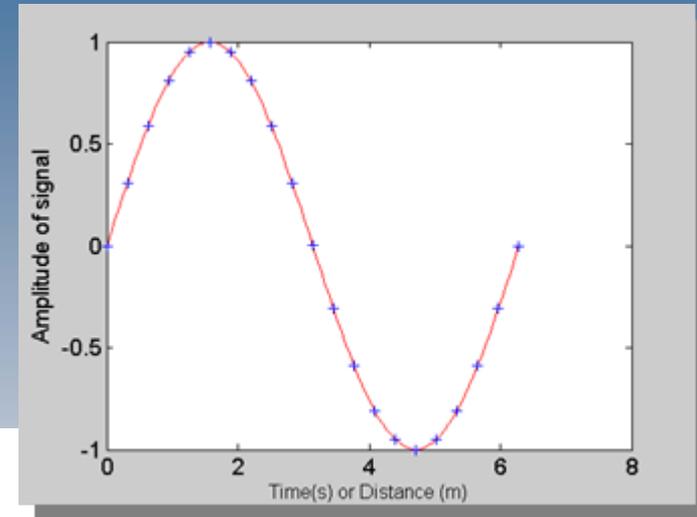
# Digitalisierung



**Analoge** und digitale (+) Darstellung einer Sinusfunktion

# Wellenlänge, Periode, etc.

Die wichtigsten Komponenten die man in der Verarbeitung der Daten benötigt sind die **räumlichen und zeitlichen Frequenzen**



$T$  Periode  
 $f$  Frequenz  
 $\omega$  Kreisfrequenz

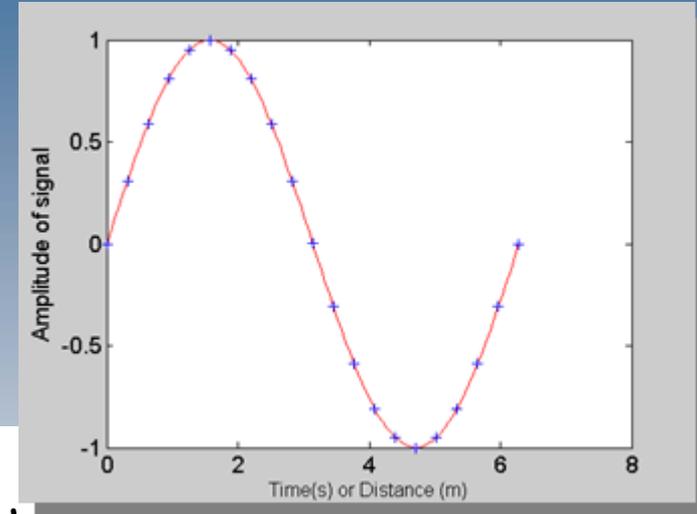
$$T=1/f$$
$$\omega=2\pi f$$

**zeitliche Frequenzen**

Harmonische Schwingung (abh. von Zeit):  
 $f(t) = A \sin(\omega t) = A \sin(2\pi f t) = A \sin((2\pi/T) t)$   
 $A$  Bewegungsamplitude

# Wellenlänge, Periode, etc.

... für räumliche Frequenzen  
analog ...



$\lambda$  Wellenlänge  
 $k$  räumliche Wellenzahl

$$k = 2\pi/\lambda$$

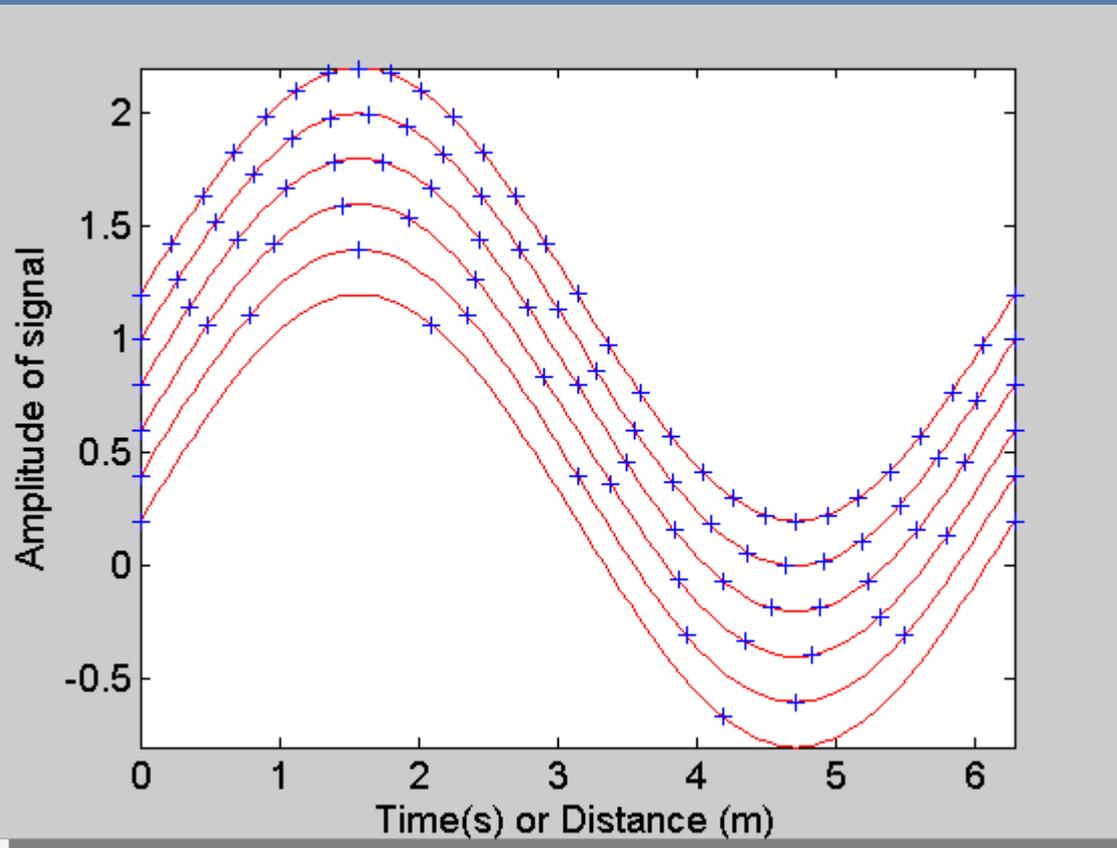
**räumliche Frequenzen**

Harmonische Schwingung (abh. vom Raum):

$$f(x) = A \sin(kx) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$A$  Bewegungsamplitude

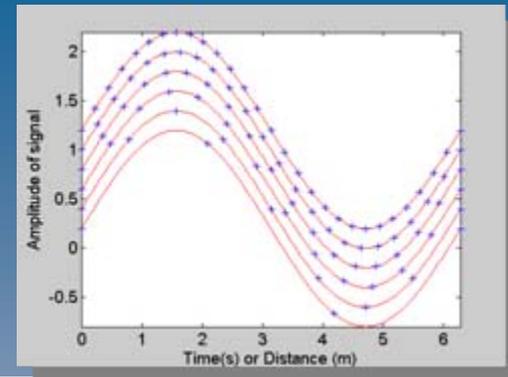
# Sampling Rate - Abtastrate



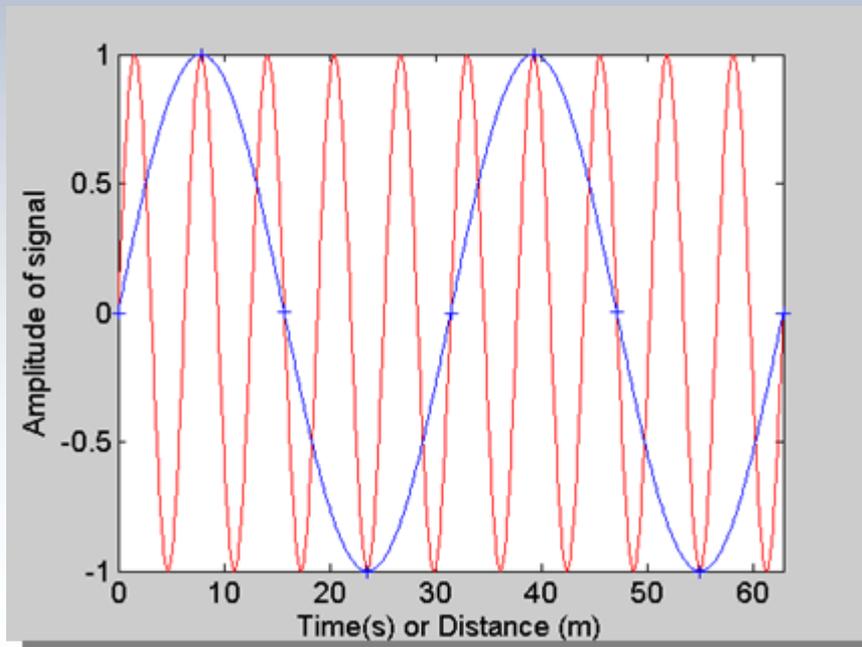
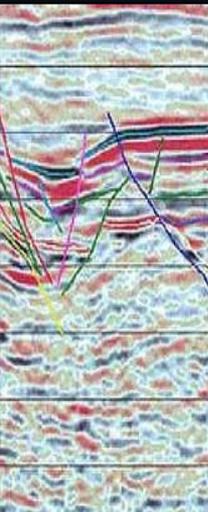
**Sampling Frequenz, Sampling Rate** ist die Anzahl der Samples pro Längeneinheit oder Zeiteinheit. Beispiele?



# Nyquist Frequenz (-Wellenzahl, -Intervall)



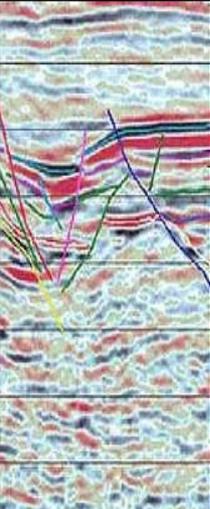
Die **Nyquist Frequenz** ist die Hälfte der **Abtastfrequenz** (**Samplingrate dt**):  $f_N = 1/(2dt)$ . Ist die Frequenz des Signals größer als die Nyquistfrequenz, entstehen nicht lineare Verzerrungen, die auch als **Alias-Effekt** bezeichnet werden.



Die Frequenz des **Signals** ist  $> f_N$  wird gesampelt mit (+) führt zu einem falschen Signal (**blau**).

Wie kann man den Alias-Effekt verhindern?

# Ein Gitterrost

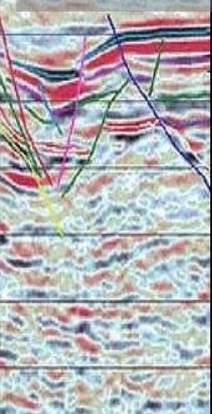




# Frage

Sie singen unter Wasser in der Badewanne ein  $a'$  (440Hz). Wie groß ist etwa die Wellenlänge?

- a) 3 mm
- b) 3 cm
- c) 3 m
- d) 30 m



# Datenmengen

Reelle Zahlen stellen wir normalerweise mit 4 Byte (single precision) oder mit 8 Byte (double precision) dar. **Ein Byte besteht aus 8 Bit (1/0)**. Das bedeutet, wir können eine Zahl mit 32 (64) Bit darstellen. Wobei wir eine Stelle (Bit) für das Vorzeichen (+/-) benötigen.

-> 32 Bits ->  $2^{31} = 2.1474836480000000e+009$  (Matlab Output)  
-> 64 Bits ->  $2^{63} = 9.223372036854776e+018$  (Matlab Output)  
(Anzahl der Zahlen, die dargestellt werden können)

Wie groß sind die Datenmengen, die wir typischerweise bei einem Seismischen Experiment sammeln?

Parameter:

- Sampling Rate 1000 Hz, 3 Komponenten
- Seismogrammlänge 5 Sekunden
- 200 Seismometer, Empfänger, 50 Profile
- 50 verschiedene Quellen
- Genauigkeit von Single precision

Wieviel (T/G/M/k-)Bytes erhalten wir? Datenkompression?

# (Relative) Dynamic range

Wie präzise ist die Amplitude unseres physikalischen Signals?

**Dynamic range:** Das Verhältnis zwischen der größt-messbaren Amplitude  $A_{\max}$  und der kleinst-messbaren Amplitude  $A_{\min}$ .

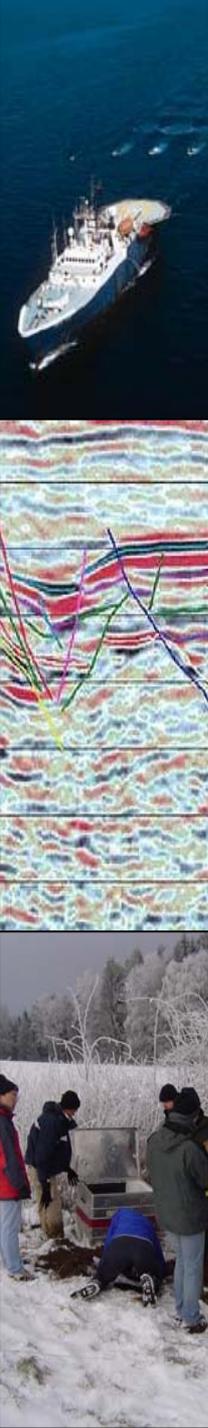
Die Einheit ist Decibel (dB) und ist definiert als das Verhältnis zweier Energien (Energie ist proportional zum Quadrat der Amplitude).

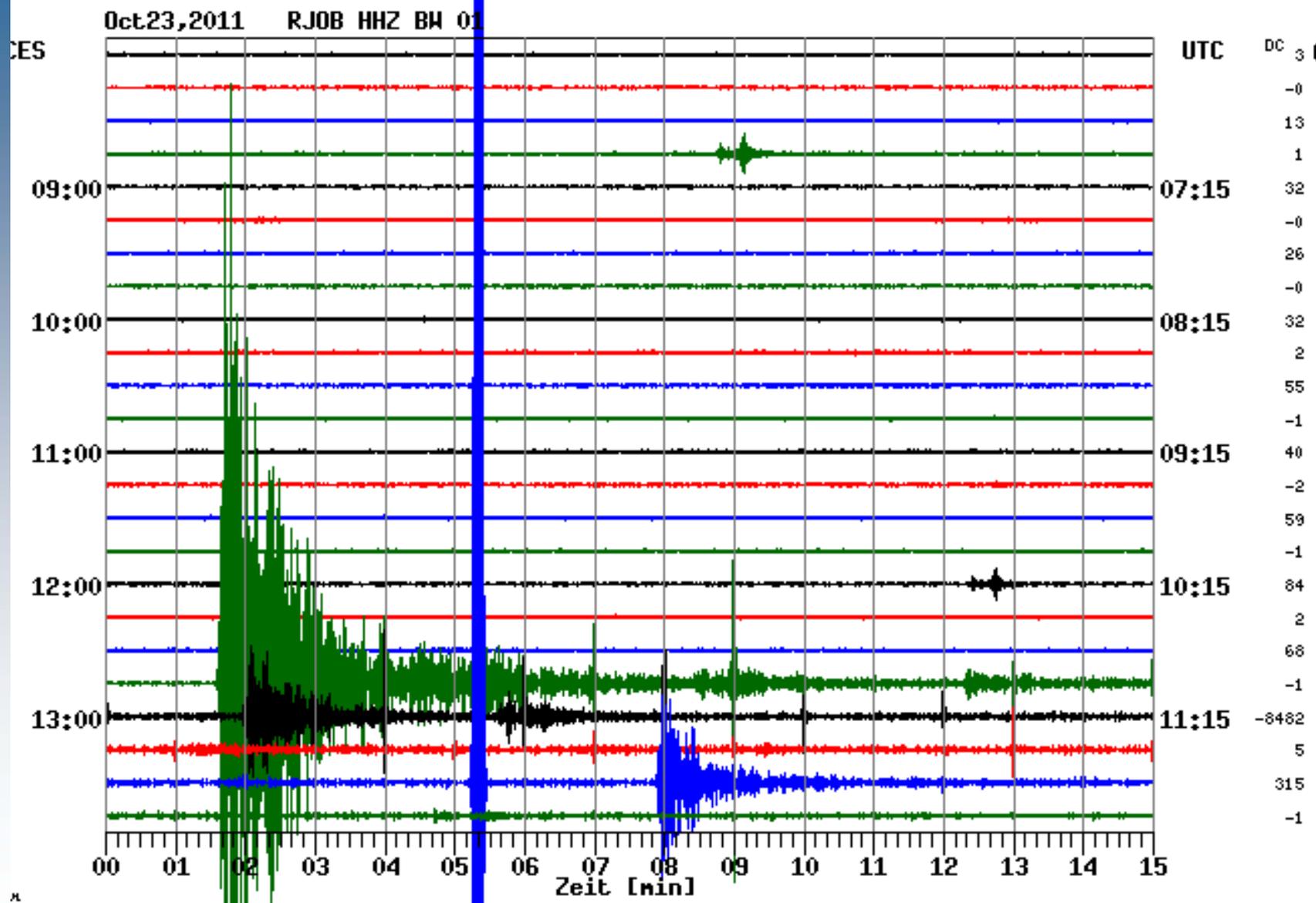
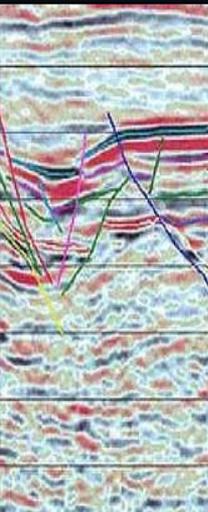
Für die Amplituden gilt:

$$\text{Dynamic range} = 20 \log_{10}(A_{\max}/A_{\min}) \text{ dB}$$

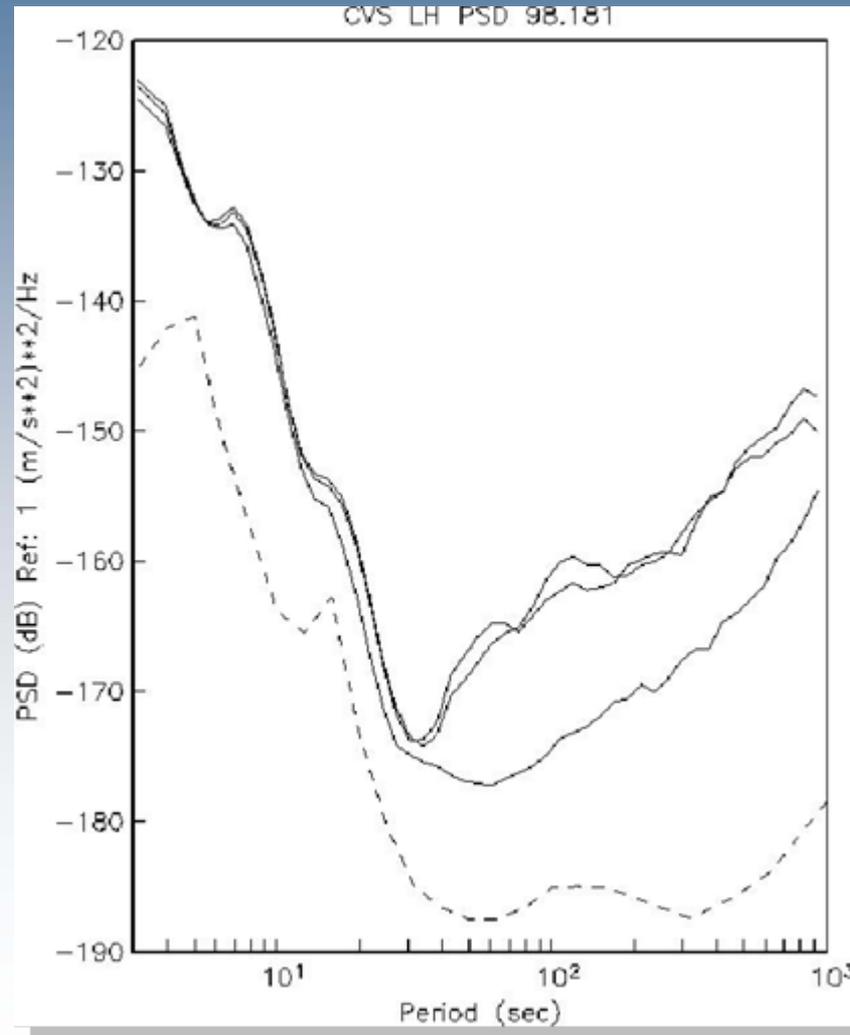
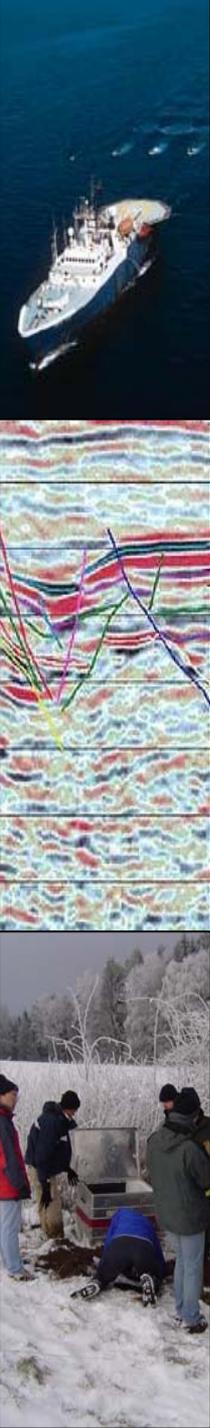
Beispiel: mit 1024 Amplituden-Einheiten ( $A_{\min}=1$ ,  $A_{\max}=1024$ )

$$20 \log_{10}(1024/1) \text{ dB approx. } 60 \text{ dB}$$





# Low-Noise Model - Seismologie



# Spektralanalyse

**Spektralanalyse** ist derart wichtig in allen Naturwissenschaften, dass man deren Bedeutung nicht **überbewerten** kann!

Mit der **Spektralanalyse** können wir Antworten auf folgende Fragen bekommen:

- Welche (räumliche oder zeitliche) Frequenzen sind in meinem Signal enthalten?
- Gibt es ein **periodisches Signal** in meinen Beobachtungen?
- Muss ich die **Eigenschaften** des Messinstruments (z.B. Seismometer) einbeziehen um das physikalische Signal zu erhalten?
- Muss ich das Signal **filtern**, um das physikalische Signal zu sehen ?
- und, und, und ...

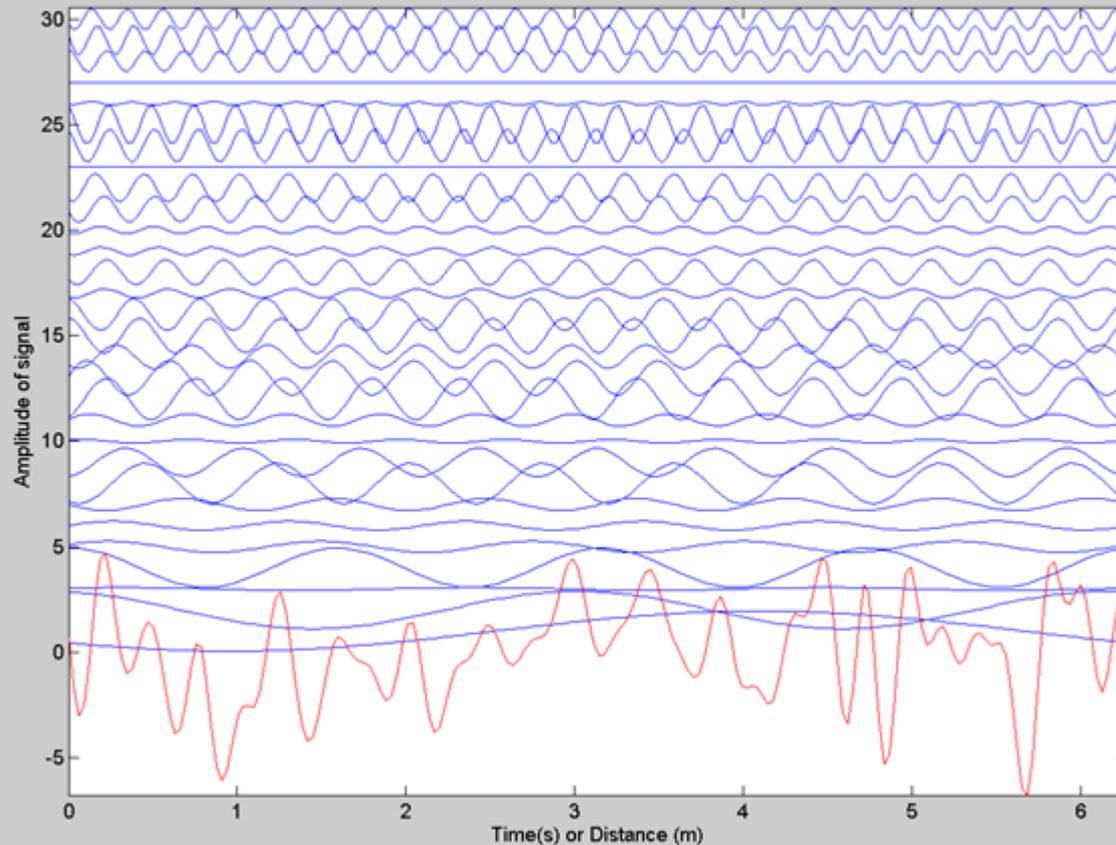
# Harmonische Analyse - Spektralzerlegung

Der Kern der Spektralanalyse ist eines der wichtigsten Theoreme der mathematischen Physik:

Jedes beliebige periodische Signal kann mit Hilfe von überlagerten harmonischen (Sinus-, Cosinus-) Signalen dargestellt (approximiert) werden.

Die Repräsentation des physikalischen Systems durch Zeit und Raum oder durch Frequenz und Wellenzahl ist **äquivalent!** Es gibt keinen Informationsverlust, wenn man von dem einen Raum in den anderen transformiert, oder zurück.

# Spektralanalyse



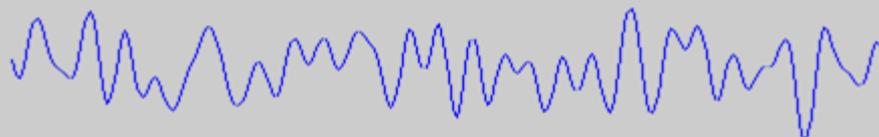
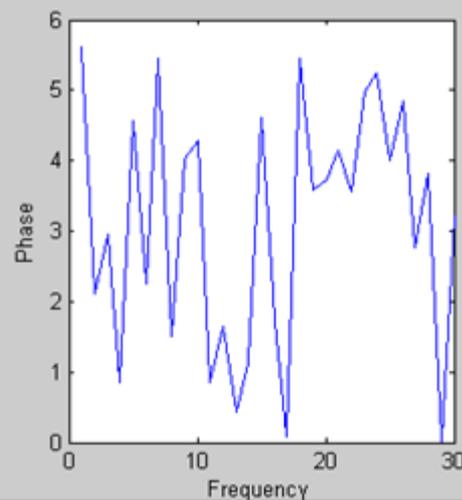
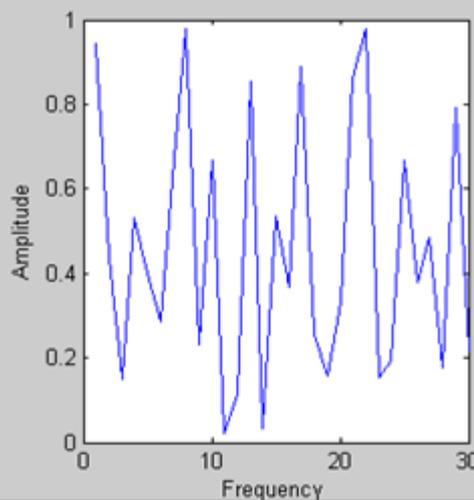
die **rote** Spur ist die Summe aller **blauen** Spuren!

# Das Spektrum

Amplitudenspektrum

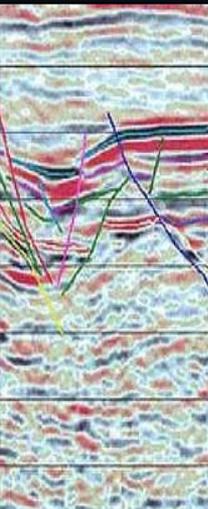
Phasenspektrum

Fourier Raum

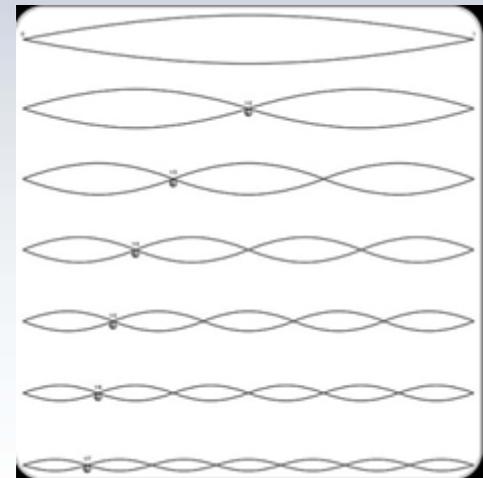
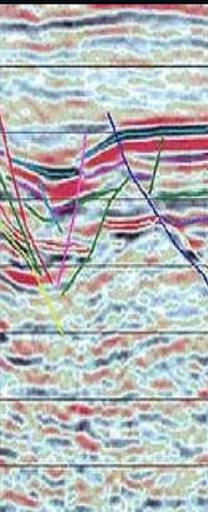
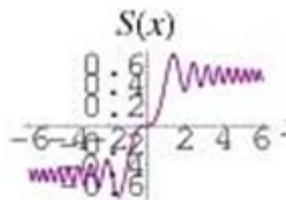
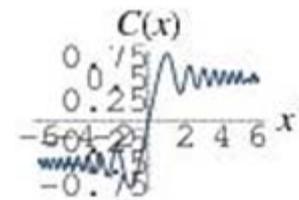
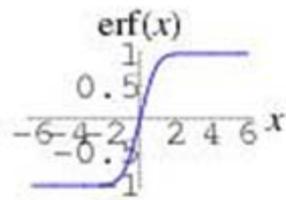
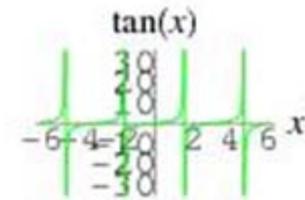
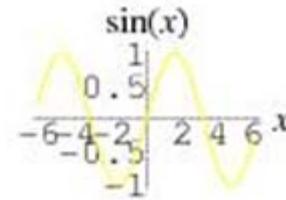
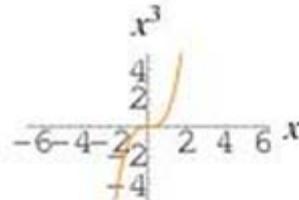
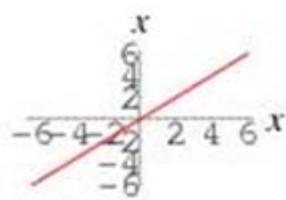


Physikalischer Raum

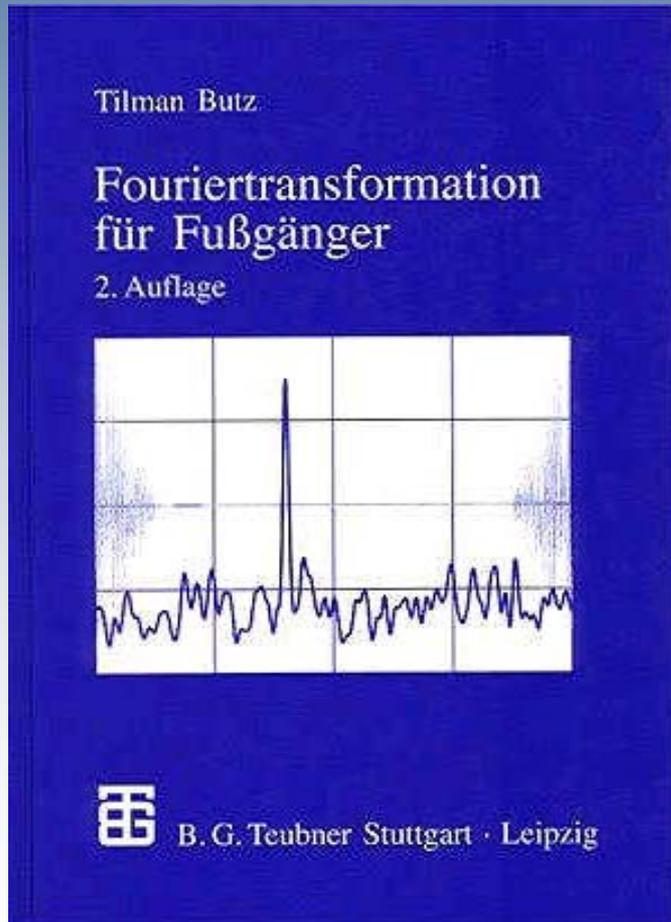
# Fourier Zerlegung



# Mathematische Beschreibung *ungerade Funktionen*



# Empfohlene Lektüre



# Mathematische Beschreibung (ungerade Funktionen)

Eine Sinusfunktion (a Amplitude,  $\lambda$  Wellenlänge) wird repräsentiert durch:

$$y = a \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

Ignoriert man die Phasenverschiebung, so kann man ein beliebiges Signal erhalten durch Überlagerung von ( $a_0$  an beiden Enden)

$$f(x) = a_0 + \sum_n a_n \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) \quad n = 1, \infty$$

Hierbei ist L die Länge des Bereichs (räumlich oder zeitlich). Die Sequenz der Wellenlängen/Perioden ist:  $2L, L, 2/3L, L/2 \dots$

# Die Fourier Komponenten (ungerade Funktionen)

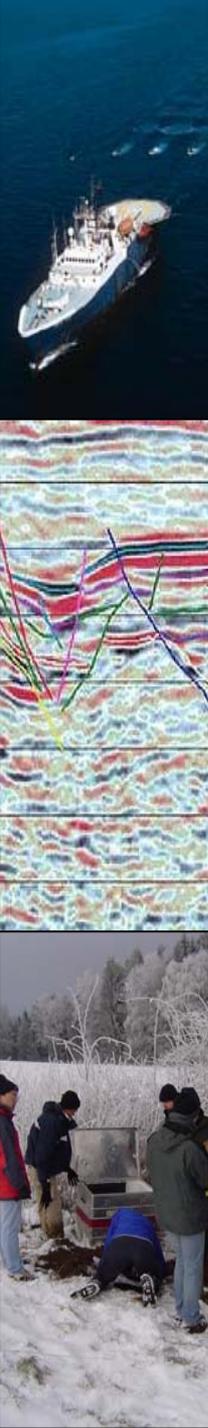
Die Amplituden/Koeffizienten ( $a_n$ ) der **Fourier Basisfunktionen (sin oder cos)** erhält man durch Integration des Signals

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) dx$$

$$a_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$

Durchschnittswert des Signals

Spektrale Komponente

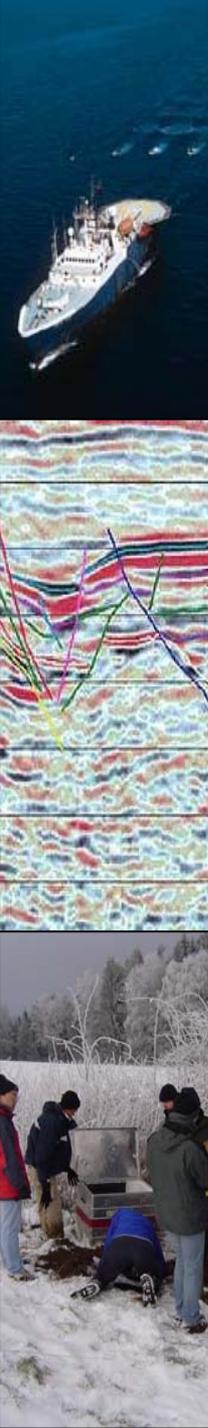


# Fouierreihen

beliebige Funktionen Intervall  $[-L, L]$

$$f(x) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right) + b_n \sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right) \quad n = 1, \infty$$

$$a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) dx$$
$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} dx$$
$$b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(x) \sin \frac{n\pi x}{L} dx$$



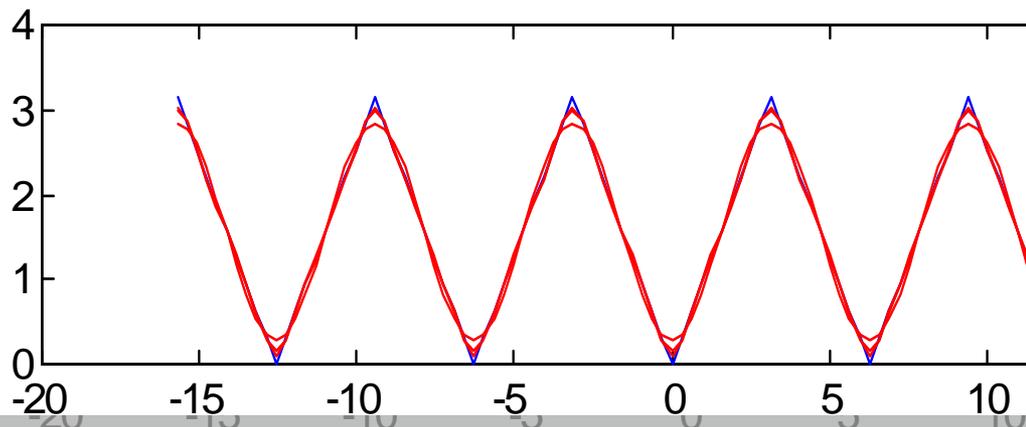
# Fourier Näherung der Funktion $|x|$

$$f(x) = |x|, \quad -\pi \leq x \leq \pi$$

Mit der Fourierreihe

$$g(x) = \frac{1}{2}\pi - \frac{4}{\pi} \left\{ \frac{\cos(x)}{1^2} + \frac{\cos(3x)}{3^2} + \frac{\cos(5x)}{5^2} + \dots \right\}$$

.. für  $n < 4$  ...



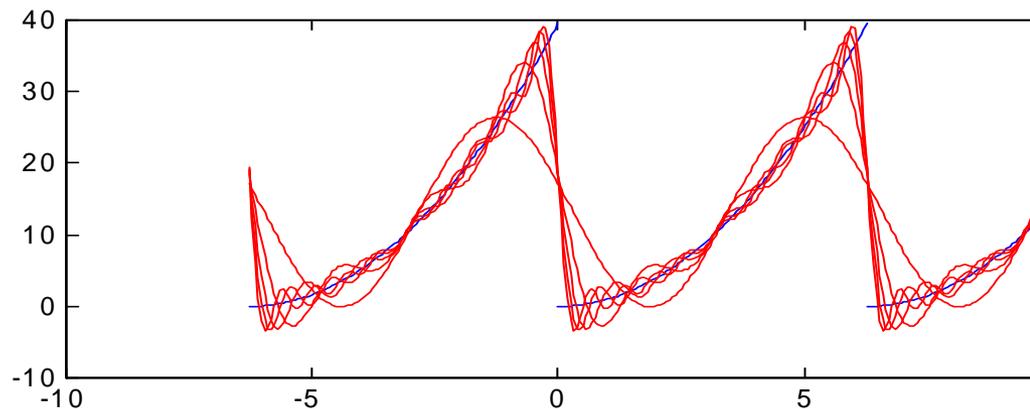
# Fourier Näherung der Funktion $x^2$

$$f(x) = x^2, \quad 0 < x < 2\pi$$

Mit der Fourierreihe

$$g_N(x) = \frac{4\pi^2}{3} + \sum_{k=1}^N \left\{ \frac{4}{k^2} \cos(kx) - \frac{4\pi}{k} \sin(kx) \right\}$$

... Für  $N < 11$  ....



# Fourier: Raum und Zeit

## Raum

$x$	räumliche Variable
$L$	räumliche Wellenlänge
$k=2\pi/\lambda$	Räumliche Wellenzahl
$F(k)$	Wellenzahl Spektrum

## Zeit

$t$	zeitliche Variable
$T$	Periode
$f$	Frequenz
$\omega=2\pi f$	Kreisfrequenz

## Fourierintegrale

Mit der komplexen Darstellung der Sinusfunktionen  $e^{ikx}$  (oder  $e^{i\omega t}$ ) wird die Fouriertransformation einer Funktion  $f(x)$  wie folgt geschrieben (VORSICHT: es gibt verschiedene Definitionen!)



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} dk$$

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

# Die Fourier Transformation diskret vs. kontinuierlich

Wenn wir mit dem Computer Daten verarbeiten, wird es stets auf der **diskreten Fouriertransformation** basieren.

diskret

kontinuierlich

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} dk$$

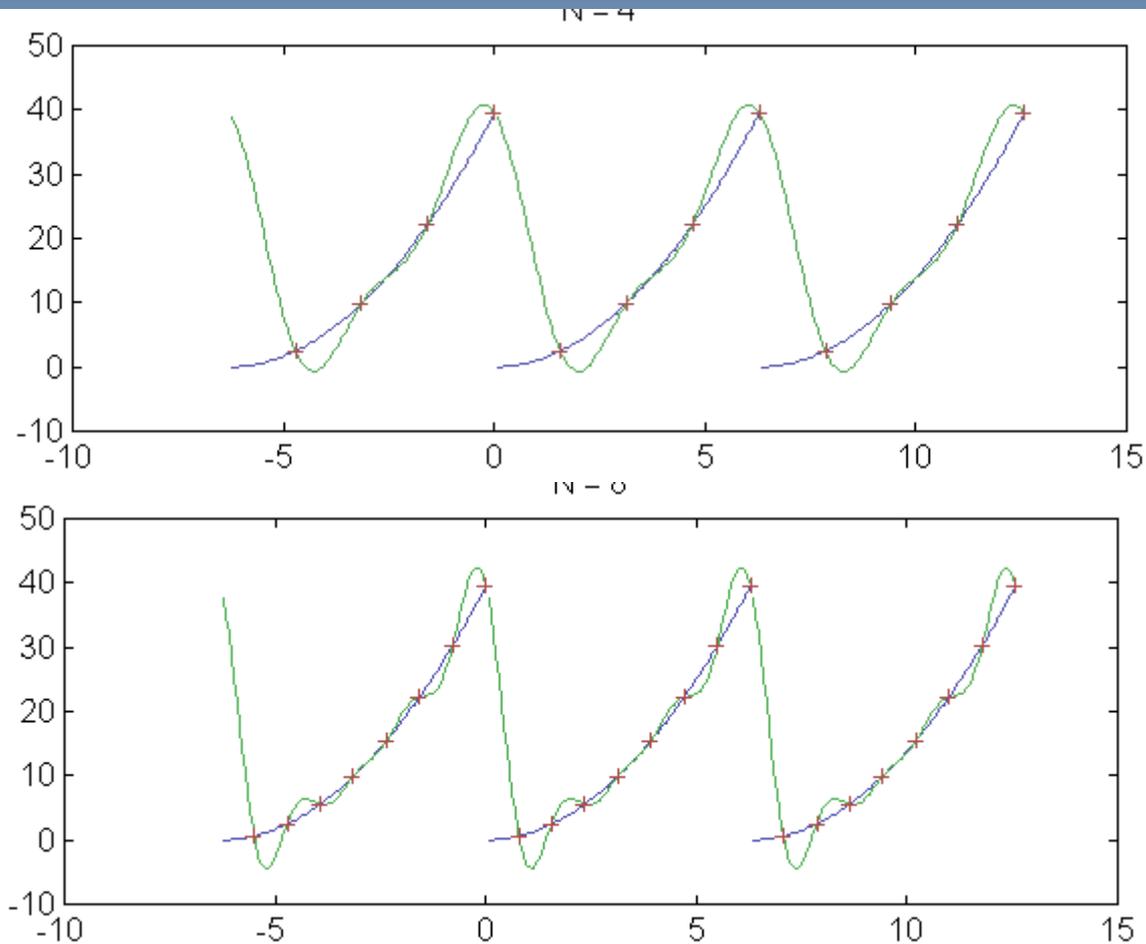
$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{-2\pi i k j / N}, k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$f_k = \sum_{j=0}^{N-1} F_j e^{2\pi i k j / N}, k = 0, 1, \dots, N-1$$

# Diskrete Fourier Transformation

$$f(x)=x^2 \Rightarrow f(x) - \text{blue}; g(x) - \text{red}; x_i - \text{'+'}$$



# The Fast Fourier Transform (FFT)

Die meisten  
Verarbeitungsprogramme  
wie Octave, Matlab,  
**Python**, Mathematica,  
Fortran, etc. haben  
implementierte  
Funktionen für FFTs

Matlab FFT

```
>> help fft
```

FFT Discrete Fourier transform.

FFT(X) is the discrete Fourier transform (DFT) of vector X. For matrices, the FFT operation is applied to each column. For N-D arrays, the FFT operation operates on the first non-singleton dimension.

FFT(X,N) is the N-point FFT, padded with zeros if X has less than N points and truncated if it has more.

FFT(X,[],DIM) or FFT(X,N,DIM) applies the FFT operation across the dimension DIM.

For length N input vector x, the DFT is a length N vector X, with elements

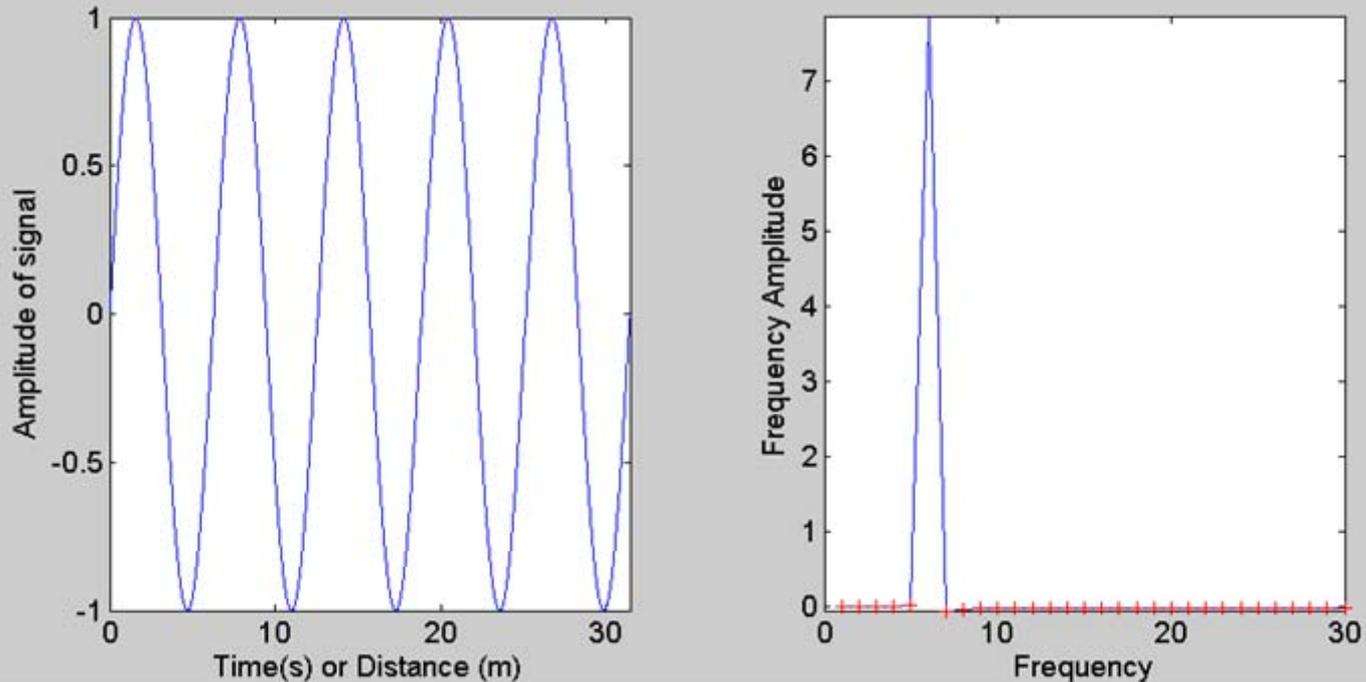
$$X(k) = \sum_{n=1}^N x(n) \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (k-1) \cdot (n-1) / N), \quad 1 \leq k \leq N.$$

The inverse DFT (computed by IFFT) is given by

$$x(n) = (1/N) \sum_{k=1}^N X(k) \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot (k-1) \cdot (n-1) / N), \quad 1 \leq n \leq N.$$

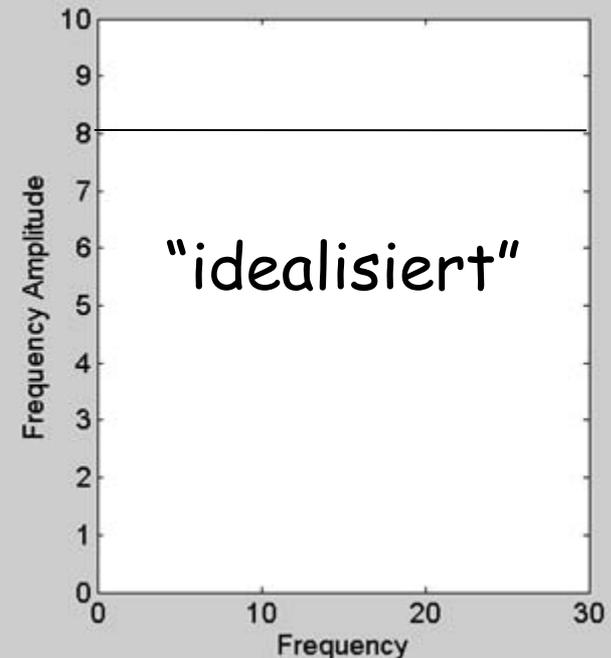
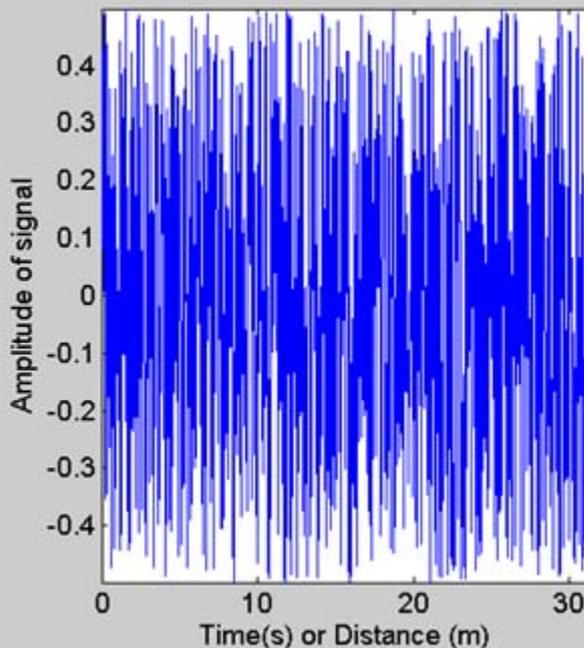
See also IFFT, FFT2, IFFT2, FFTSHIFT.

# Fourier Spektren: harmonische Signale



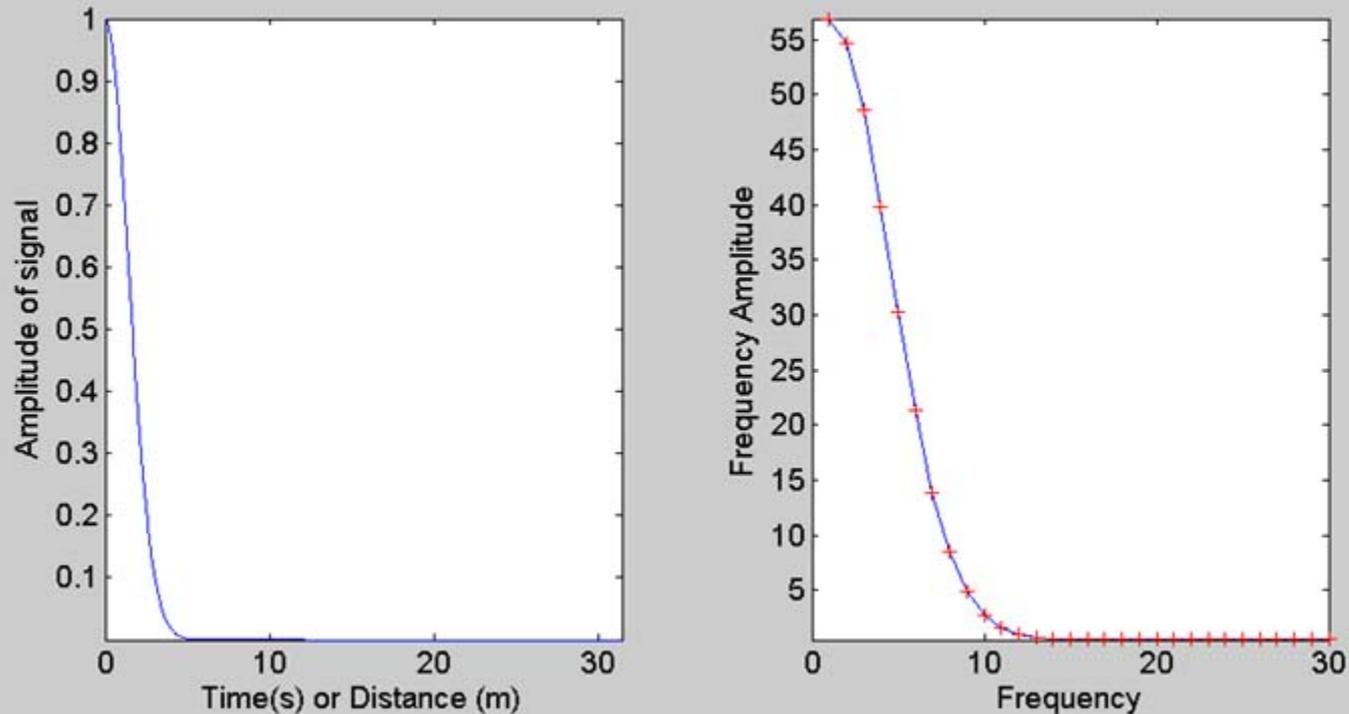
Das Spektrum eines (monochromatischen) harmonischen Signals (räumlich oder zeitlich) ist ein "Spike" („Delta-Funktion“) im Frequenzbereich.

# Fourier Spektren: zufällig verteilte (random) Signale



Zufällig verteilte Signale beinhalten **alle Frequenzen**. Ein Spektrum mit gleichmäßiger Verteilung aller Frequenzen nennt man **weißes Spektrum**

# Fourier Spektren: Gauss-förmige Signale



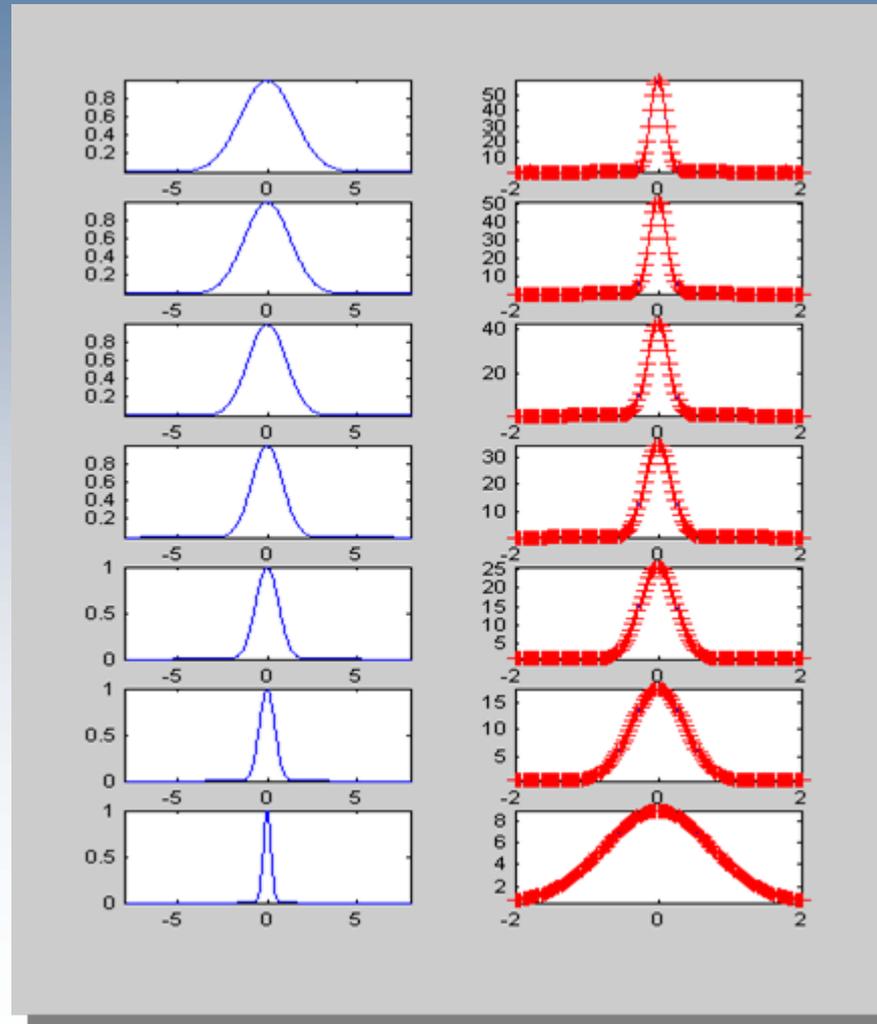
Das Spektrum einer Gauss-Funktion ist selbst eine Gauss-Funktion.  
Wie verändert sich das Spektrum, wenn man die Gauss-Funktion verengt?

# Puls-Breite und Frequenz-Bandbreite

Zeit (Raum)

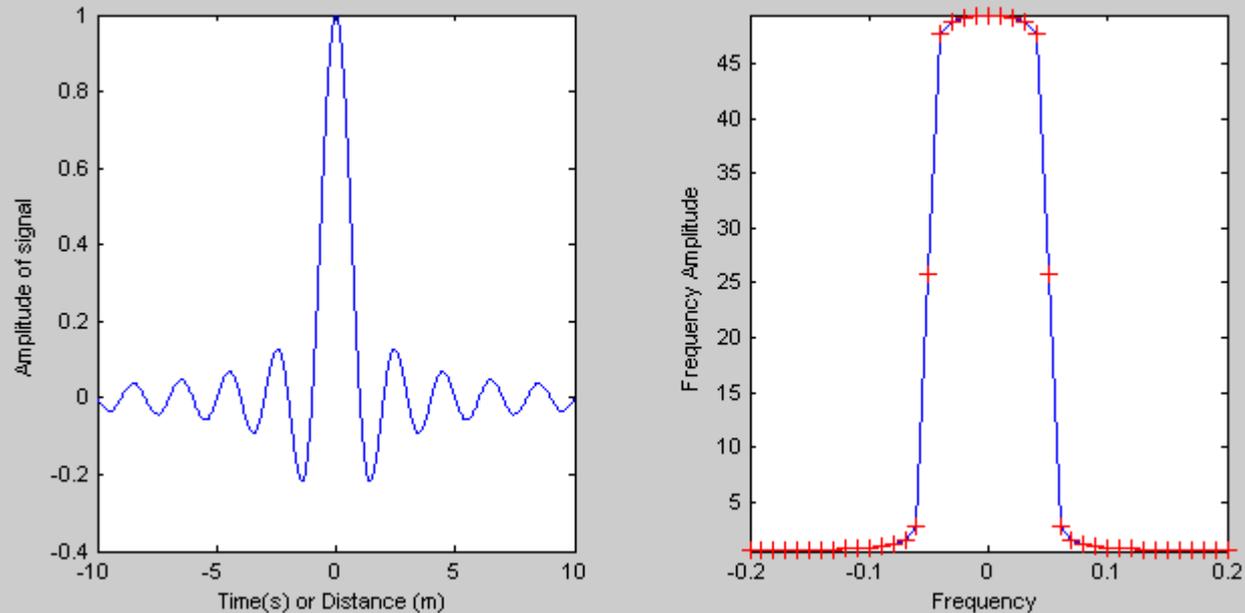
Spektrum

Verengen des physikalischen Signals



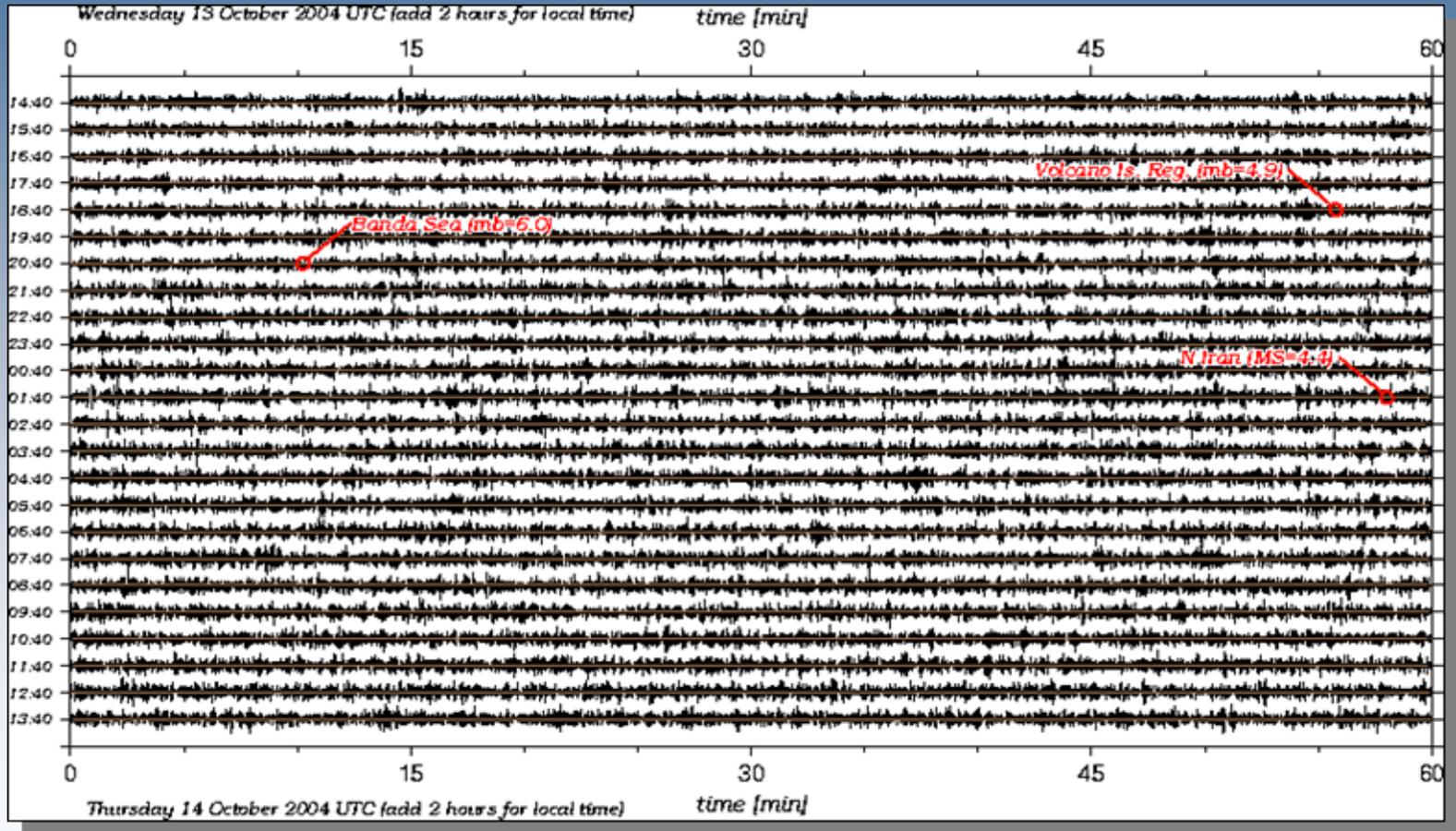
Verbreitern der Frequenzbandbreite

# Fourier Spektren: Transiente Wellen



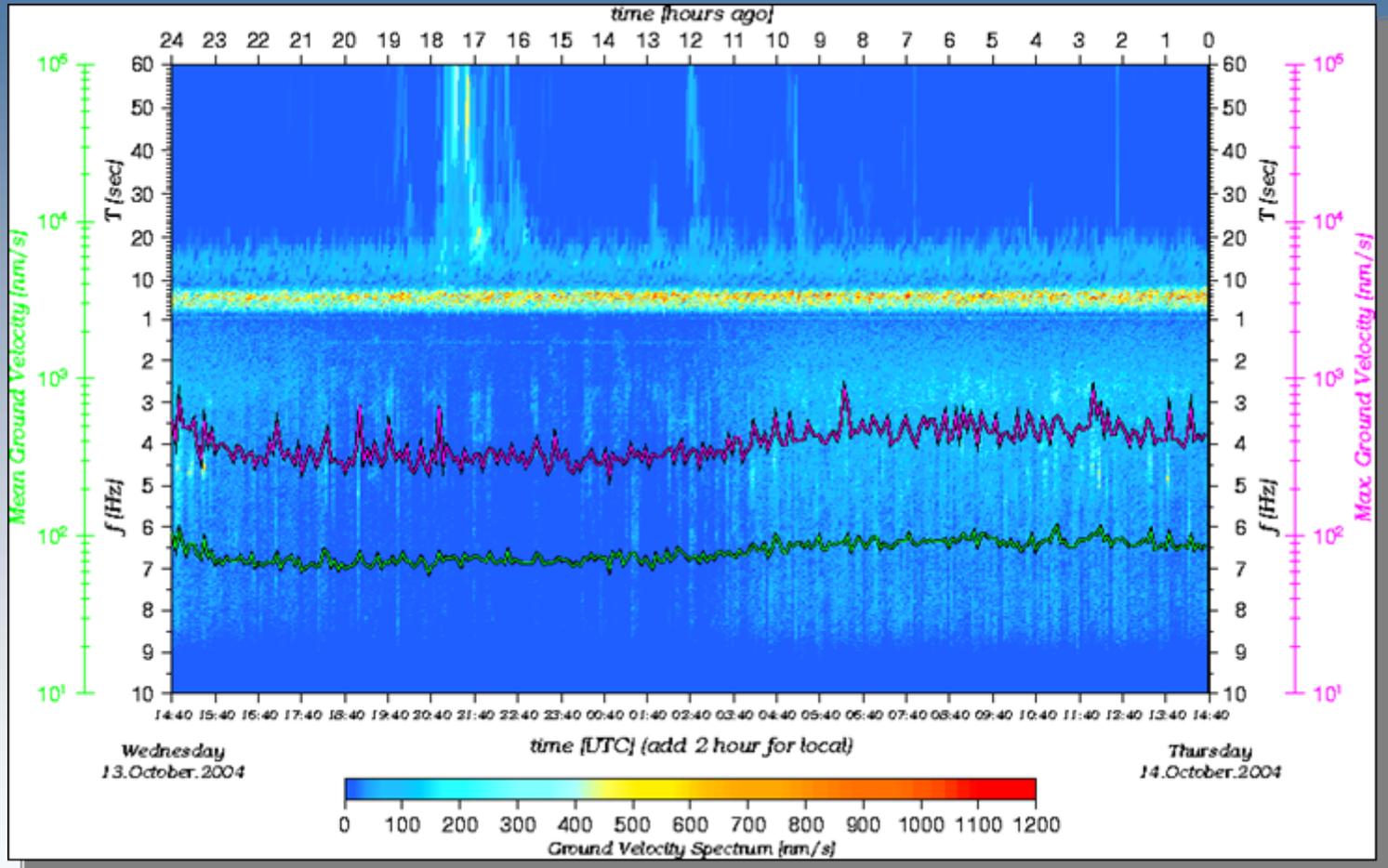
Eine **transiente** Welle ist eine Welle, die zeitlich (räumlich) begrenzt ist, im Gegensatz zu einer harmonischen Welle, die sich bis ins Unendliche fortsetzt.

# Zeit-Frequenz Analyse



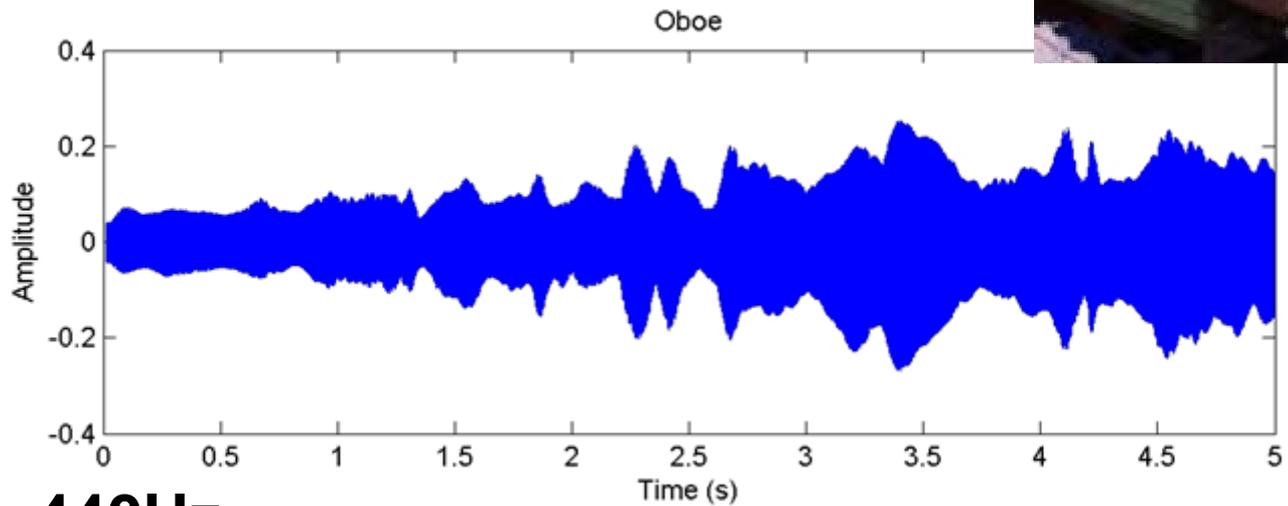
24 Std Bodenbewegung, sehen Sie ein Signal?

# Seismo-Wetter

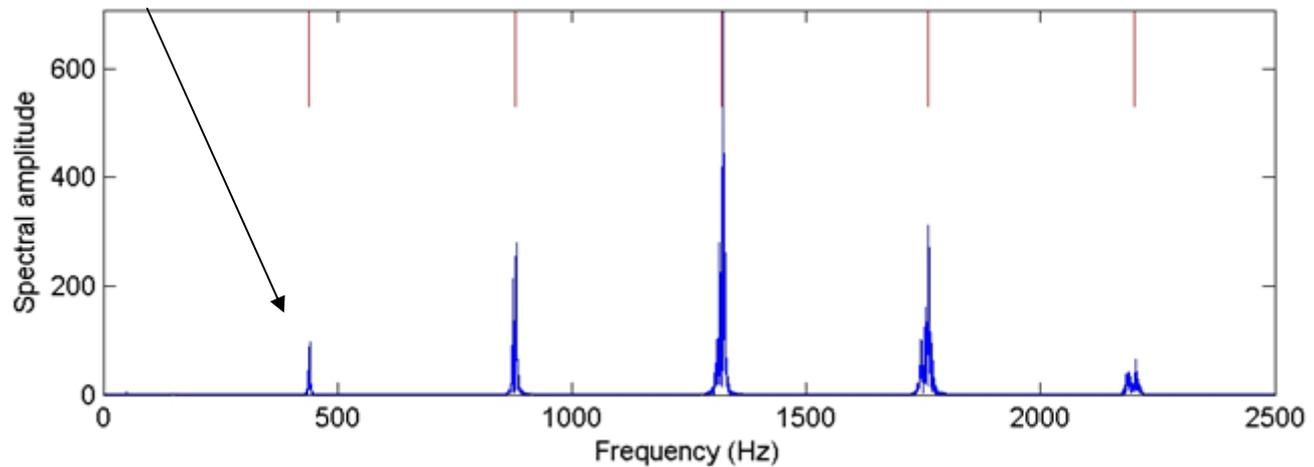


*Laufendes Spektrum der selben Daten (Zeit-Frequenzanalyse)*

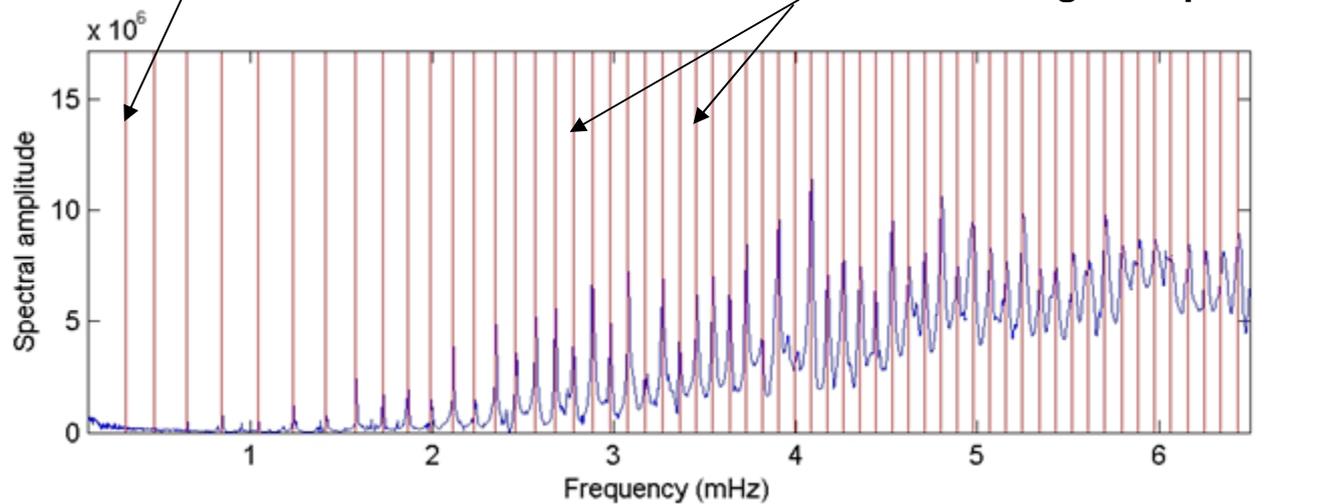
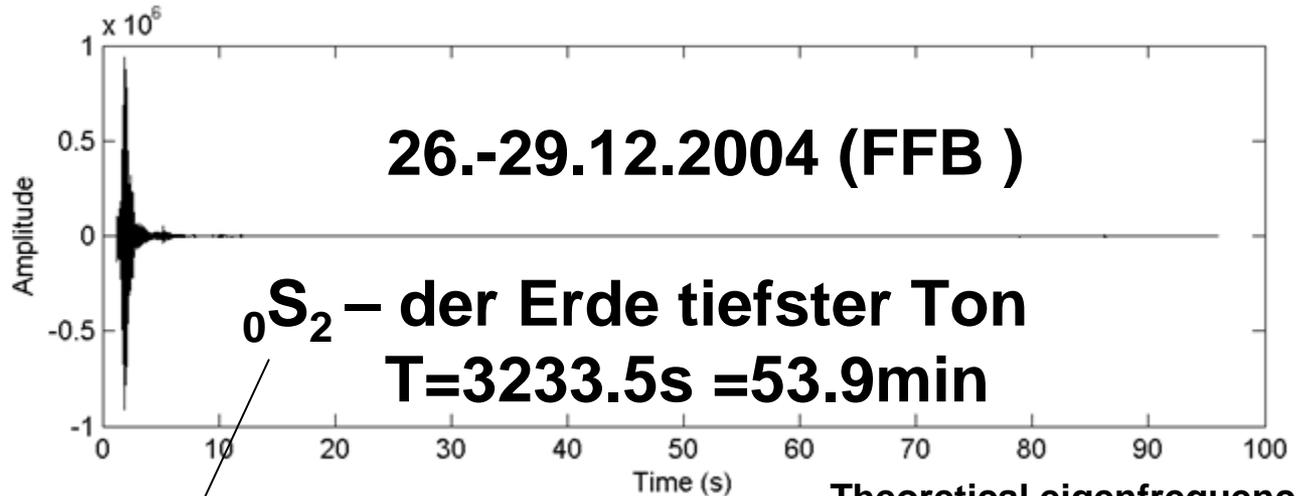
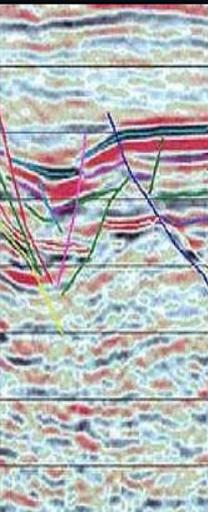
# Der Ton eines Instruments



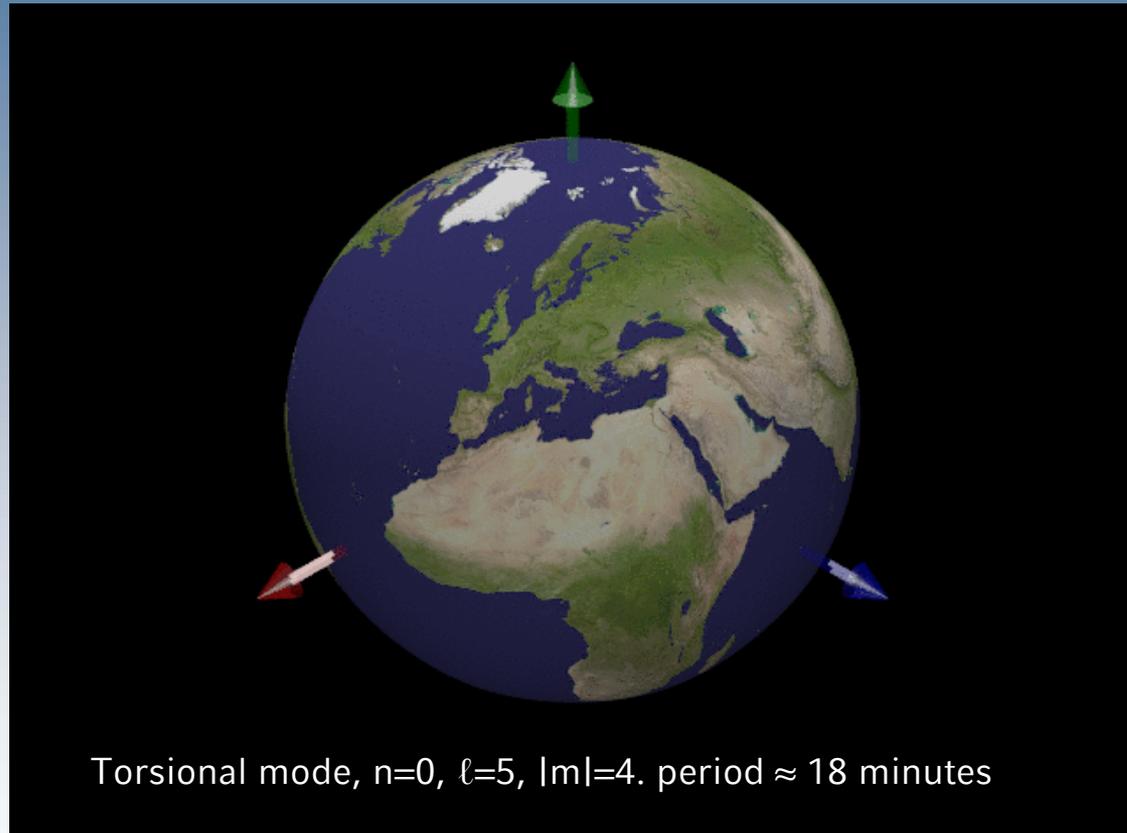
**a' - 440Hz**



# Das Instrument Erde

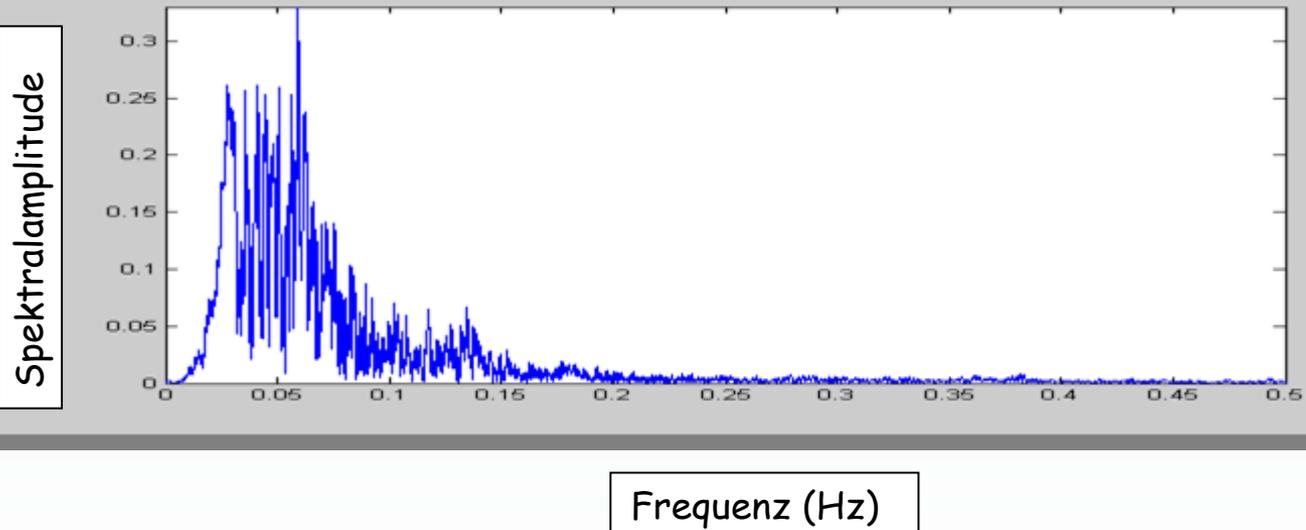
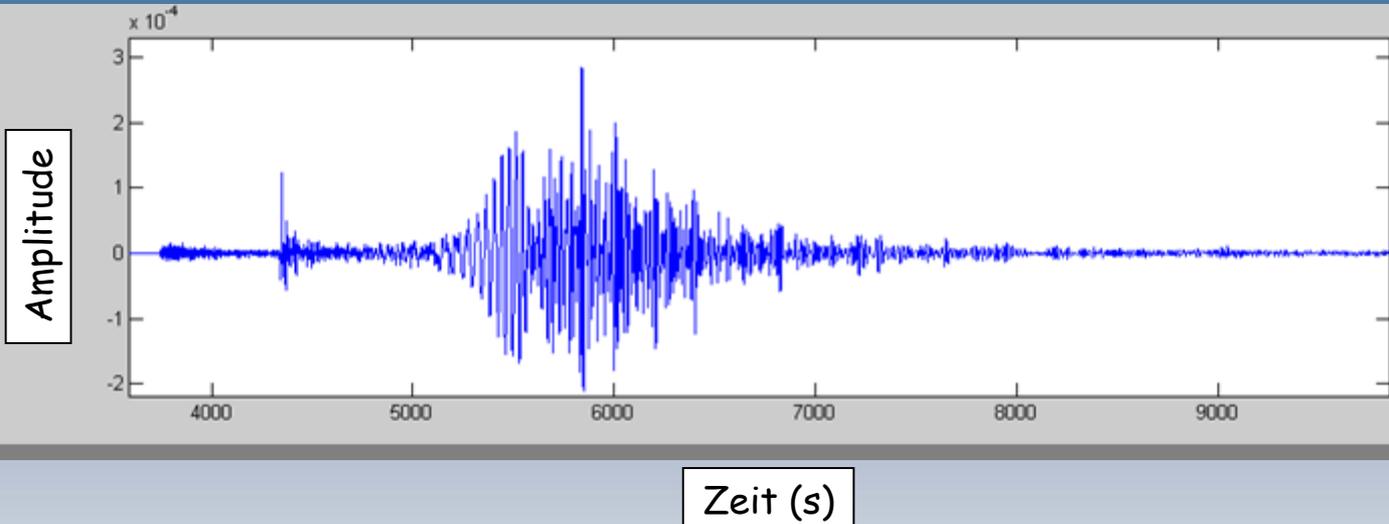


# Eigenschwingungen der Erde



Source: <http://icb.u-bourgogne.fr/nano/MANAPI/saviot/terre/index.en.html>

# Ein Seismogramm



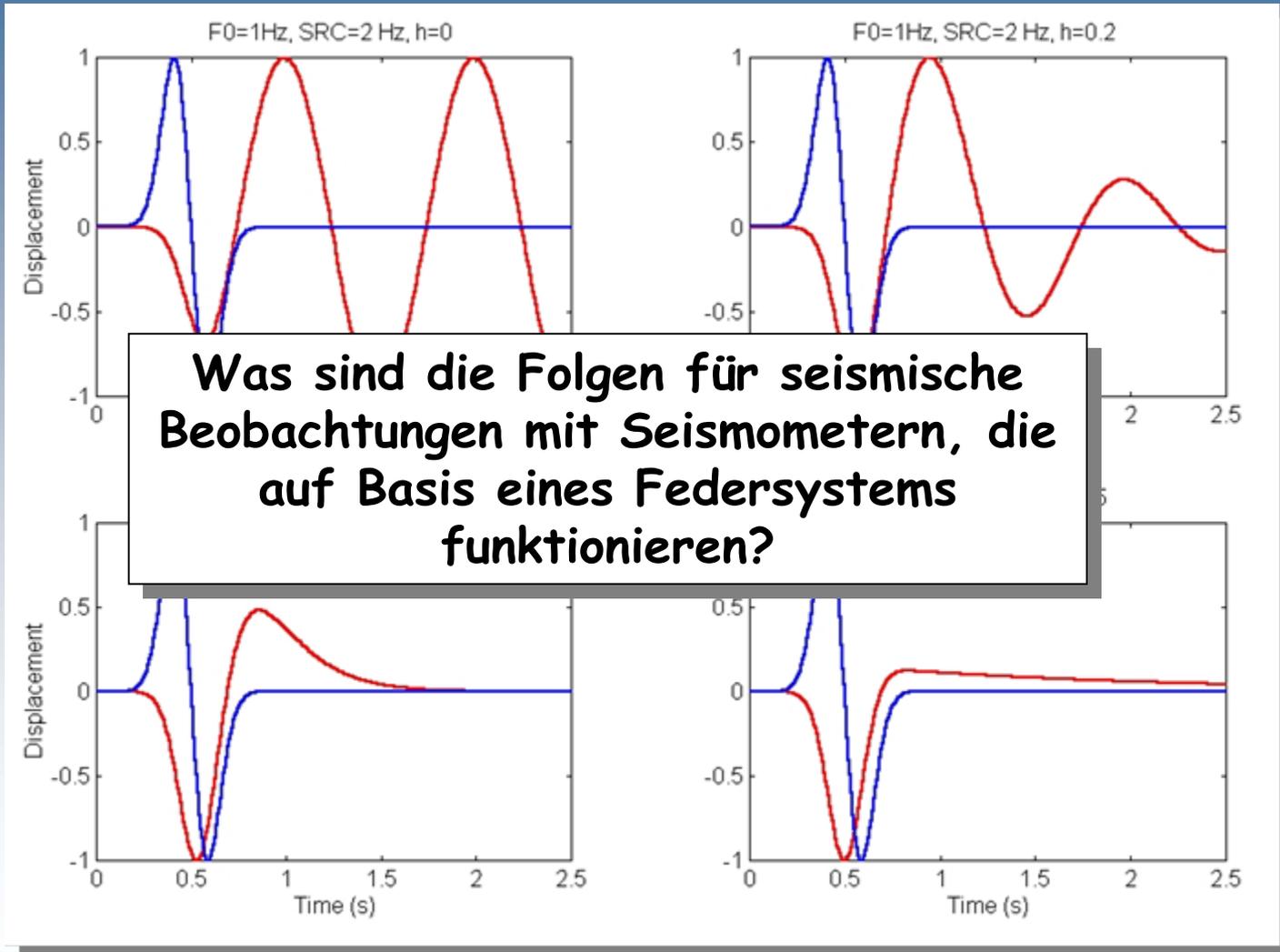
# Bearbeiten von Wellenformen

Wie müssen wir unsere digitalisierten Daten behandeln, um Information zu entnehmen? Diese Frage führt uns direkt zu den Konzepten der (De-) Konvolution (Faltung), (Auto-, Kreuz-) Korrelation und Filterung.

Das zentrale Konzept ist die Ausgabe eines Systems auf einen eingegebenen Impuls. Die **Impuls-Antwort**

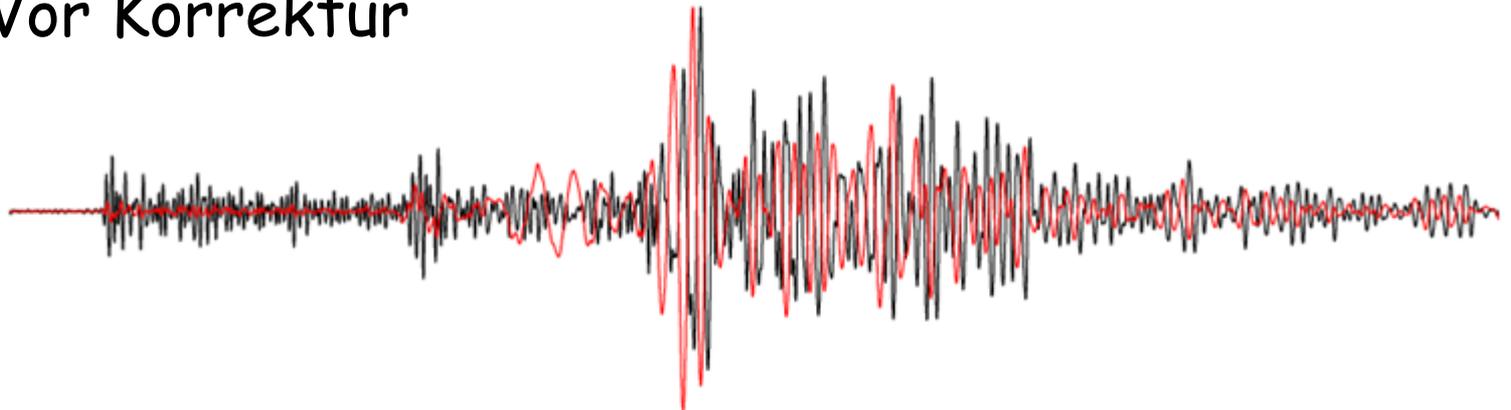


# Impuls-Antwort eines Seismometers

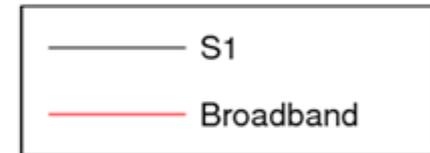
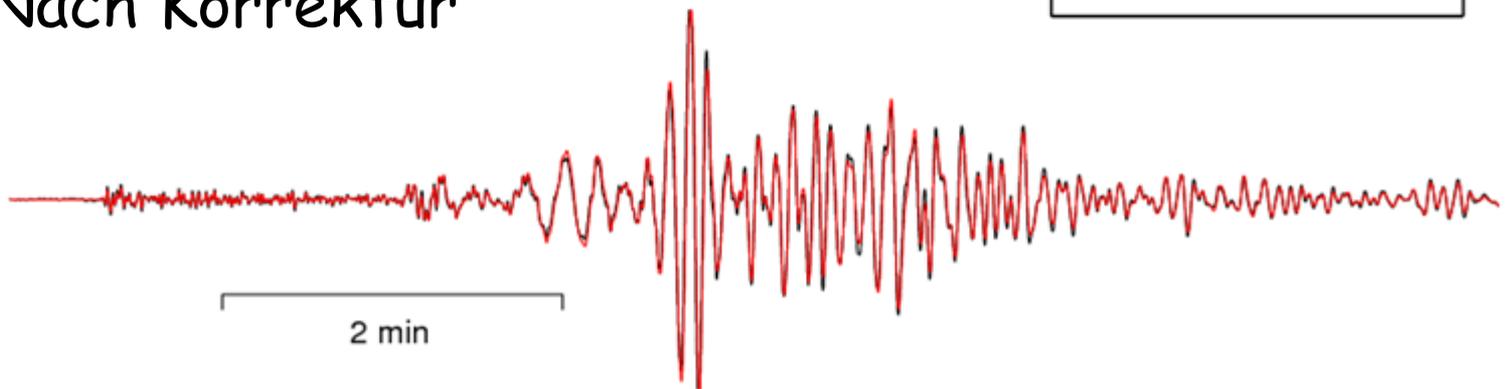


# Seismogramm - Bodenbewegung

Vor Korrektur



Nach Korrektur



# Diskrete Konvolution (Faltung)

**Konvolution (Faltung)** ist die mathematische Beschreibung der Änderung der Form eines Eingangssignals nach dem Durchlaufen eines Filters (Filtersystem)

$$y(t) = \int g(t') f(t - t') dt'$$

Es gibt ein eigenes mathematisches Symbol für Konvolution:

$$y(t) = g(t) * f(t)$$

Hier ist die Impuls-Antwort Funktion  $g$  gefaltet mit dem Eingangssignal  $f$ .  $g$  wird auch „Greensche Funktion“ genannt.

$$y_k = \sum_{i=0}^m g_i f_{k-i} \quad g_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, m$$

$$k = 0, 1, 2, \dots, m + n \quad f_j \quad j = 0, 1, 2, \dots, n$$

# Faltung Beispiel (Matlab)

Impuls-Response

```
>> x
x =
    0    0    1    0

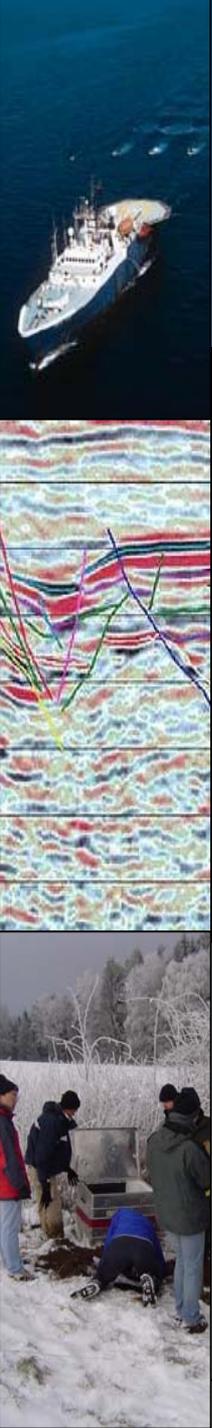
>> y
y =
    1    2    1

>> conv(x,y)
ans =
    0    0    1    2    1    0
```

System Input

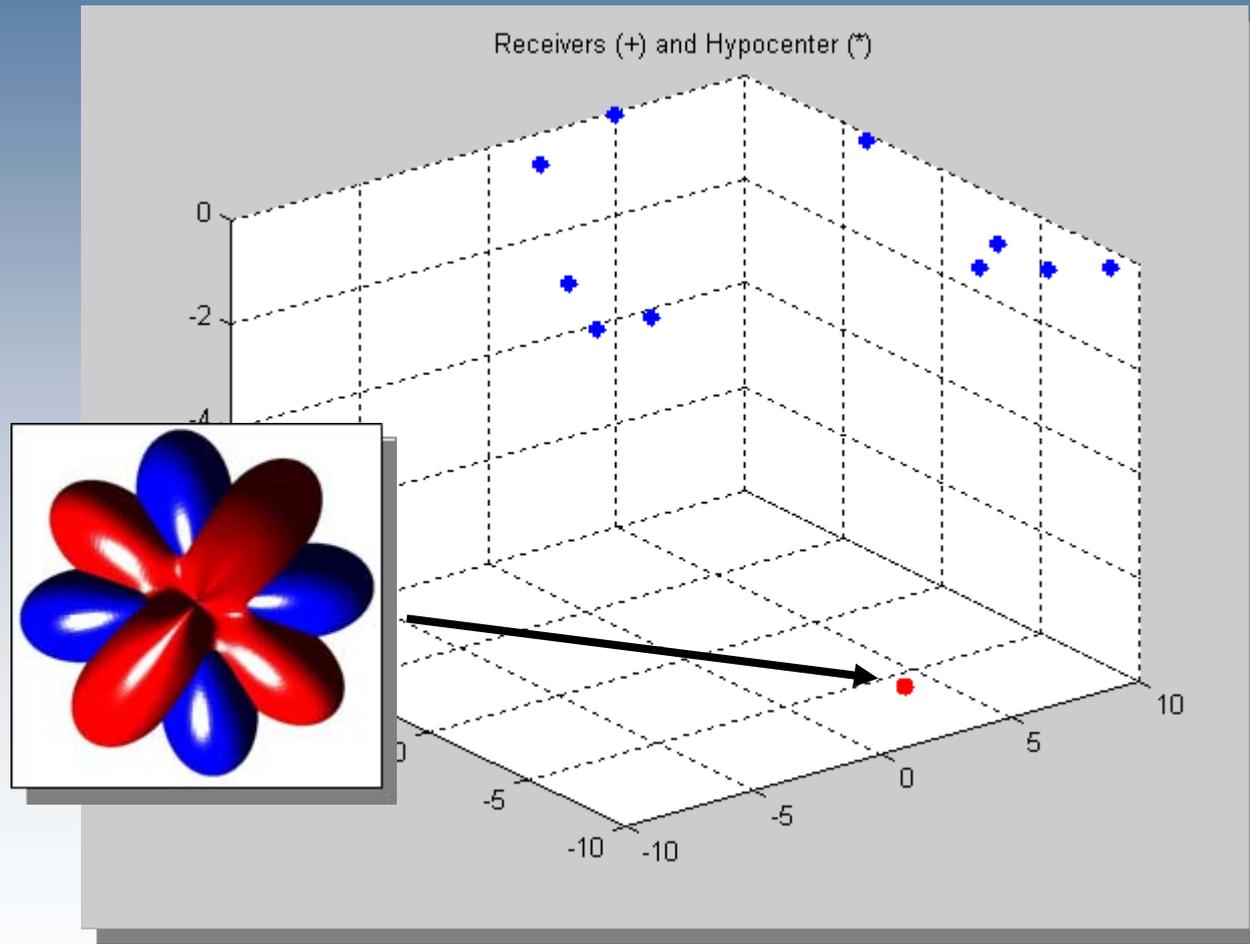
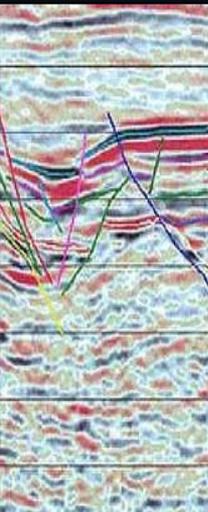
System Output

# Faltung Beispiel

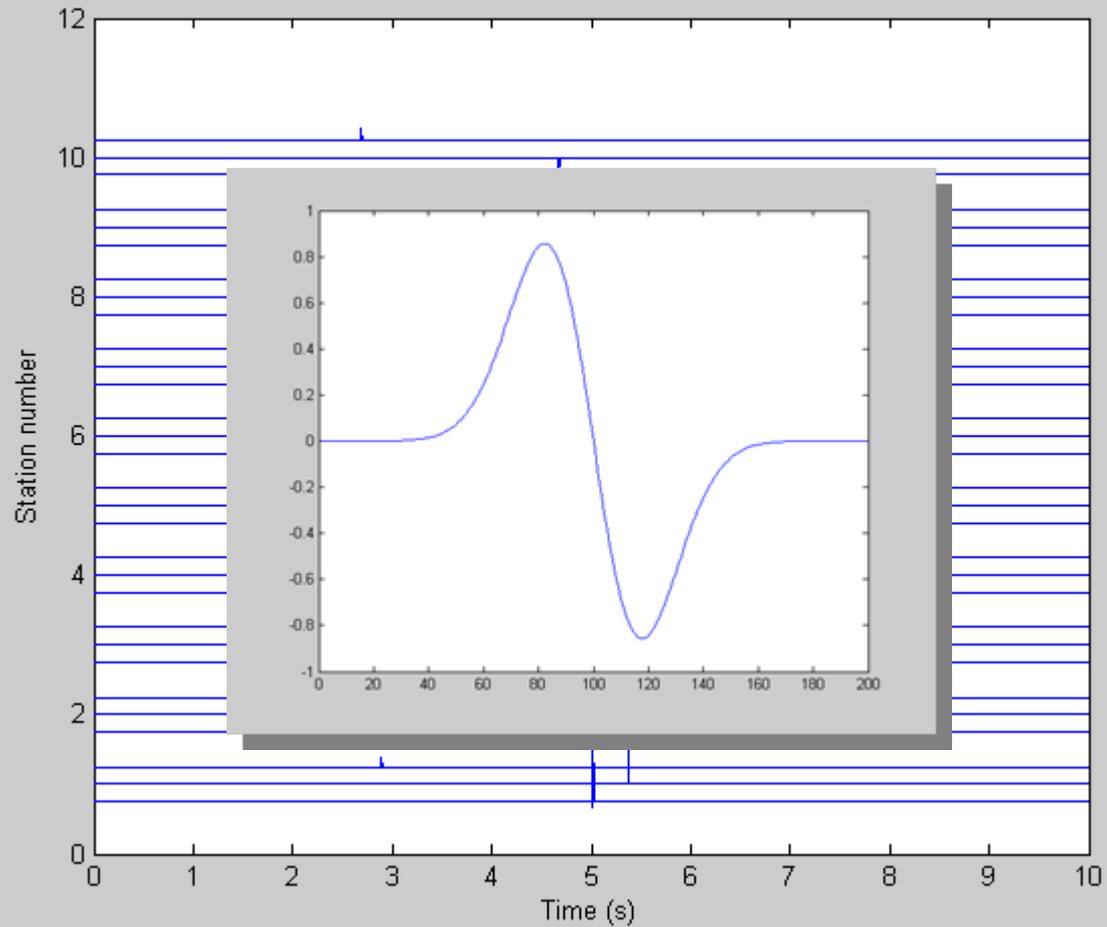


<b>x</b>	<b>„Faltung“</b>				<b>y</b>	<b>x*y</b>
	0	1	0	0	1 2 1	<b>0</b>
	0	1	0	0	1 2 1	<b>0</b>
	0	1	0	0	1 2 1	<b>1</b>
	0	1	0	0	1 2 1	<b>2</b>
	0	1	0	0	1 2 1	<b>1</b>
1	2	1				<b>0</b>

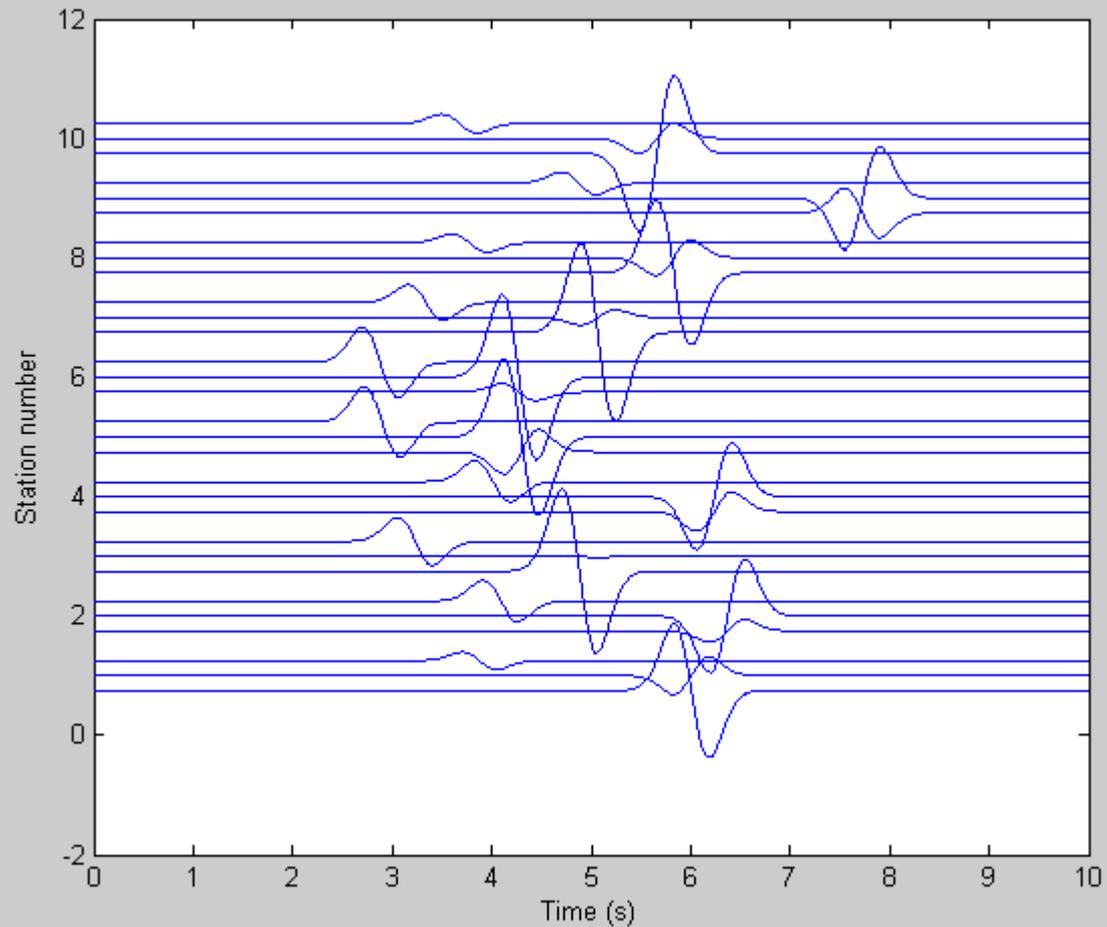
# Konvolutionsmodell: *Seismogramme*



# Die seismische *Impuls-Antwort*



# Die gefilterte (gefaltete) Antwort

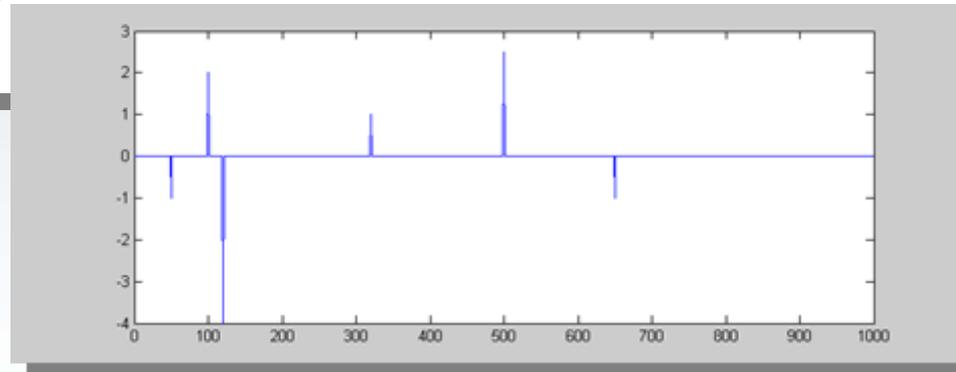
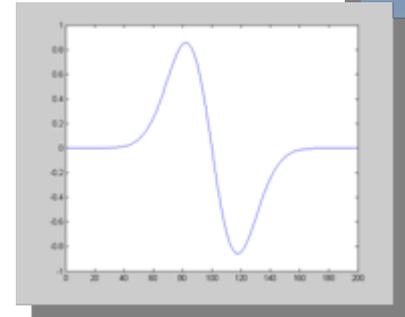


# 1D Konvolutionsmodell einer seismischen Spur

Das Seismogramm eines geschichteten Mediums kann ebenso mit einem Konvolutionsmodell berechnet werden ...

$$u(t) = s(t) * r(t) + n(t)$$

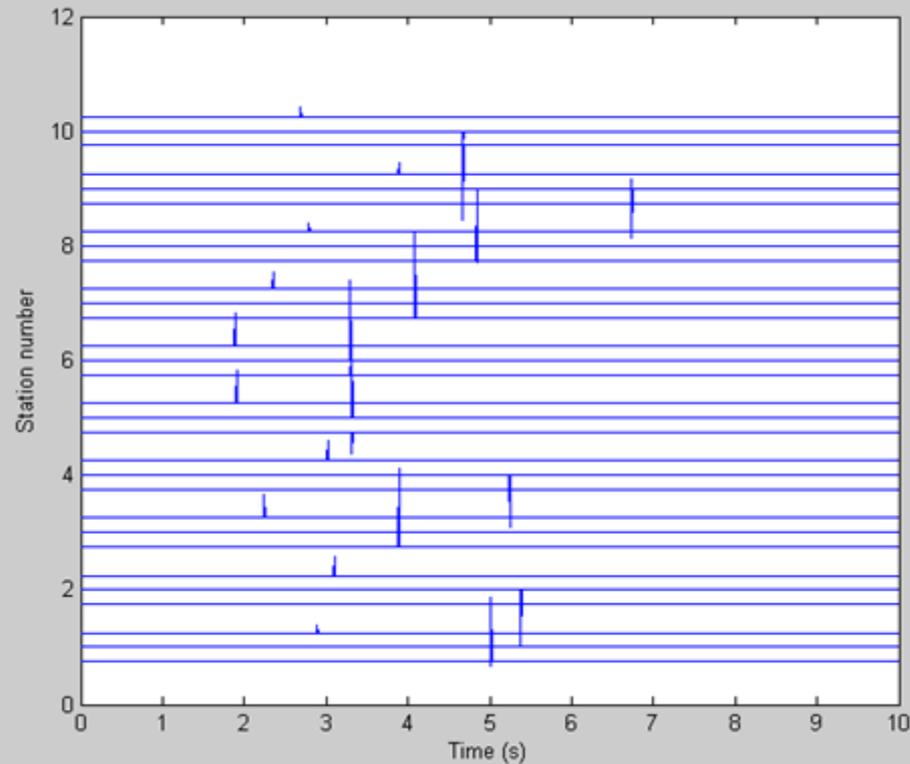
$u(t)$  Seismogramm  
 $s(t)$  Quellfunktion (Anregungsfunktion)  
 $n(t)$  Rauschen  
 $r(t)$  Reflektivität



# Dekonvolution

**Dekonvolution** ist die Inversion der **Konvolution**.

Wann ist eine **Dekonvolution** nützlich?



# Korrelation

Korrelation spielt eine zentrale Rolle bei der Studie von Zeitreihen. Normalerweise gibt die Korrelation eine **quantitative Abschätzung der Ähnlichkeit zweier Funktionen** und den **zeitlichen/räumlichen Versatz** zwischen ihnen an. Die Korrelation zwischen den Vektoren  $g$  und  $f$  (beide mit  $n$  Elementen) ist definiert durch:

$$r_k = \sum_{i=1}^n f_{k+i} g_i$$

$$k = -m, \dots, 0, \dots, m$$

$$m = n - 1$$

$m$  nennt man auch **max lag (Verzögerung)**

# Beispiel (Matlab)

```
>> x=[1 3 2]
```

```
x =
```

```
    1    3    2
```

```
>> y=[1 2 1]
```

```
y =
```

```
    1    2    1
```

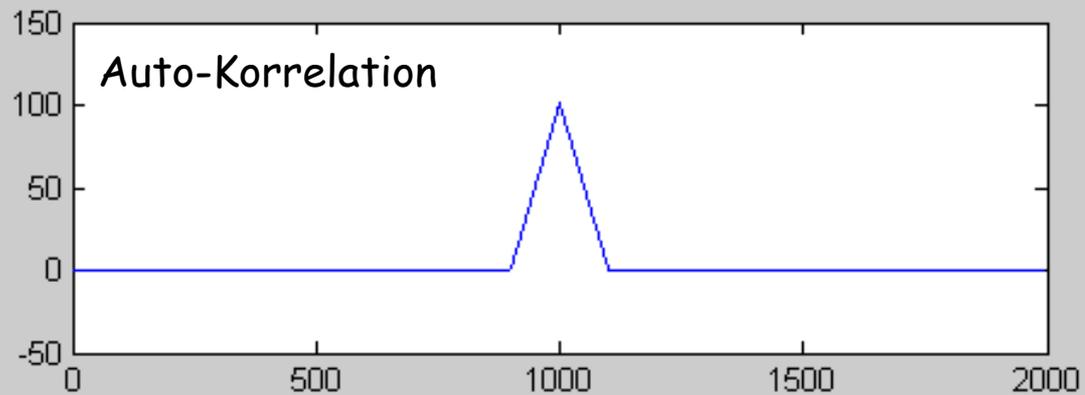
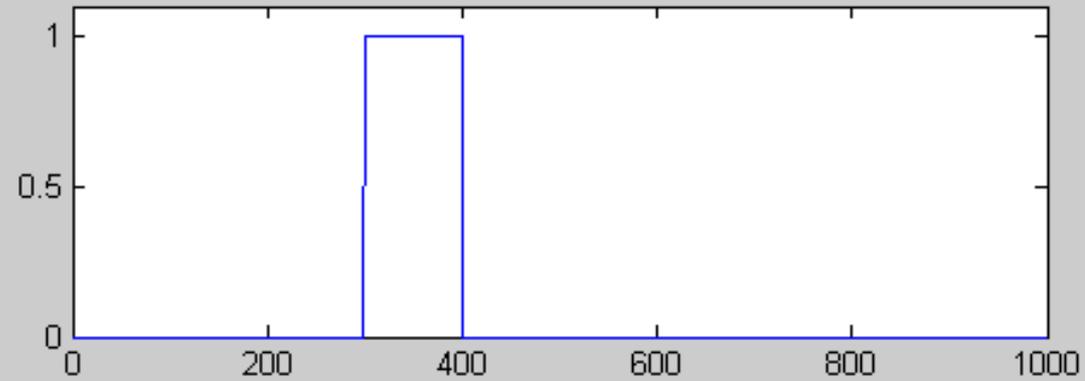
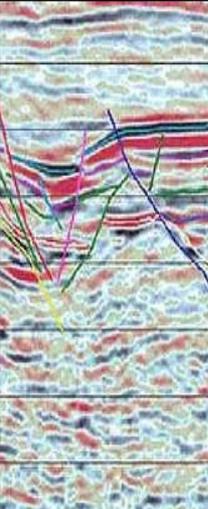
```
>> xcorr(x,y)
```

```
ans =
```

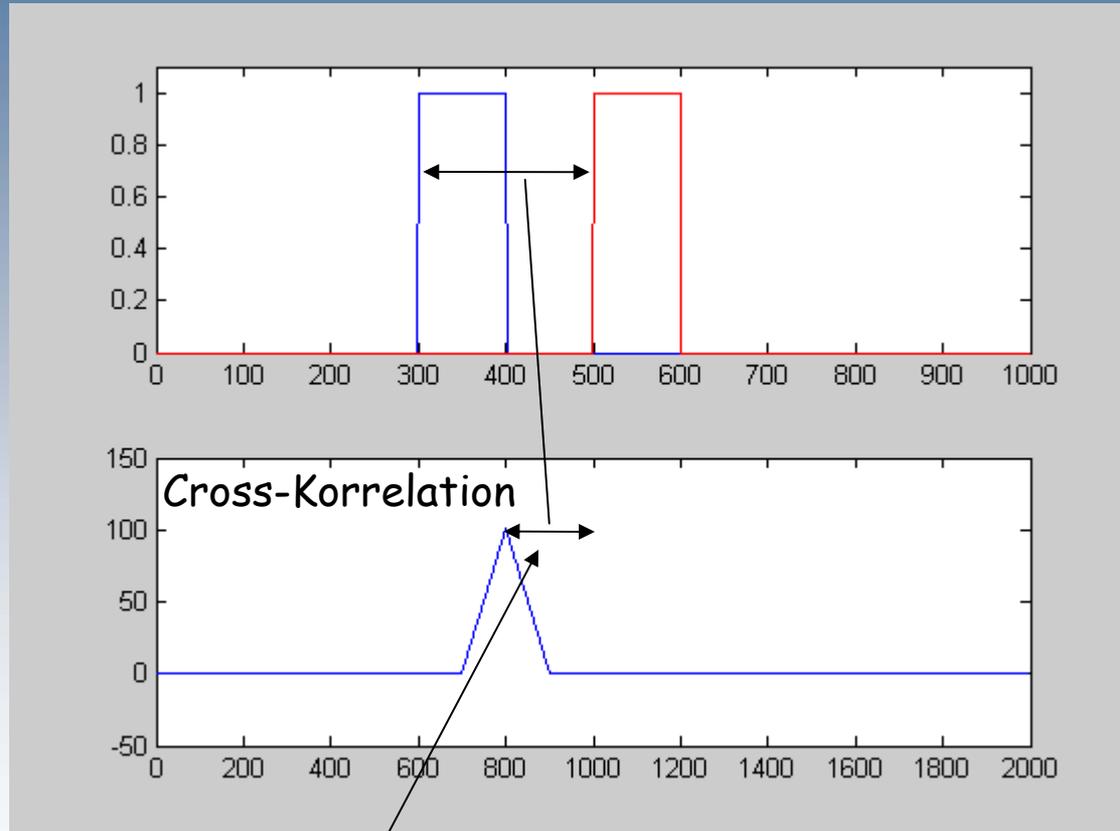
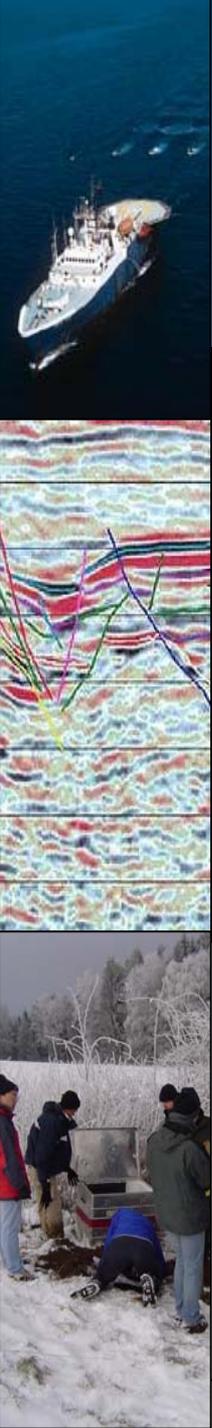
```
    1.0000    5.0000    9.0000    7.0000    2.0000
```

```
>>
```

# Auto-Korrelation

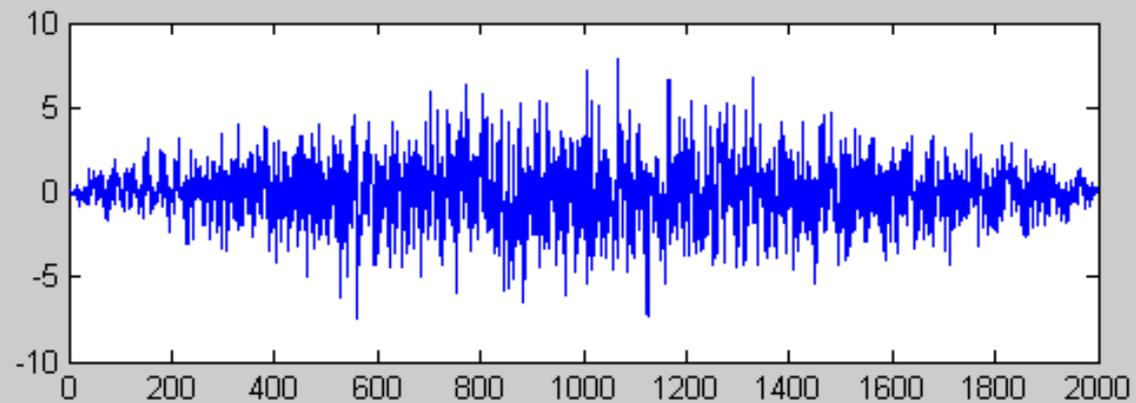
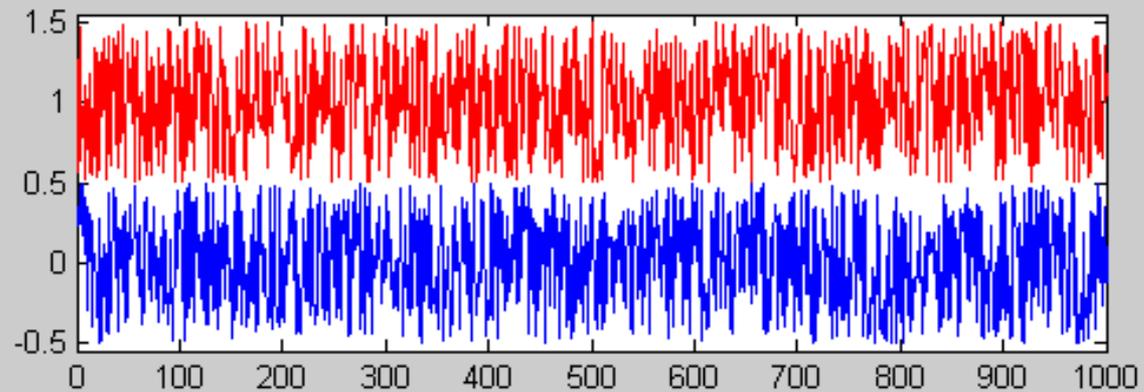
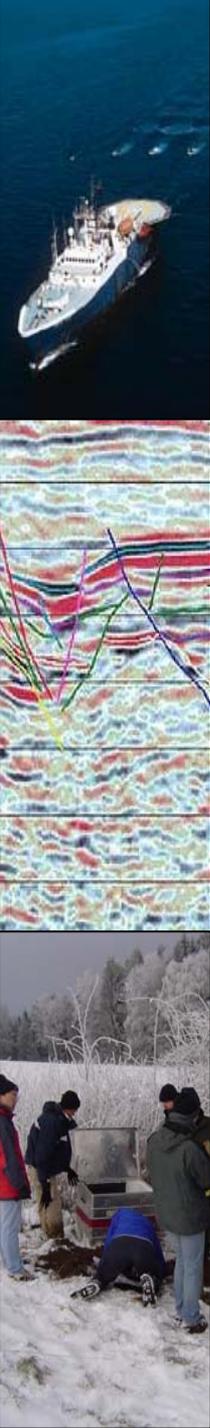


# Kreuz-Korrelation

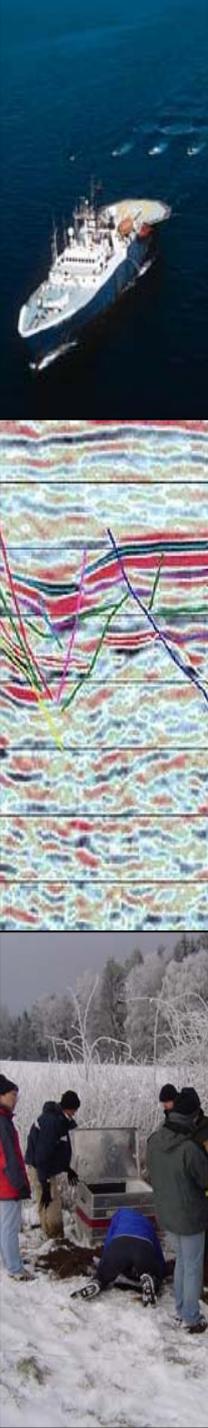
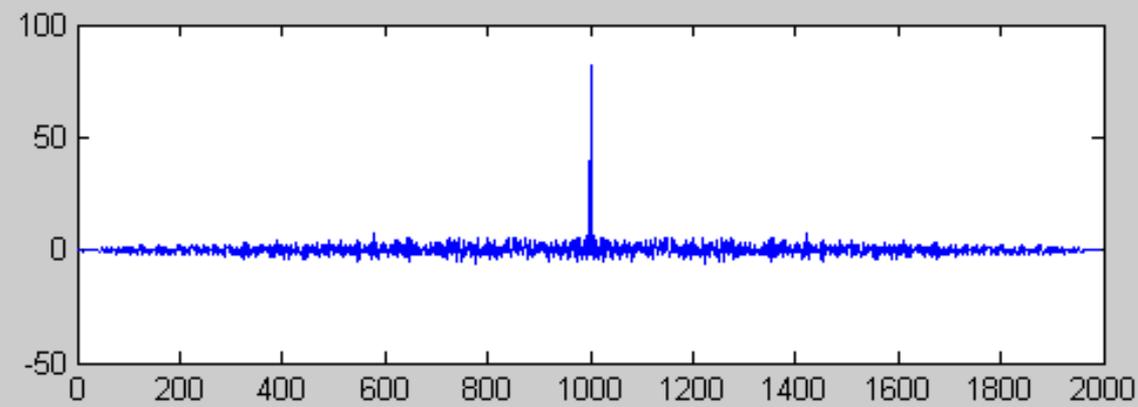
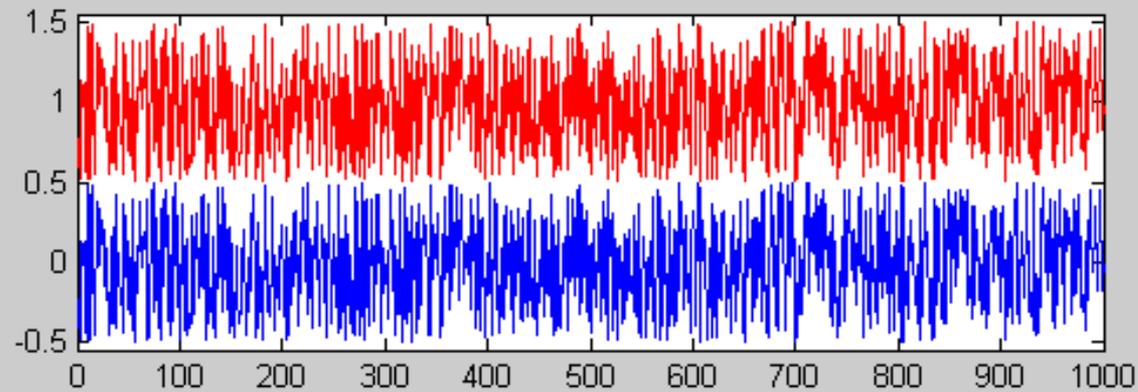


Lag (in diesem Fall 200) zwischen zwei Funktionen

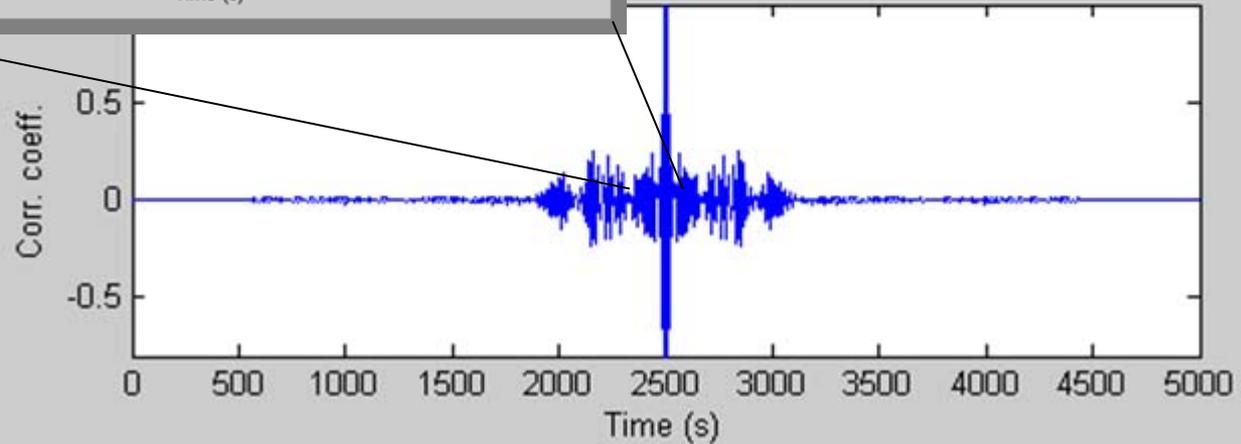
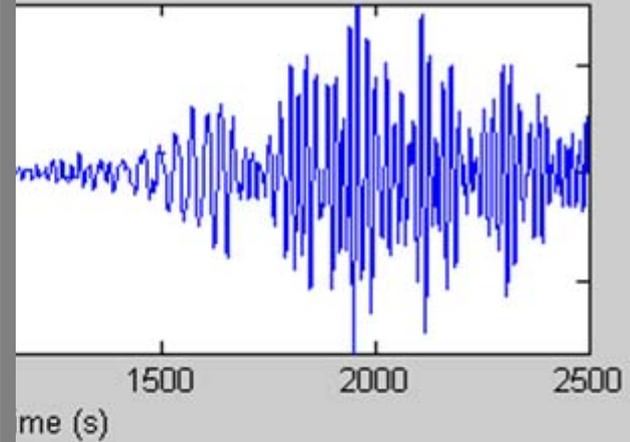
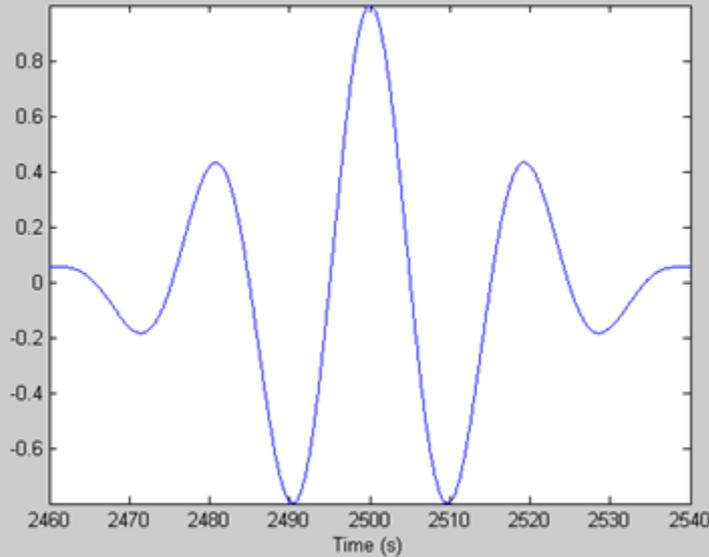
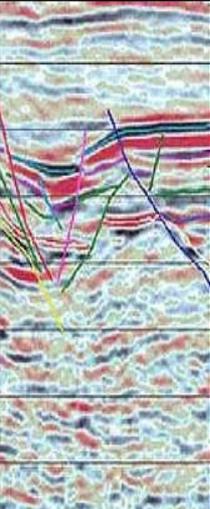
# Kreuz-Korrelation Zufallsfunktionen



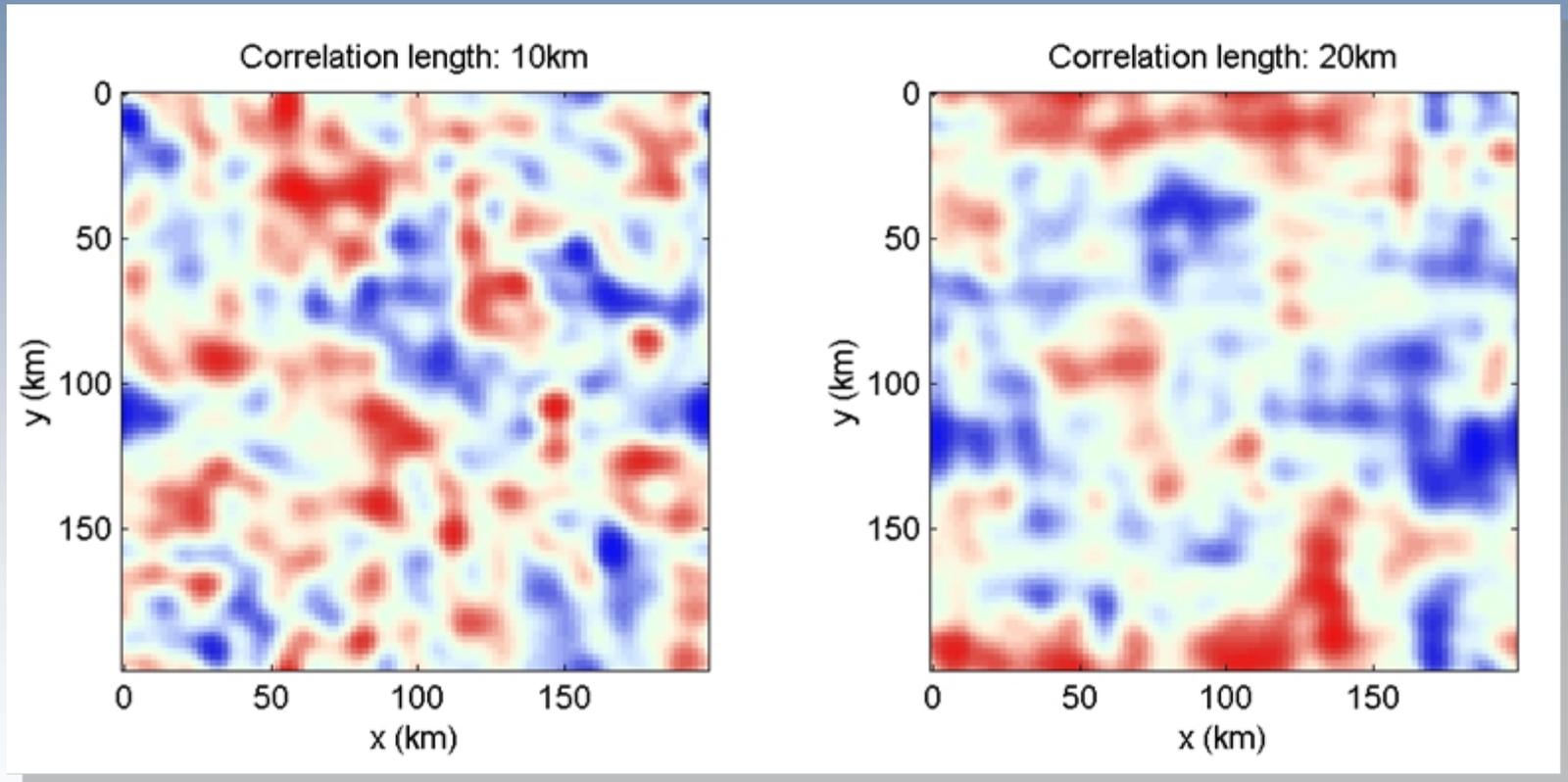
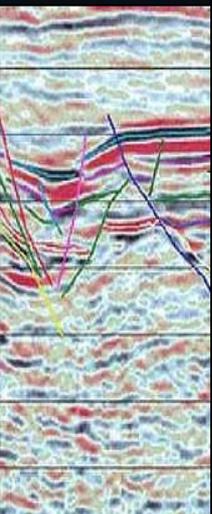
# Auto-Korrelation Zufallsfunktion



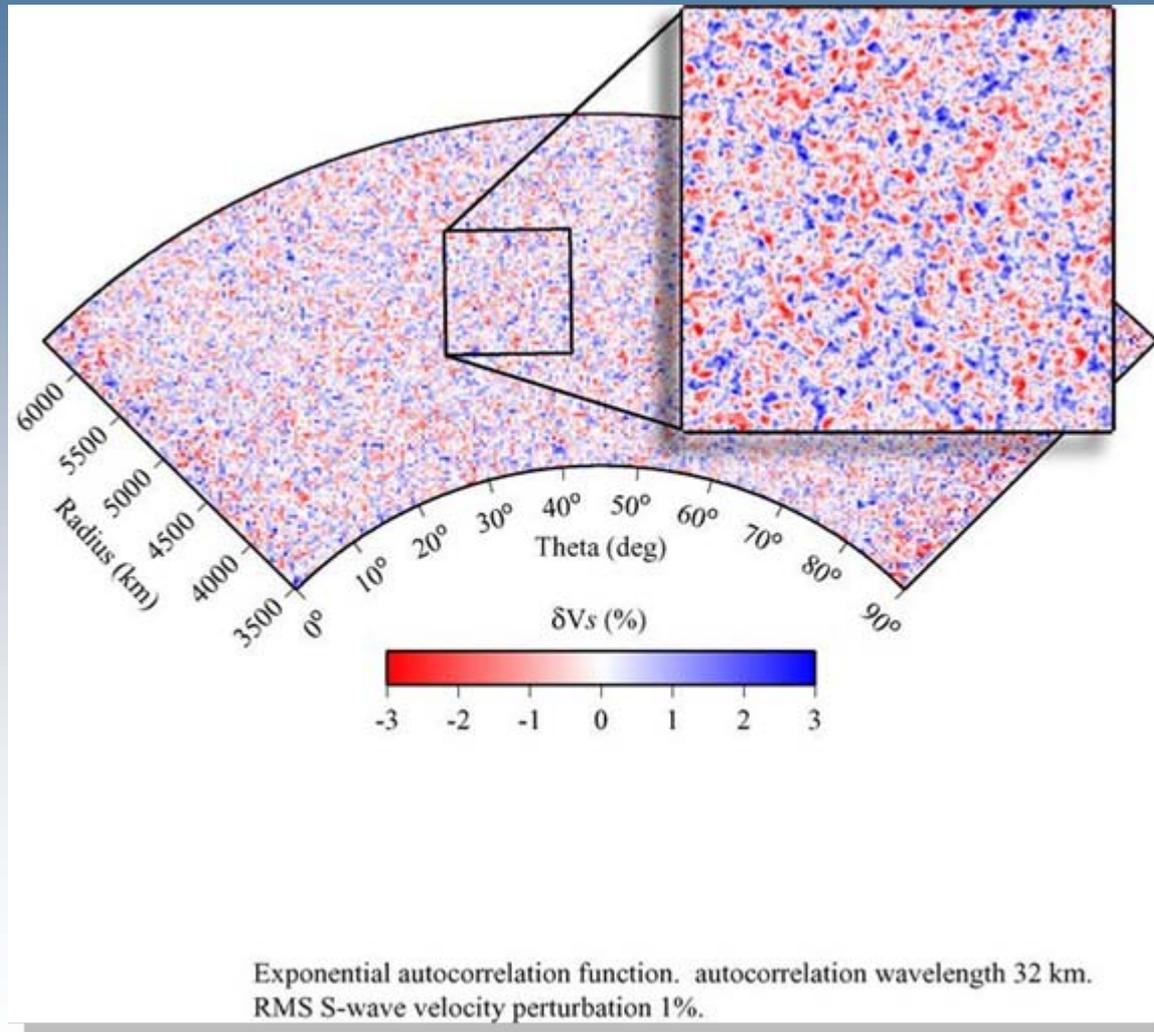
# Auto-Korrelation Seismisches Signal



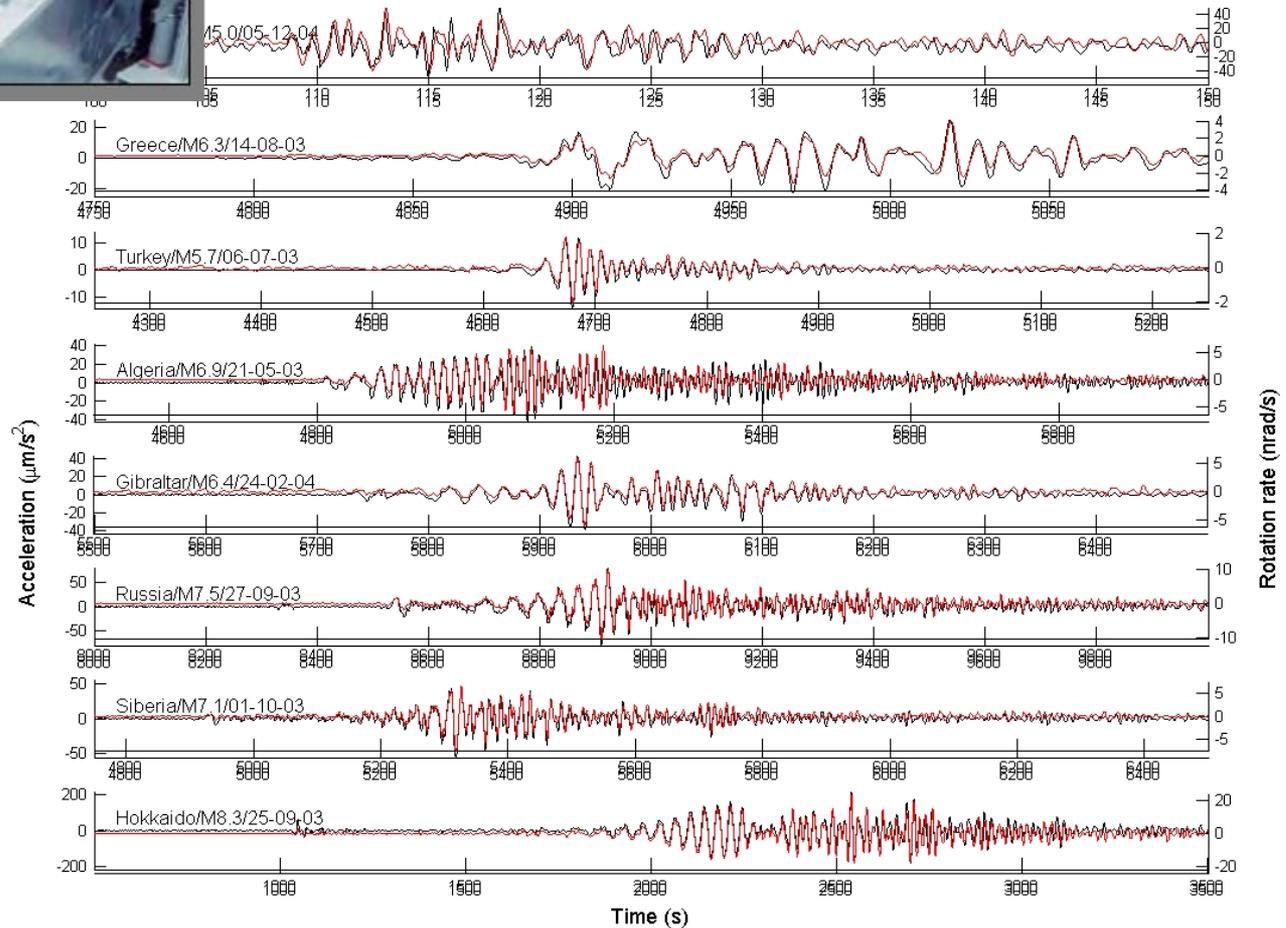
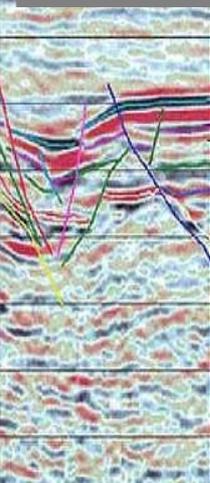
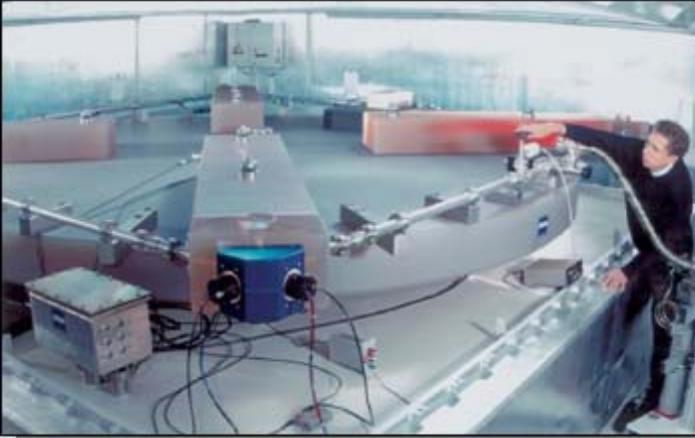
# Korrelationslänge „Zufallsmedium“



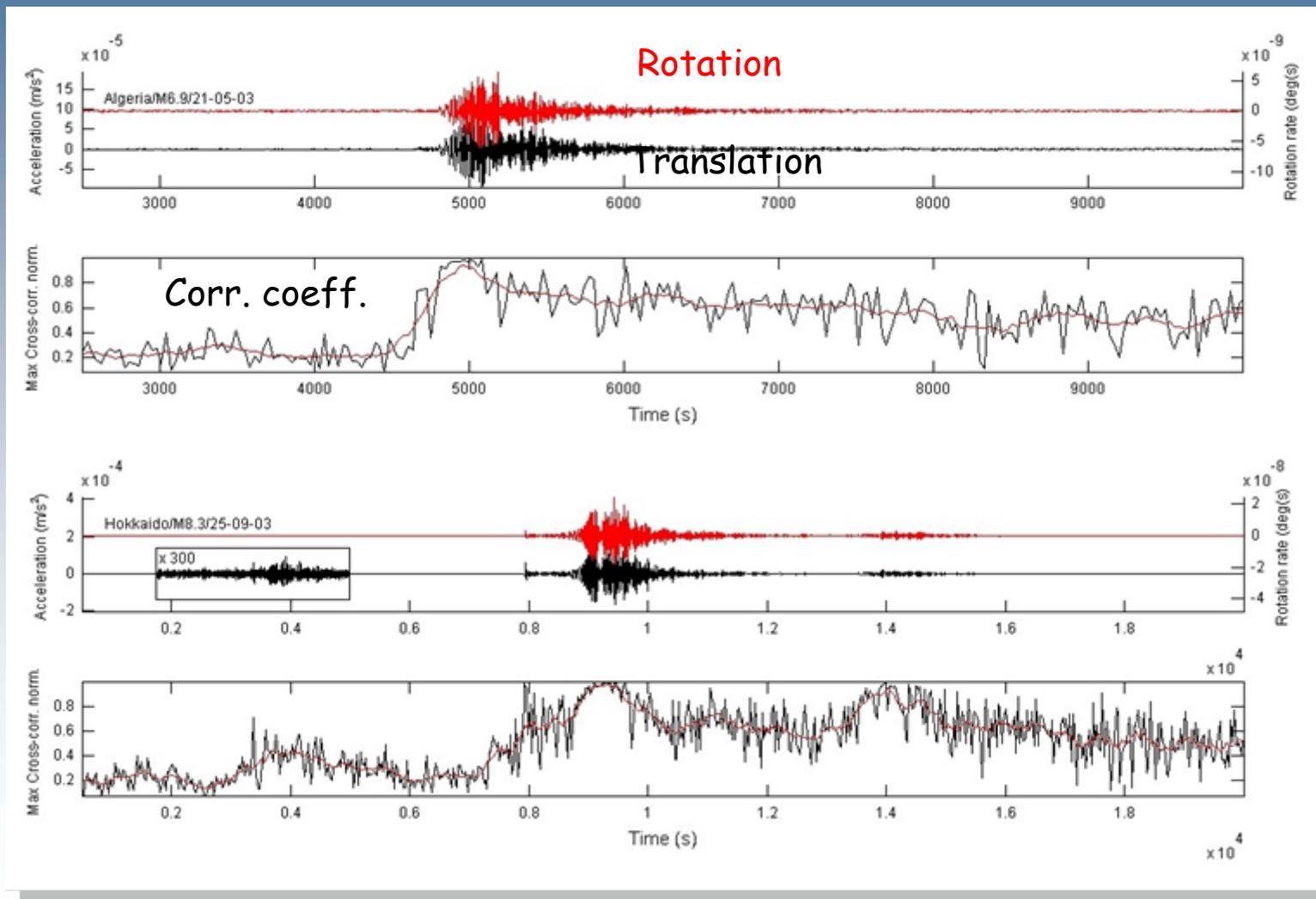
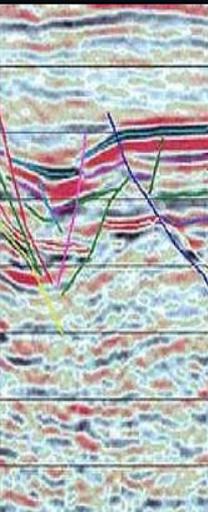
# Korrelationslänge „Zufallsmedium“



# Ähnlichkeit Rotationsrate und transversale Beschleunigung

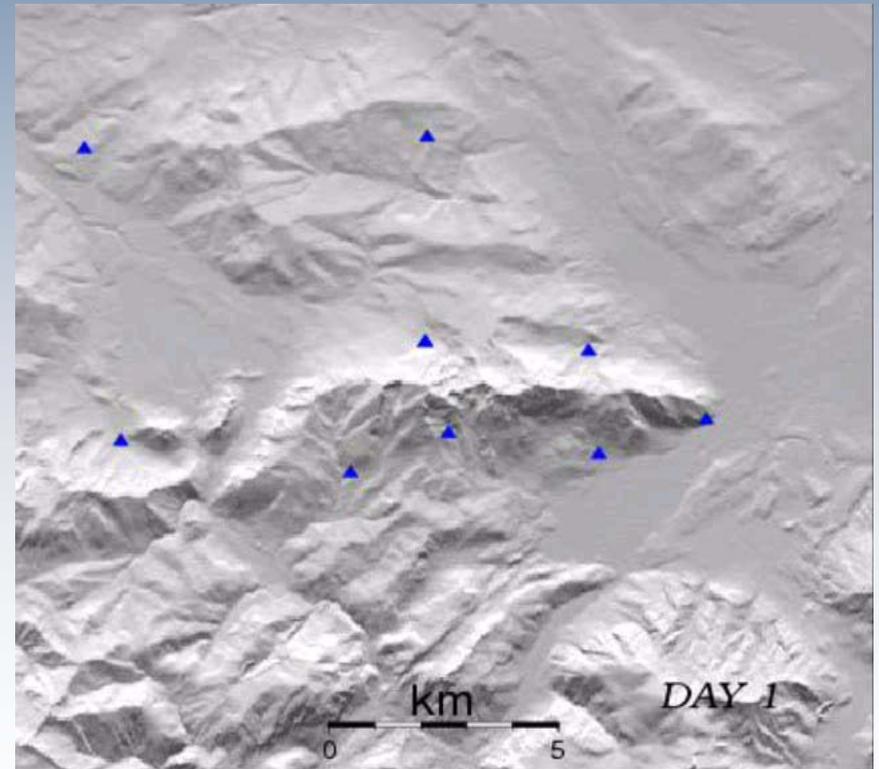
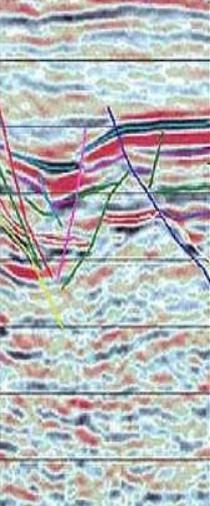


# Kreuz-Korrelation ein Beispiel - "Ähnlichkeit"

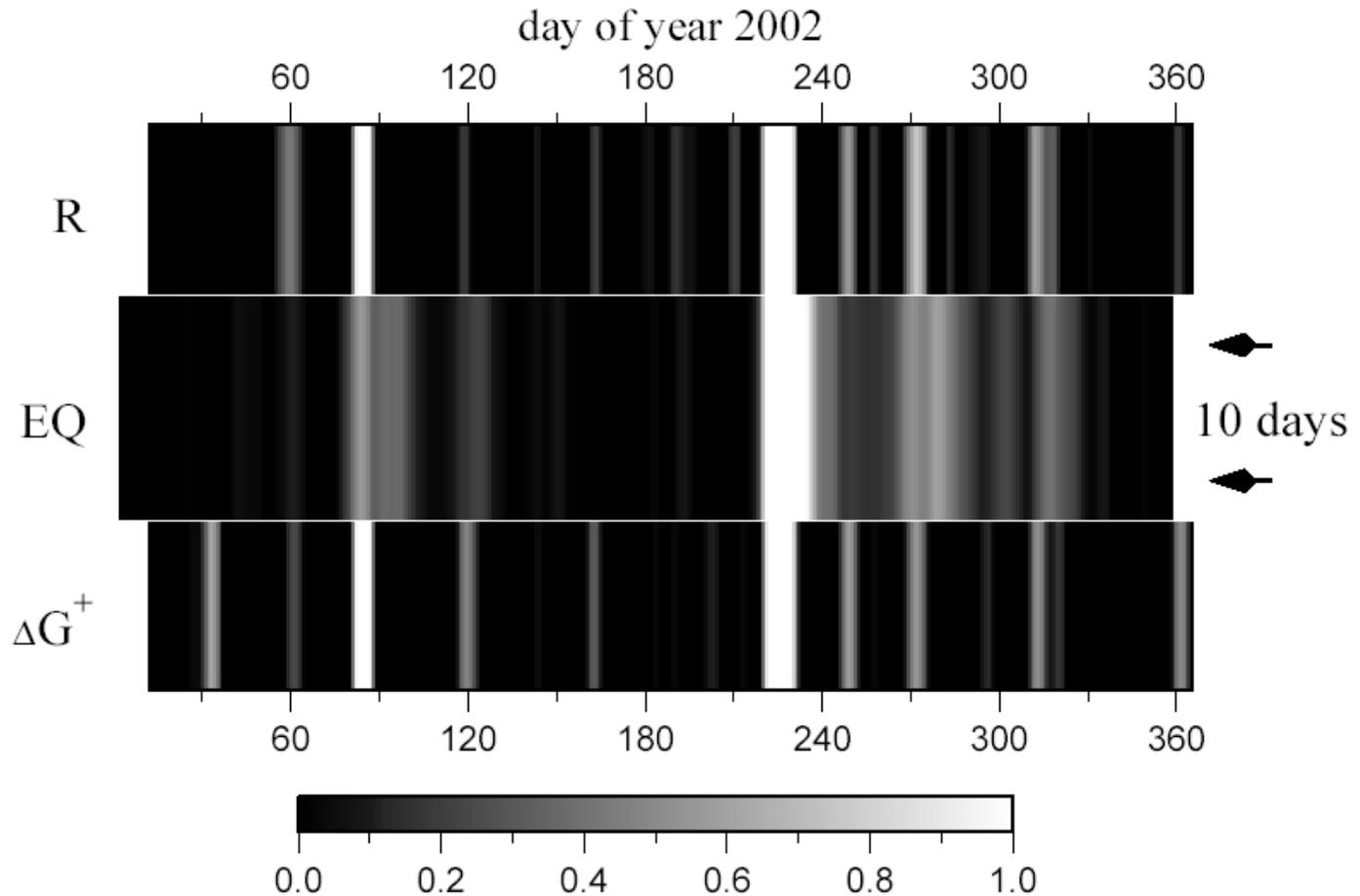


# Seismizität 2002

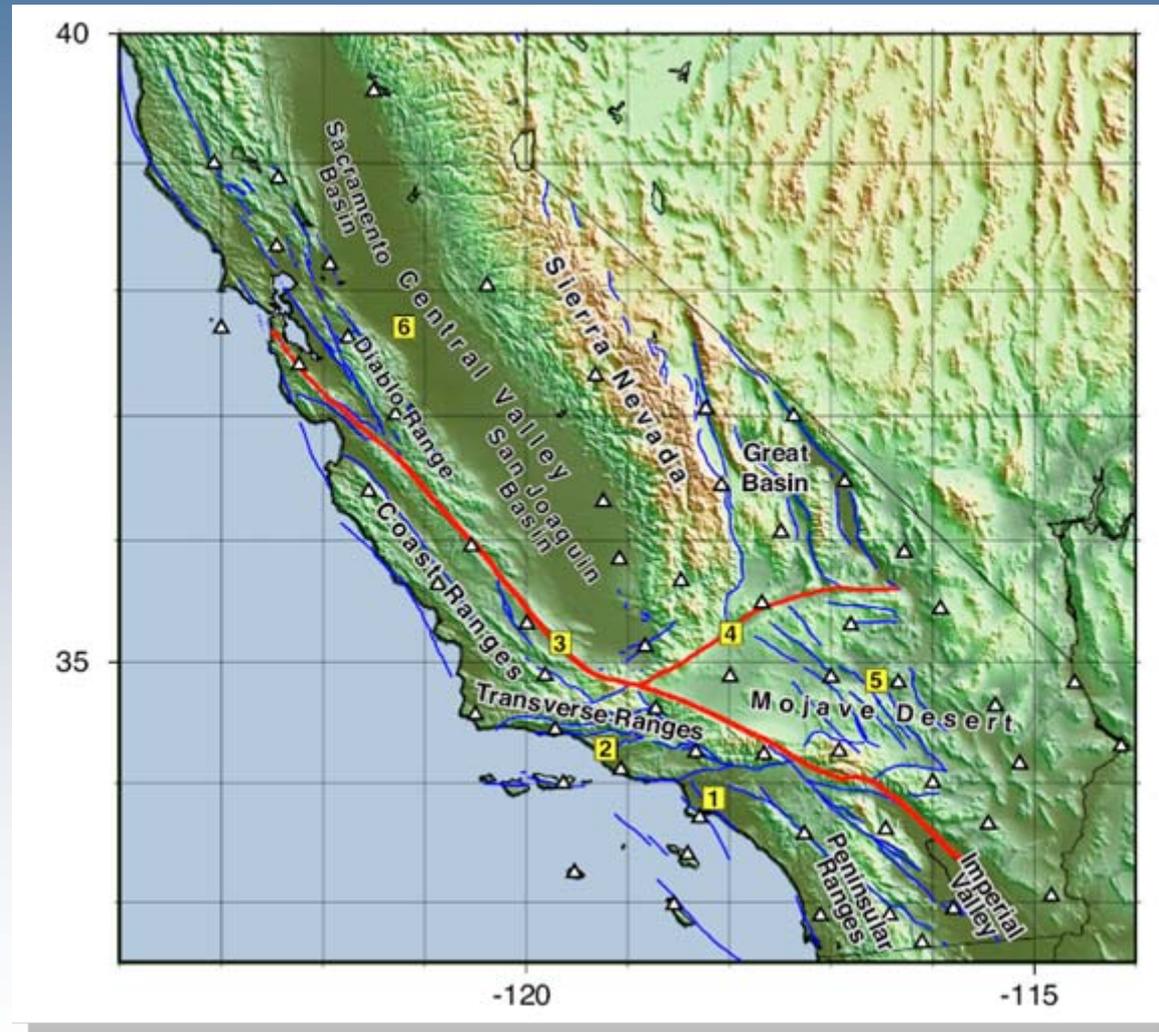
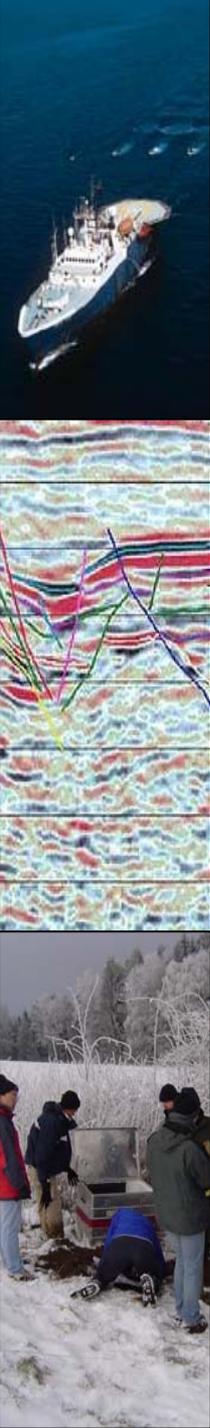
... Die Regenfälle, die im August zum Hochwasser führten, hatten ihren Höhepunkt am Tag 218 ...



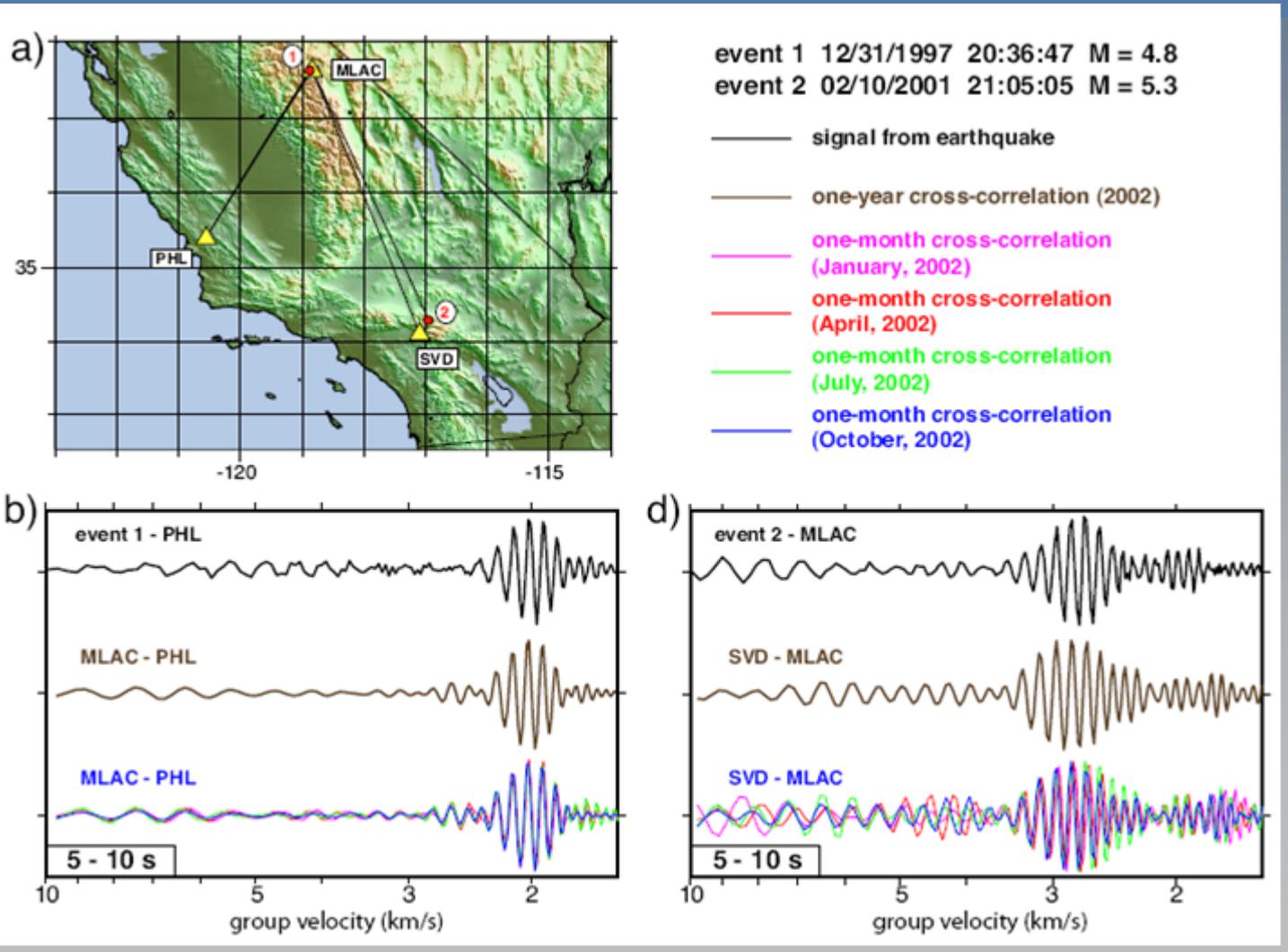
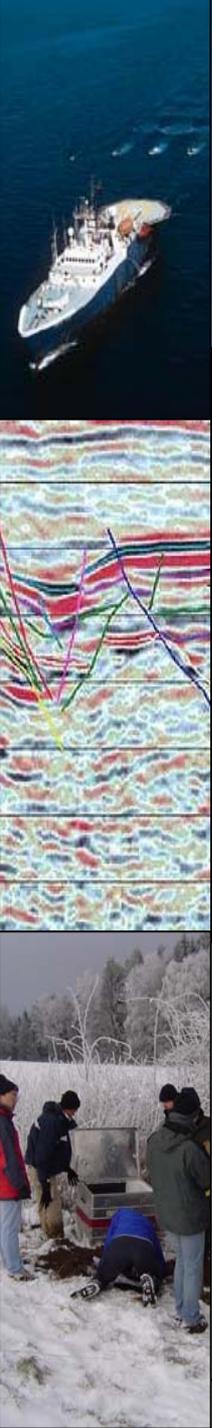
# Externer Einfluss auf Erdbeben?



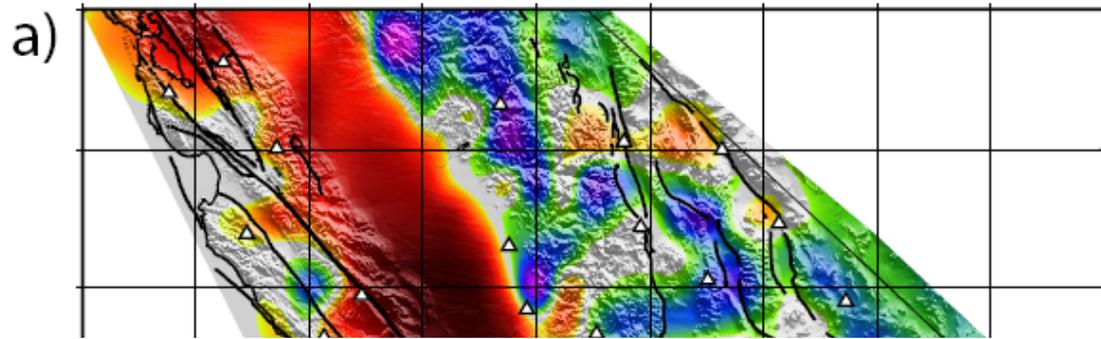
# Tomografie mit Kreuzkorrelation



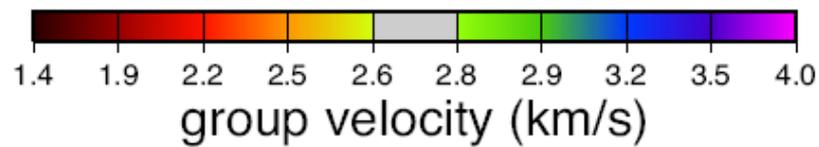
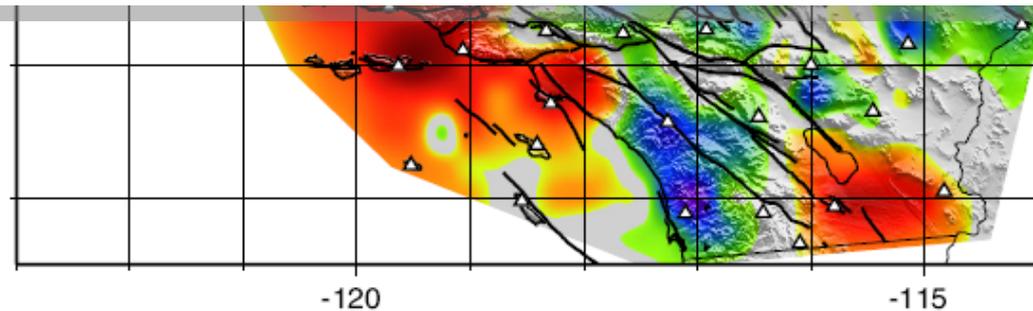
# Green's Funktionen aus 1 Jahr „Rauschen“: Vergleich mit Erdbeben (Shapiro et al., Science, 2005)



# Tomografie von Kalifornien 7.5 s Rayleigh Wellen



Yeah! All das mit **Kreuzkorrelationen!**  
... und ohne Erdbeben ...



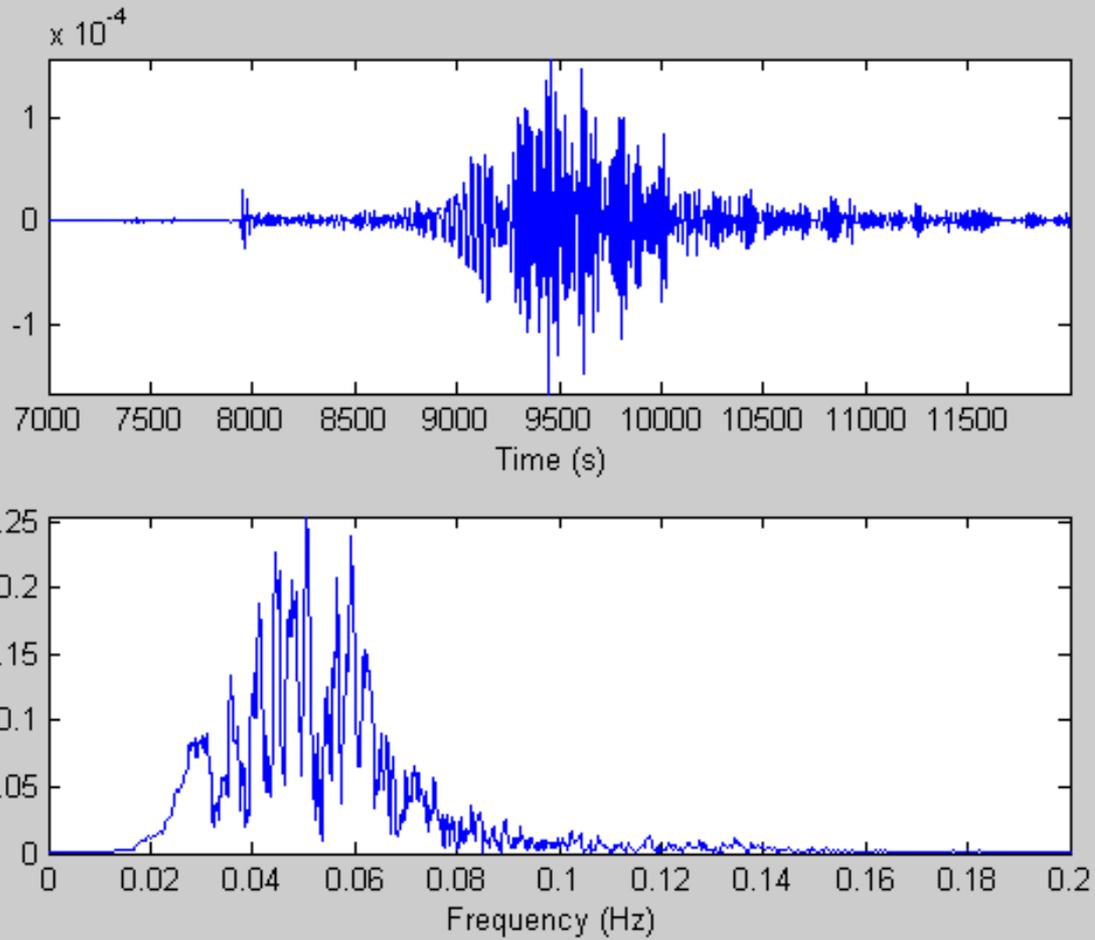
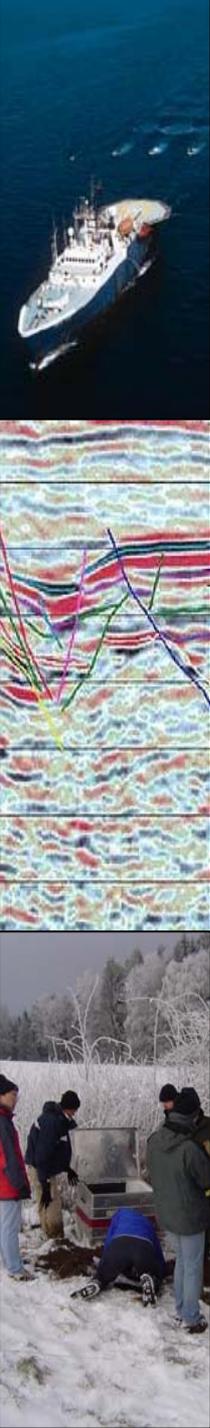
# Digitales Filtern

Oftmals beinhaltet ein aufgezeichnetes Signal eine Fülle von Informationen, an denen wir nicht interessiert sind (Rauschen, Störsignale). Um uns des Rauschens zu entledigen fügen wir einen **Filter im Frequenzraum** hinzu.

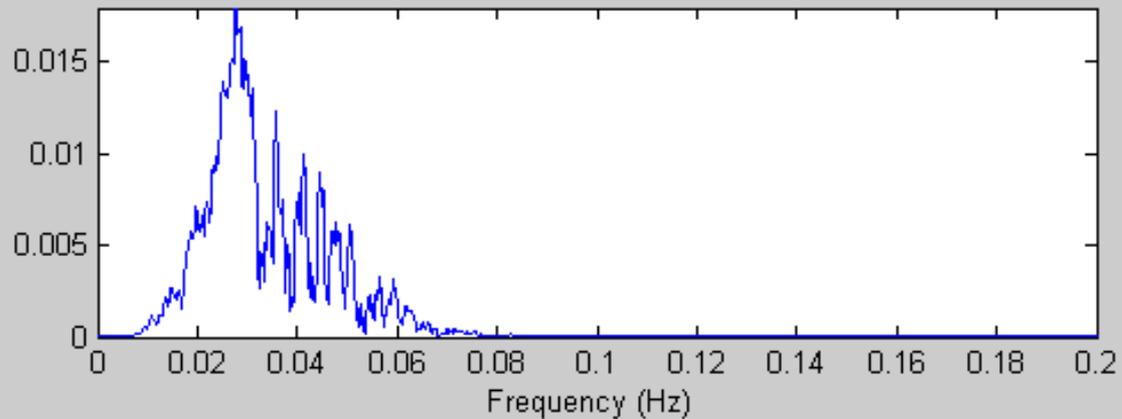
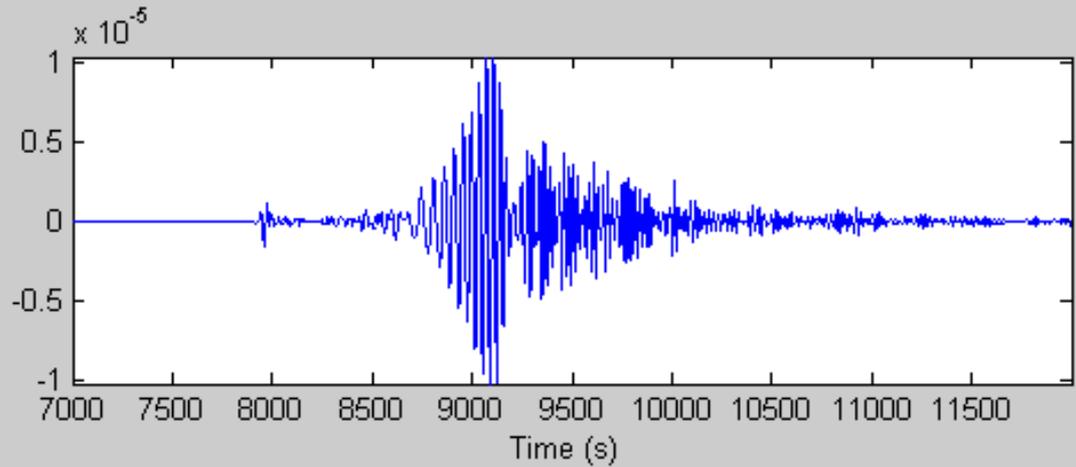
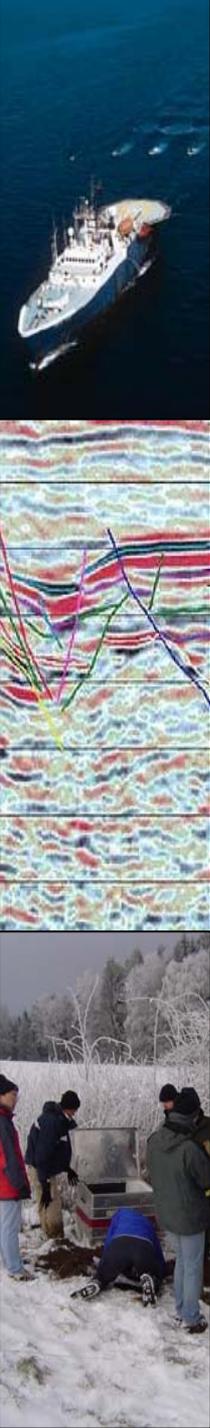
Die wichtigsten Filter sind:

- **Hochpass:** schneidet niedrige Frequenzen ab
- **Tiefpass:** schneidet hohe Frequenzen ab
- **Bandpass:** schneidet hohe und tiefe Frequenzen heraus, und hinterlässt ein Band von mittleren Frequenzen
- **Bandfilter:** schneidet bestimmte Frequenzen heraus und hinterlässt alle anderen Frequenzen

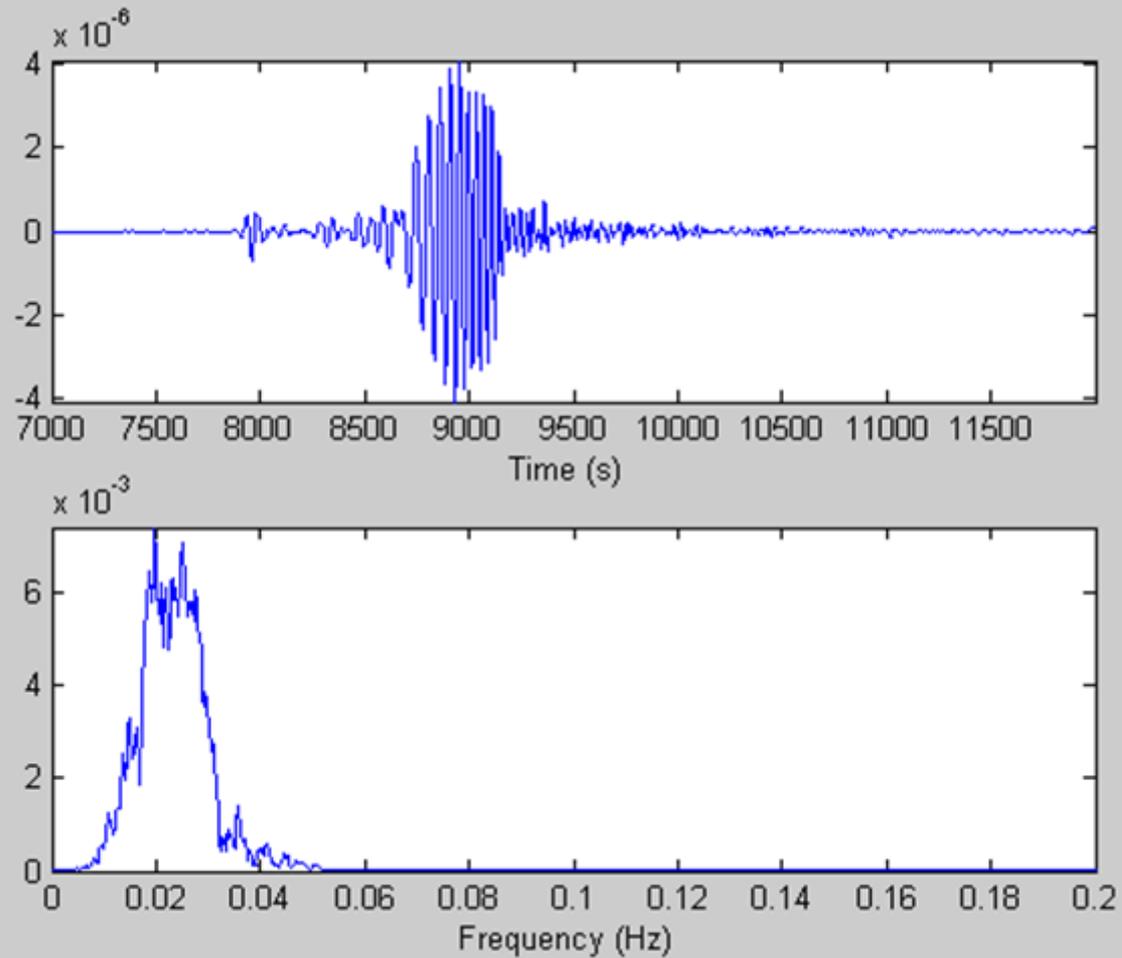
# Digitales Filtern



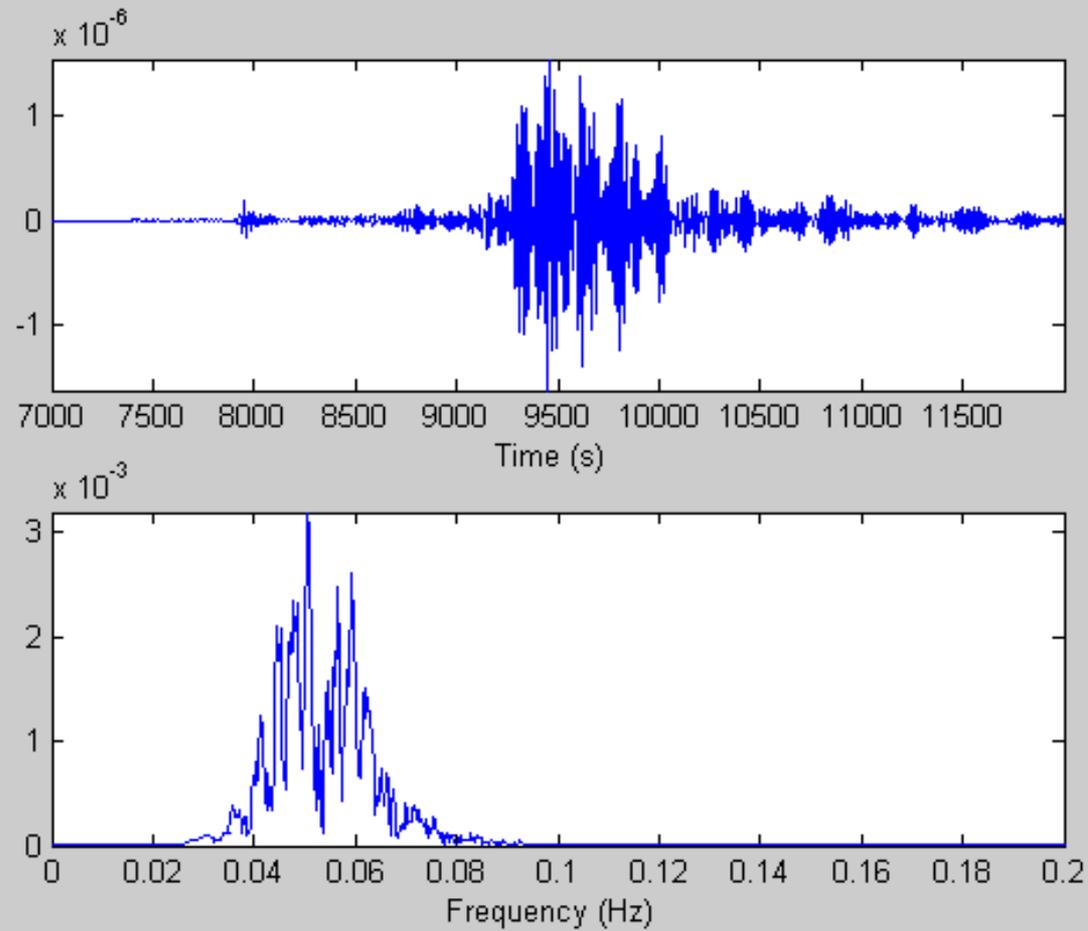
# Tiefpass Filterung



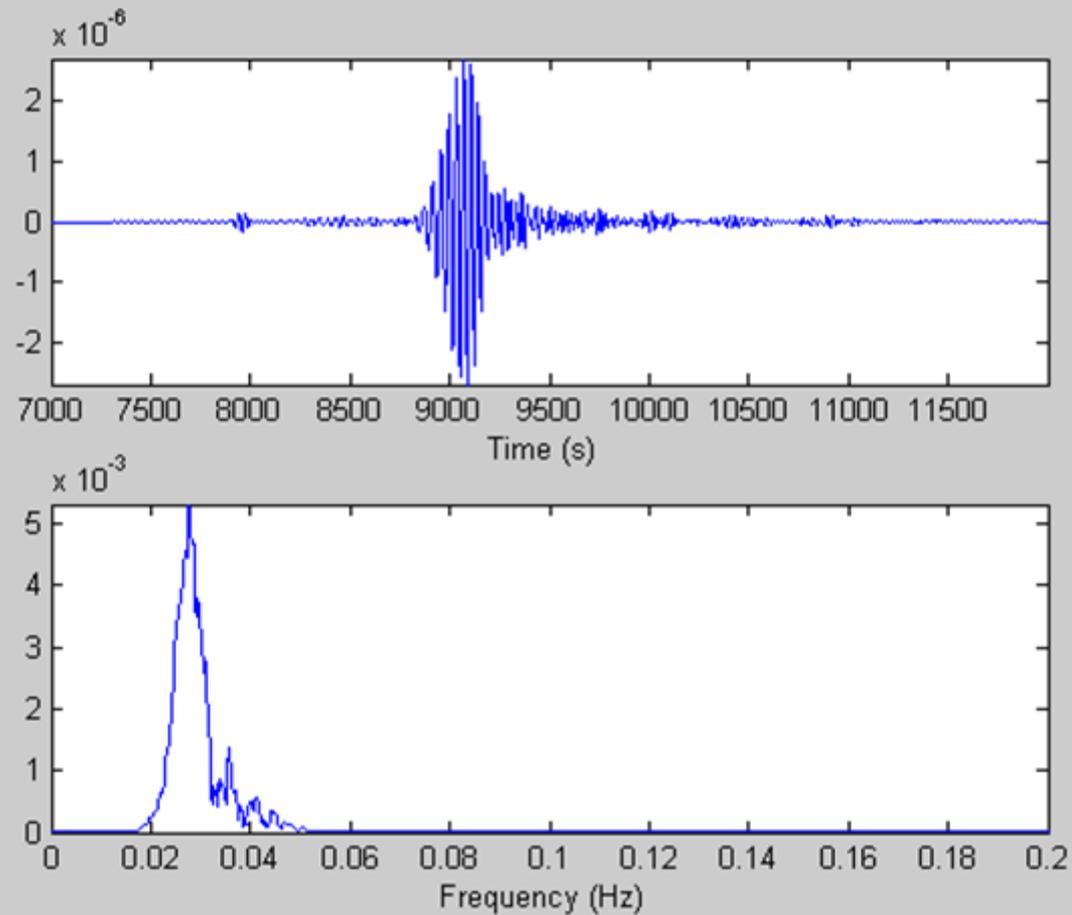
# Tiefpass Filterung



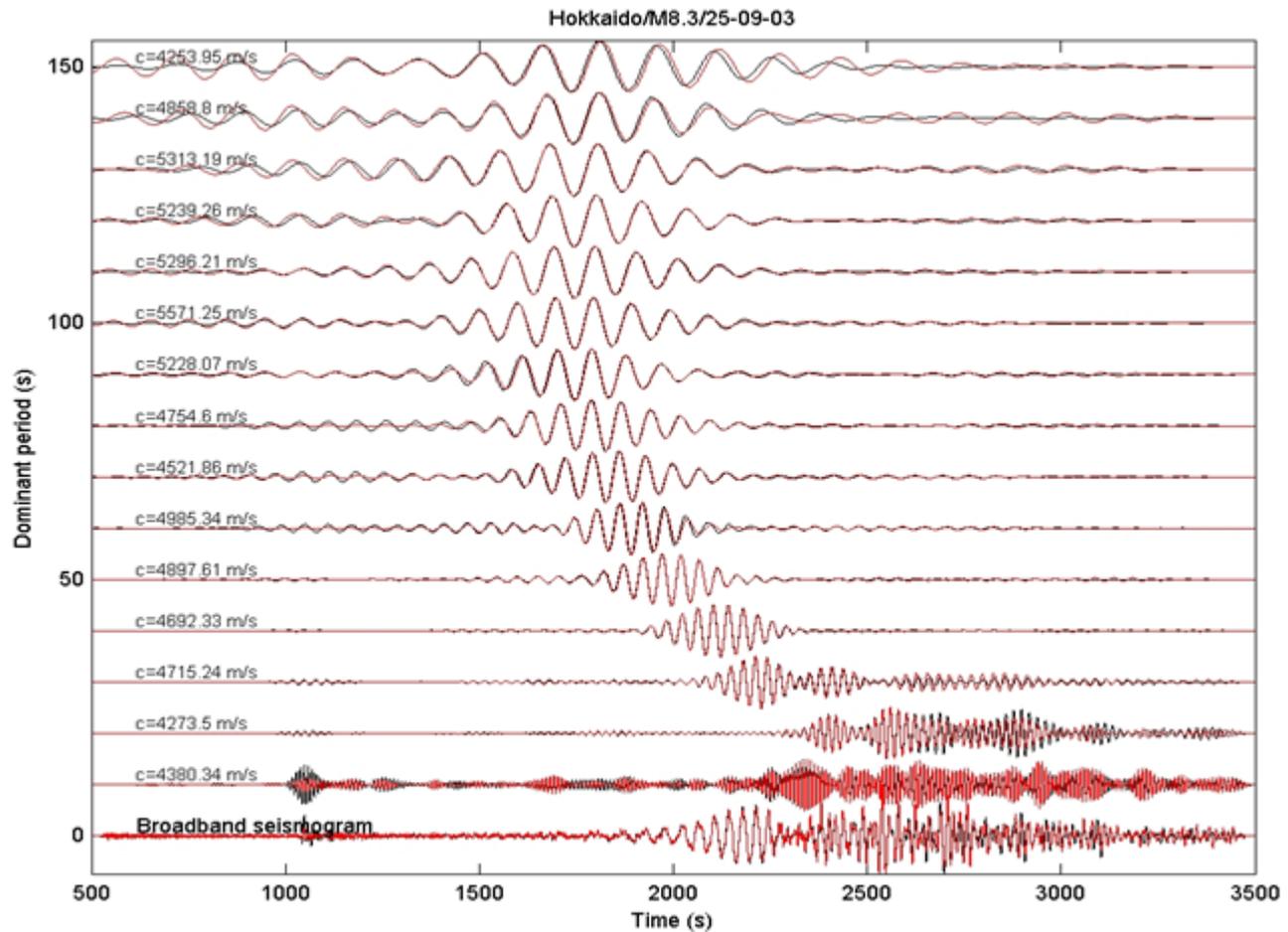
# Hochpass Filter



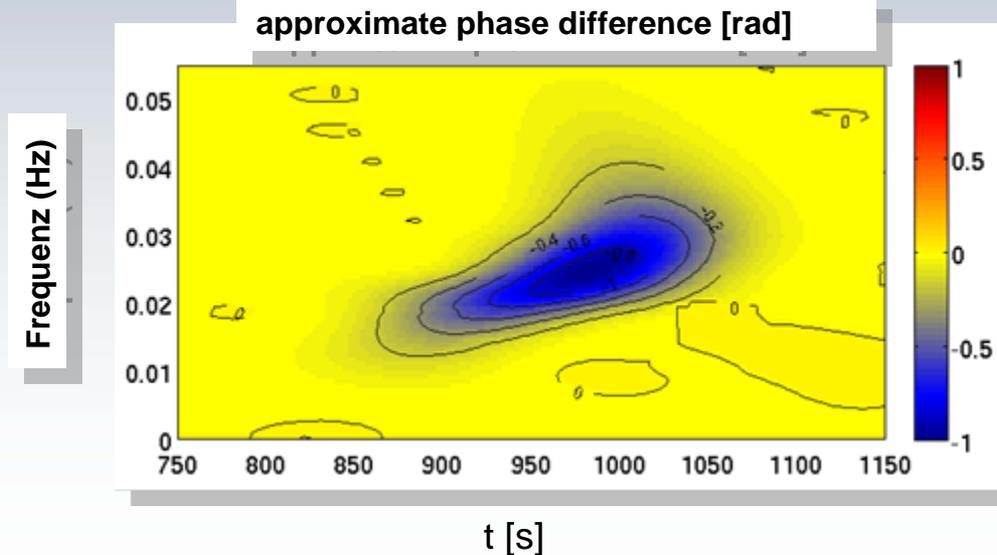
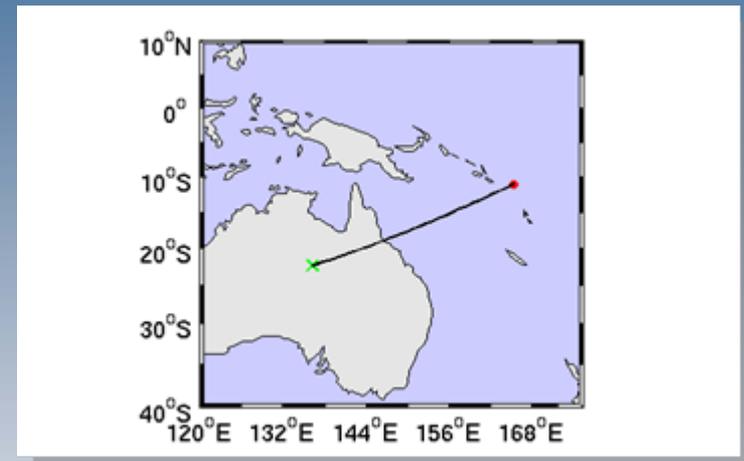
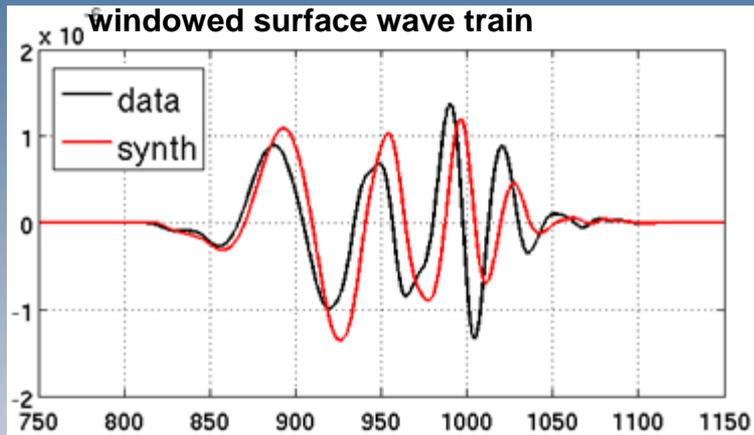
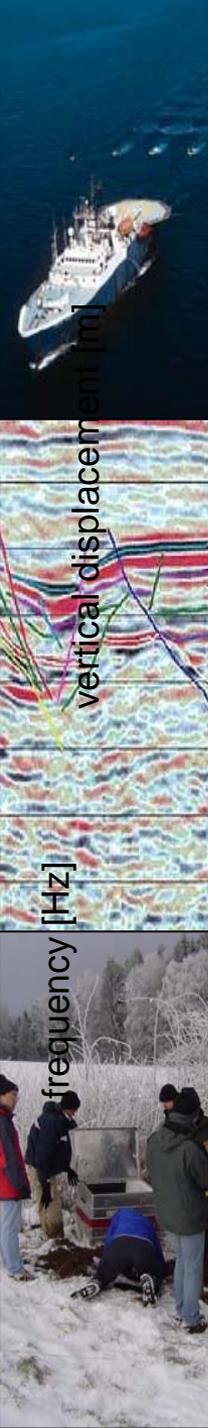
# Bandpass Filter



# Bandpass Filter

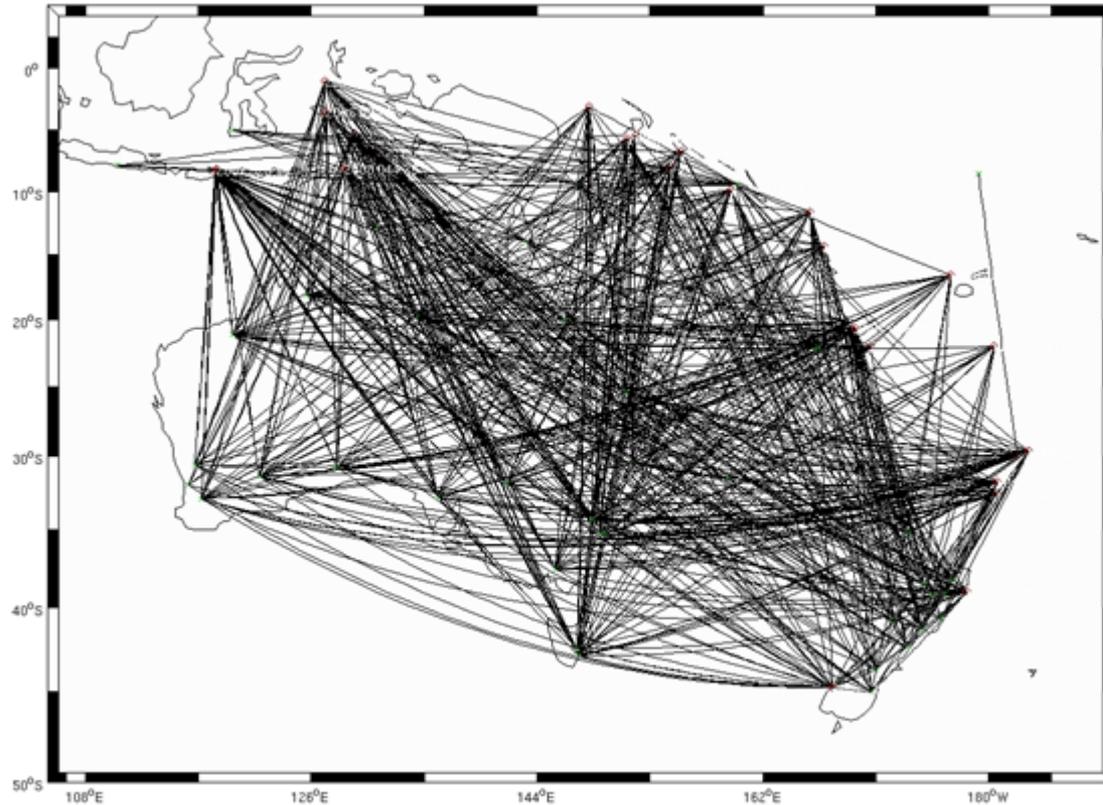


# Seismische Tomografie: Frequenzabhängige Korrelation (Laufzeitunterschiede)



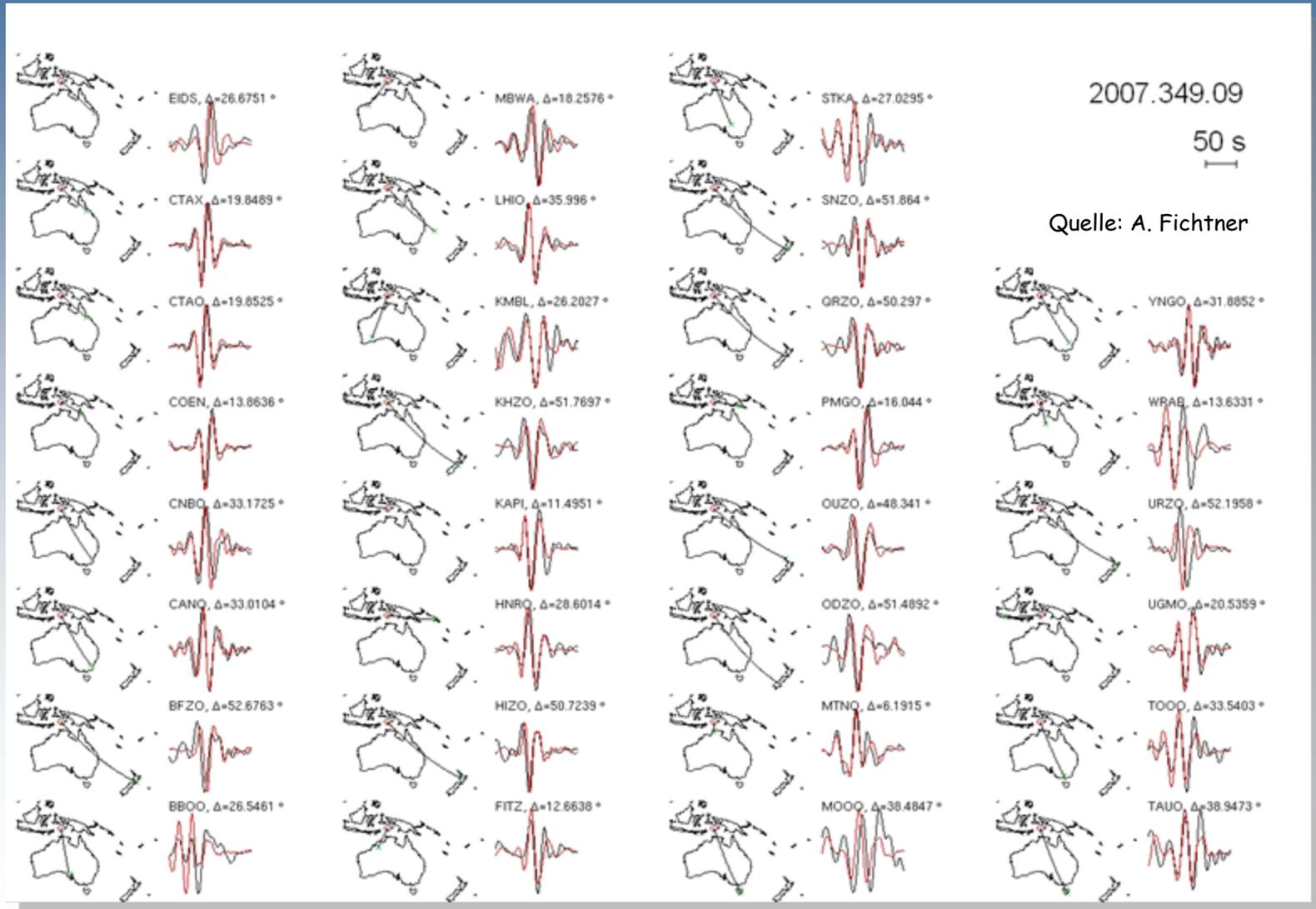
Quelle: A. Fichtner

# Wellenform Inversion: Beispiel Australien

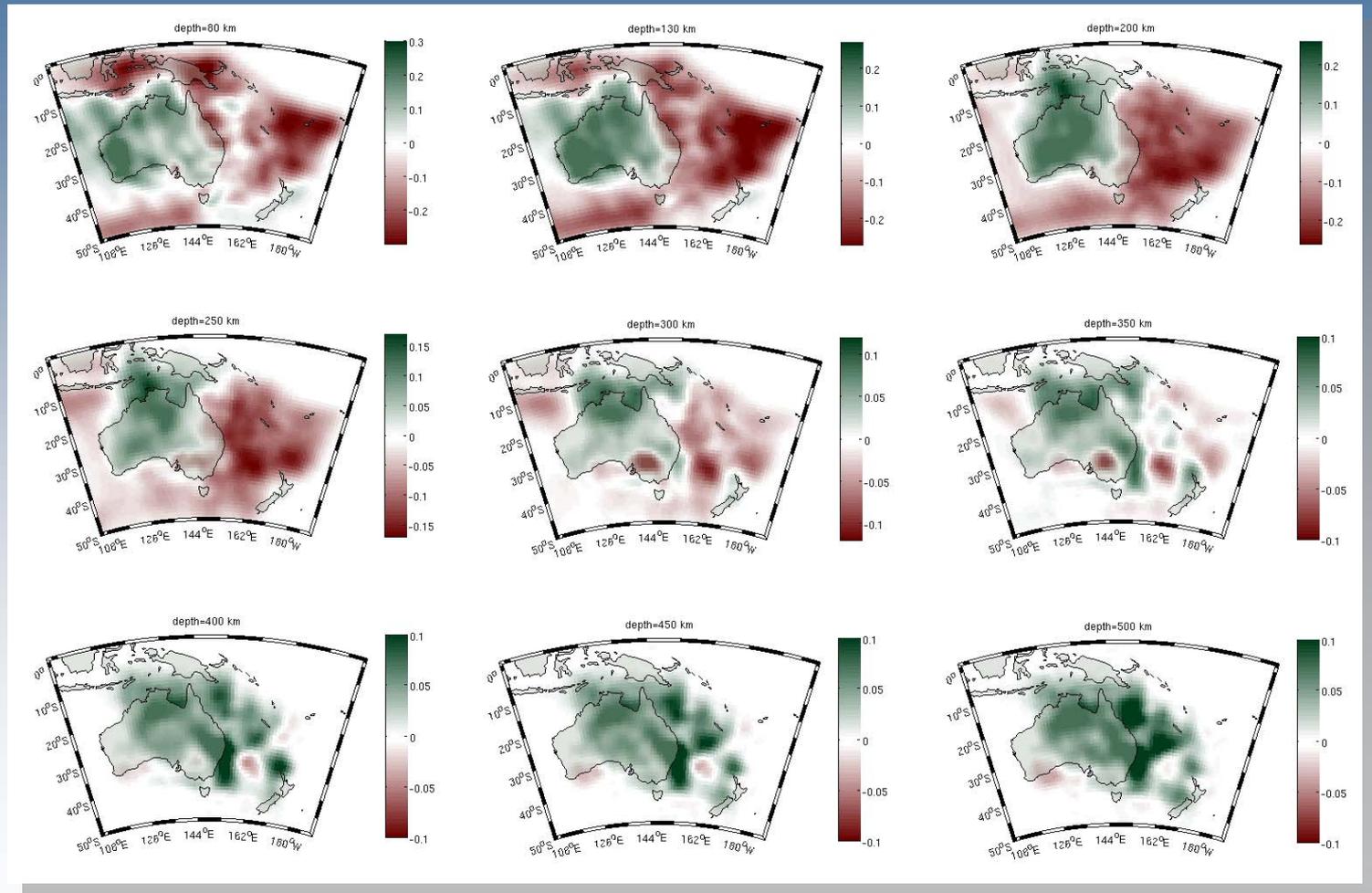
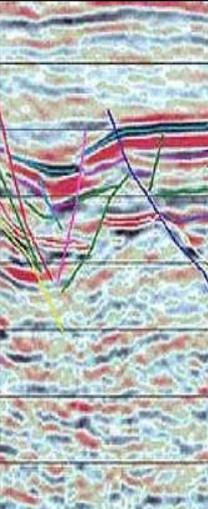


Quelle: A. Fichtner

# Wellenform Inversion: Beispiel Australien



# Wellenform Inversion: Beispiel Australien



Quelle: A. Fichtner

# Zusammenfassung

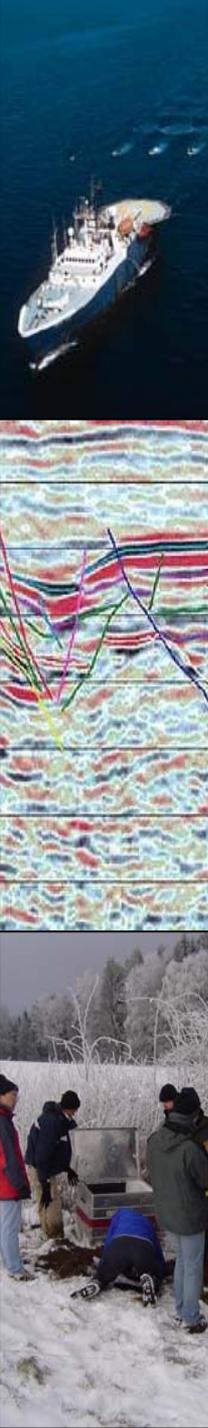
Heute beinhalten fast alle Datenanalysen die Spektral- und Filterungs- Methoden.

Die Konzepte sind:

**(De-) Konvolution** -> um die Response eines Systems auf eine bestimmte Eingabe zu erhalten

**Korrelation** -> um Signale nach ihrer Ähnlichkeit zu vergleichen und ihre Verschiebungen festzustellen. (Phasen Delays)

**Fourier Transformation - Spektren - Filterung** -> um bestimmte Frequenzen herauszuschneiden, und die interessanten Signale hervorzuheben.



# Geschwindigkeit

Wie schnell breitet sich eine elastische Welle entlang der Seite einer Gitarre aus (a', ca. 500Hz)

- a) 5 m/s
- b) 500 m/s
- c) 5 km/s

