

GEOWISSENSCHAFTEN

# Erdbebenforschung durch Höchstleistungsrechnen

MODERNE SUPERCOMPUTER ERMÖGLICHEN DIE SIMULATIONEN REALISTISCHER ERDBEBEN-SZENARIEN UNTER BERÜCKSICHTIGUNG KOMPLIZIERTER, GEOPHYSIKALISCHER ERDMODELLE.

VON MARTIN KÄSER,  
HEINER IGEL, JOSEPH  
DE LA PUENTE,  
BERNHARD SCHUBERTH,  
GUNNAR JAHNKE UND  
PETER BUNGE

Die Erforschung der Struktur und der damit verbundenen physikalischen Eigenschaften des Erdinnern basiert überwiegend auf Ergebnissen der Seismologie. Dabei stellen Computersimulationen seismischer Wellenausbreitung heute eine unverzichtbare Untersuchungsmethode dar, um die auftretenden Wellenphänomene und deren Ursachen zu verstehen. Zuverlässige Computersimulationen möglicher Erdbebenszenarien sind für vor allem bei der Risikoabschätzung und der Beurteilung des Gefahrenpotentials evtl. betroffener Regionen von großer Bedeutung.

Eine neue numerische Methode zur Simulation seismischer Wellenausbreitung stellt das *Diskontinuierliche Galerkin-Verfahren* dar. Dies ist momentan das einzige Verfahren, das die zugrunde liegenden Wellengleichung mit beliebig hoher Approximationsordnung in Raum und Zeit lösen kann. Zudem ist die Methode so konzipiert, dass hochflexible Tetraeder-Gitter zur dreidimensionalen Modelldiskretisierung verwendet werden können, ohne dass die Genauigkeit des Verfahrens beeinträchtigt wird.

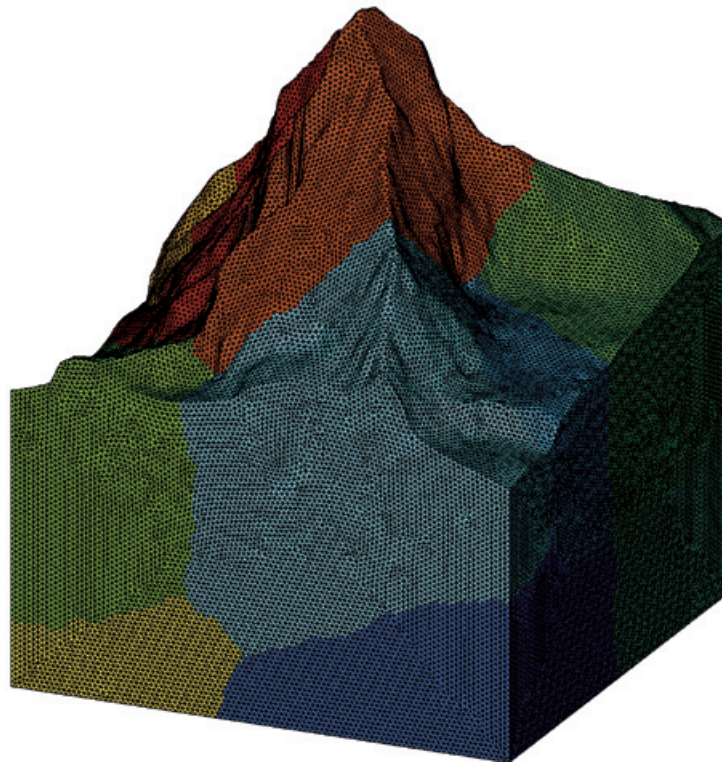
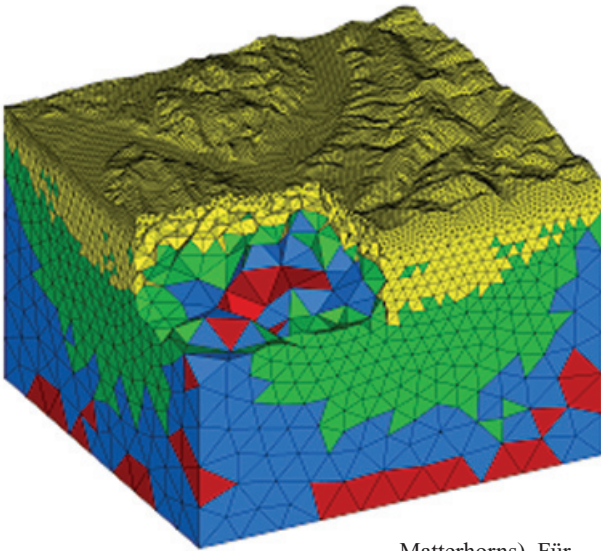


Abb. 1: Tetraeder-Gitter eines digitalen Geländemodells des Matterhorns und dessen Zerlegung in Teilgebiete für paralleles Rechnen.

## Komplizierte dreidimensionale Geometrien

Geologische Strukturen, wie Schichtgrenzen, tektonische Bruchflächen oder Oberflächentopographie, weisen in der Regel äußerst komplizierte Geometrien auf, die von den Simulationsalgorithmen berücksichtigt werden müssen. Vor allem die Erdoberfläche, an der sich spezielle Wellenphänomene (*Love- und Rayleigh-Wellen*) bilden, stellt dabei ein schwieriges aber entscheidendes Problem dar, da im Besonderen diese Wellentypen für auftretende Schäden verantwortlich sind. Um die notwendige, mathe-

mathematische Formulierung solcher Randbedingung möglichst exakt zu handhaben, muss das Diskretisierungsgitter diesen Grenzflächen folgen. Unstrukturierte Tetraeder-Gitter haben sich dabei als außerordentlich flexibel und nützlich erwiesen und können nahezu beliebig komplizierten Geometrien angepasst werden. Durch die Schnittstelle mit der Geodäsie und Geographie, können z.B. digitale Geländemodelle direkt bei der Gittergenerierung verwendet werden (Abb. 1, einem Modell des



**Abb. 2:** die Berechnung realistischer Erdbebenszenarien sind Tetraeder-Modelle mit mehreren Millionen Tetraedern nötig, um die 3-dimensionale Geometrie ausreichend genau zu beschreiben. Deshalb muss das Modell anschließend in mehrere Teilgebiete zerlegt (partitioniert) werden, um so den Rechen- und Speicheraufwand auf viele Prozessoren eines Hochleistungsrechners zu verteilen. Eine gleichmäßige Verteilung und die Minimierung des notwendigen Datenaustausch zwischen den Prozessoren ist dabei für die Effizienz des Verfahrens von entscheidender Bedeutung und erweist sich auf unstrukturierten Tetraeder-Gittern als nicht-trivial. Dies gilt vor allem, wenn die Approximationsordnung problemadaptiv gewählt werden soll.

### **p - Adaptivität**

Bei der Diskretisierung geologischer Modelle schreibt die Geometrie, z.B. die interne Schichtung oder die Oberflächentopographie, oft eine bestimmte, zu verwendende Gitterweite vor, um die Strukturen entsprechend fein aufzulösen. Die dabei entstehenden Tetraeder können dadurch sehr kleine Dimensionen im Vergleich zum gesamten Rechenmodell annehmen.

**Abb. 3:** Die Integration einer gekrümmten Bruchfläche als kinematische Erdbebenquelle in einem Tetraedergitter.

Bei expliziten Simulationsverfahren wird die Zeitschrittweite, mit

der die zeitabhängige Lösung des seismischen Wellenfeldes berechnet werden kann, daher oft sehr klein. Zudem muss die Zeitschrittweite bei der Verwendung höherer Approximationsordnungen weiter verringert werden, um das Simulationsverfahren numerisch stabil zu halten.

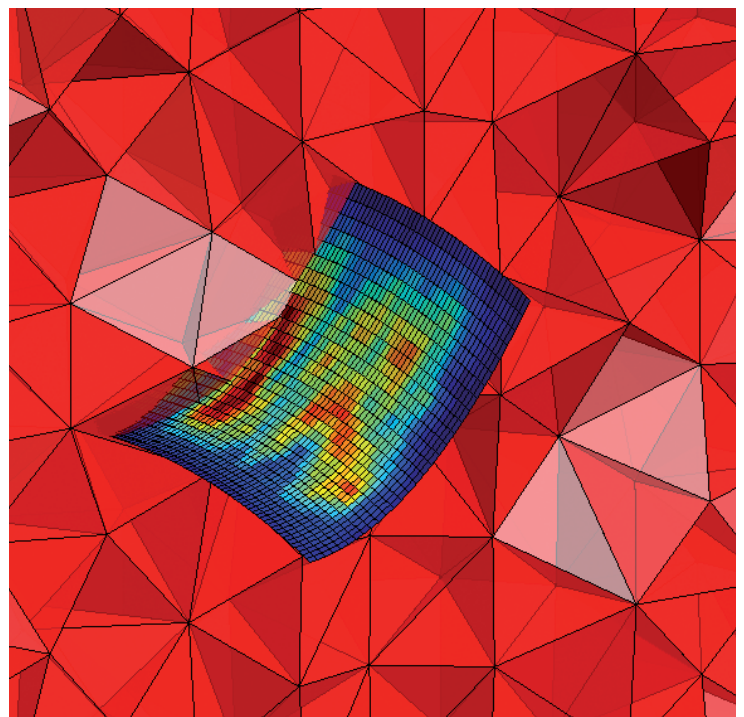
Die adaptive Wahl der Approximationsordnung in Abhängigkeit der Gitterweite entschärft daher die Einschränkung der maximal erlaubten Zeitschrittweite und führt zudem zu einer wesentlichen Reduktion des Rechenaufwands. Da kleine Tetraederelemente das propagierende Wellenfeld automatisch räumlich besser auflösen, kann in diesen Elementen eine niedrigere Polynomordnung verwendet werden. In großen Elementen kann eine entsprechende räumliche Auflösung durch eine höhere Polynomordnung erreicht werden (Abb. 2).

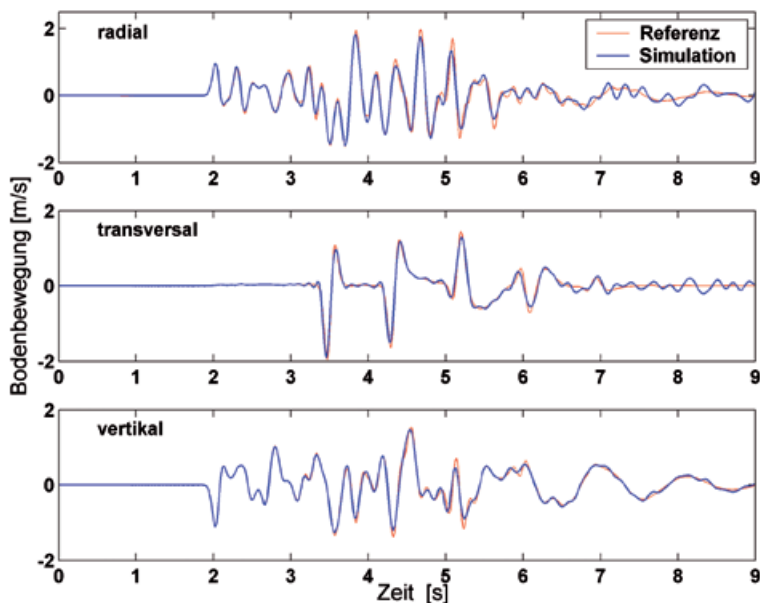
### **Integration von Bruchflächen als Erdbebenquelle**

Erdbeben werden fast ausschließlich durch Bruchprozesse in der Erdkruste verursacht, bei denen

über lange Zeiträume aufgebaute Spannungen im Gestein häufig zu einer abrupten Zerschneidung des Gesteins entlang einer Bruchfläche führen. Die Verteilung der Verschiebungsamplituden und -richtungen kann dabei sehr heterogen sein, und die Form der Bruchfläche kann geometrisch kompliziert sein, d.h. Krümmungen aufweisen oder in mehrere Teilflächen segmentiert sein. Die kinematische Beschreibung solcher Bruchflächen erfolgt im oben genannten *Diskontinuierlichen Galerkin-Verfahren* anhand von Punktwolken, wobei jedem Punkt, d.h. jeder Quelle, eine repräsentative Fläche mit entsprechender Verschiebungsamplitude und -richtung zu jedem beliebigen Zeitpunkt zugeordnet wird. Die Position der Punkte im Rechengebiet ist dabei völlig beliebig und muss nicht mit Gitterpunkten des Tetraedergitters übereinstimmen.

Eine Anpassung des Gitters an die Bruchfläche ist also nicht nötig und erlaubt so eine extrem hohe geometrische Flexibilität. (Abb. 3) Durch die Überlagerung und Integration aller Beiträge der einzelnen punktuellen Brüche wird





**Seismische Tomographie und die Struktur des Erdinneren**

Der Begriff seismische Tomographie erinnert an die medizinische Tomographie, und in der Tat besteht eine enge formale Verwandtschaft. In der Medizin werden um den zu untersuchenden Körper zahlreiche Quellen und Empfänger platziert. Elektromagnetische Wellen werden durch den Körper auf vielen verschiedenen Wegen geschickt, woraus sich nach einem aufwändigen mathematischen Verfahren ein dreidimensionales Bild des Innern berechnen lässt. Für die Seismologen sind die Quellen die Erdbeben und die Empfänger die Seismographen. Hier ergeben sich sofort – im Vergleich zur Medizin – einige Schwierigkeiten: Erdbeben finden zum Einen nicht regelmäßig statt und zum Anderen nur in sehr begrenzten Regionen der Erde (nämlich vor allem an den Rändern der Kontinentalplatten). Darüber hinaus sind mehr als 70% der Erdoberfläche vom Meer bedeckt. Dies bedeutet, dass die

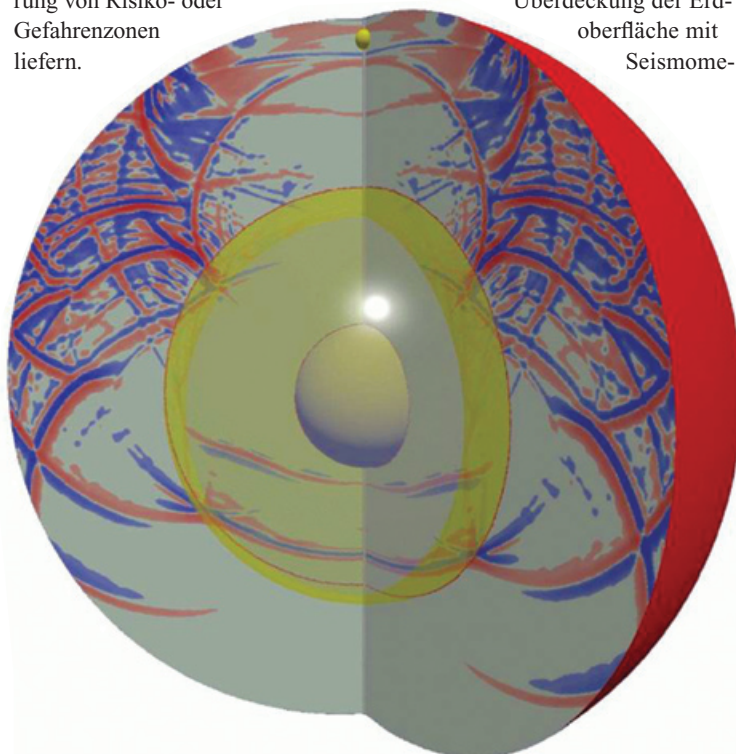
**Abb. 4:**  
Validierung synthetischer Seismogramme anhand analytischer Referenzlösungen.

der gesamte Bruchprozess genau beschrieben. Bei der Integration dieser Quellterme spielt wiederum die hohe Polynomordnung innerhalb einer Tetraeders eine entscheidende Rolle, da dadurch wesentlich größere Tetraedergitter verwendet werden können als die kleinskalige Diskretisierung der Bruchfläche, wodurch wiederum der Rechenaufwand reduziert werden kann.

#### Validierung und Optimierung numerischer Erdbebensimulationen

Um realistische Erdbebenszenarien zuverlässig und innerhalb genau definierter Fehlerintervalle numerisch zu simulieren, müssen die numerischen Verfahren und deren Approximationsfehler bei der Lösung der zugrunde liegenden partiellen Differentialgleichungen sorgfältig untersucht werden. Dies geschieht in der Regel durch das numerische Lösen von vereinfachten Problemen, für die analytische, d.h. mathematisch exakte Lösungen als Referenz vorliegen. Ein Vergleich der numerischen und analytischen Lösungen (Abb. 4) und die genaue Fehleranalyse liefert dann Aufschluss über die zu verwendende Polynom- bzw. Approximationsordnung, eine sinnvolle Gitterweite und die resultierende mögliche

Zeitschrittlänge. Basierend auf diesen Fehlerabschätzungen und der geeigneten Wahl der Simulationsparameter können dann realistische Erdbebenszenarien (Abb. 5) auf Großrechnern simuliert werden und zuverlässige Abschätzungen der zu erwartenden Schwingungsamplituden getroffen werden. Die Untersuchung der lokal auftretenden Bodenbewegungen können dann wichtige Beiträge zur Identifizierung von Risiko- oder Gefahrenzonen liefern.



Überdeckung der Erdoberfläche mit Seismome-

**Abb. 5:**  
Visualisierung des seismischen Wellenfeldes nach einem Erdbeben in einem Schnitt durch die Erde.

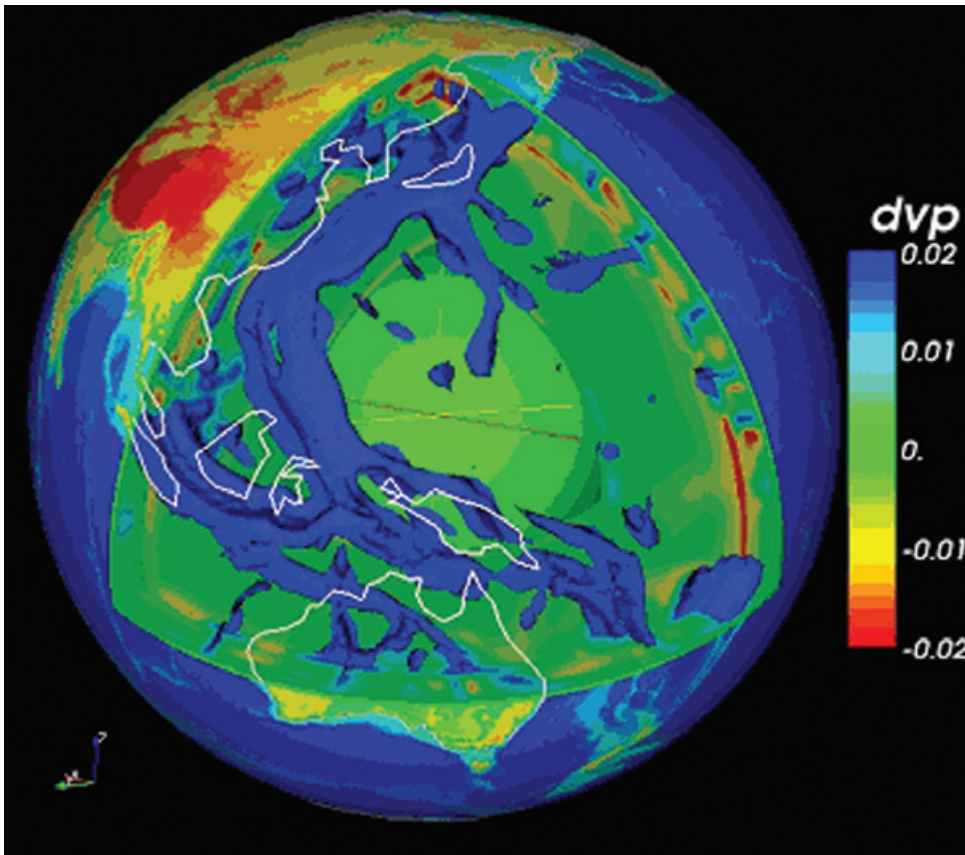


Abb. 6:

**Schnitt durch ein Erdmodell, dessen interne Struktur durch numerische Simulation der Mantelkonvektion berechnet wurde. Die blauen Kanäle sind Zonen erhöhter seismischer Geschwindigkeit (erniedrigter Temperatur) und entsprechen den hinabsinkenden Teilen der Lithosphärenplatten. Die Farbkodierung beschreibt die Perturbation der P-Wellengeschwindigkeit  $v_p$  um ein mittleres Modell.**

tern stark durch die Verteilung der Kontinente bestimmt wird.

Die seismische Tomographie erlaubt nun, durch Auswertung der Seismogramme, die weltweit nach jedem größeren Erdbeben aufgezeichnet werden, die 3D-Struktur des tiefen Erdinneren zu bestimmen. Wir bestimmen dabei für die einzelnen Regionen des Erdinneren die Geschwindigkeiten, mit denen sich die seismischen Wellen ausbreiten (zwischen 3 km/s und 14 km/s). Seit den 60er Jahren wissen wir, dass großräumige Bewegungen im Erdmantel (Konvektion) für die Bewegung der Kontinentalplatten (Plattentektonik) verantwortlich sind. Die Tomogramme des Erdinneren haben gezeigt, dass die ozeanische Kruste, welche in so genannten Subduktionszonen im Erdinneren verschwindet, bis hinunter an die Grenze zwischen Erdmantel und Erdkern (in ca. 3000km Tiefe) versinken kann. Allerdings gibt es in diesem Bereich der Geowissenschaften – der Geodynamik – noch

zahlreiche offene Fragen, die für das Verständnis der Entwicklung unseres Planeten – auch im Zusammenhang mit der Klimageschichte – von zentraler Bedeutung sind: Welches sind die kontrollierenden Faktoren für die Bewegungen im Innern der Erde? Wie tief reichen die Wurzeln der Hot Spots? Warum sinken an einigen Stellen der Erde die Ozeanplatten bis in große Tiefen, an anderen nicht?

Um diese und andere Fragen beantworten zu können, reichen die Verfahren der heutigen Tomographie, die zum Teil auf starken Vereinfachungen beruhen, nicht aus. Antworten auf diese Fragen stecken in den enormen seismischen Datenbanken, die digitale Aufzeichnungen der Erdbeben enthalten. Um Details dieser Seismogramme zu verstehen und unser Bild des Erdinneren zu verbessern, müssen wir allerdings Methoden entwickeln, die es uns erlauben, seismische Wellenausbreitung in einer 3D-Erde zu simulieren. Dies geschieht

u.a. mit der spektralen Elemente Methode, mit der Wellen durch dreidimensionale Modelle berechnet werden, die durch aufwändige Mantelkonvektionssimulationen erstellt wurden (Abb. 6).

### Seismologie und Höchstleistungsrechnen

Der Aufwand der Rechenoperationen für realistische Erdbebensimulationen ist enorm, sodass der Einsatz von massiven Parallelrechnern mit extrem hoher Speicherkapazität unumgänglich ist. Eine Optimierung eines numerischen Verfahrens speziell für die verwendete Rechnerarchitektur ist oft nötig, um die volle Leistungsfähigkeit eines Höchstleistungsrechners nutzen zu können. Daher wird es in Zukunft immer wichtiger sein, enge Kooperationen auf dem Gebiet der numerischen Seismologie und des Höchstleistungsrechnens zu gründen. Ein beispielhafter Ansatz dafür ist die vom Leibniz-Rechenzentrum angebotene *Intensive Application, Optimization and Porting Initiative*. Die professionelle Unterstützung bei der Anwendung und Optimierung des oben genannten *Diskontinuierlichen Galerkin-Verfahrens* gewährleistet eine kontinuierliche Anpassung und Verbesserung der Software an Hardware-Veränderungen und sichert die Weiterentwicklung von Erdbebensimulations-Software parallel zu aktuellsten Entwicklungen im Bereich des Höchstleistungsrechnens.

*Die Autoren arbeiten am Department für Geo- und Umweltwissenschaften der Ludwig-Maximilians-Universität München, Dr. Käser auch am Laboratory of Applied Mathematics of Civil and Environmental Engineering, University of Trento, Italien.*

