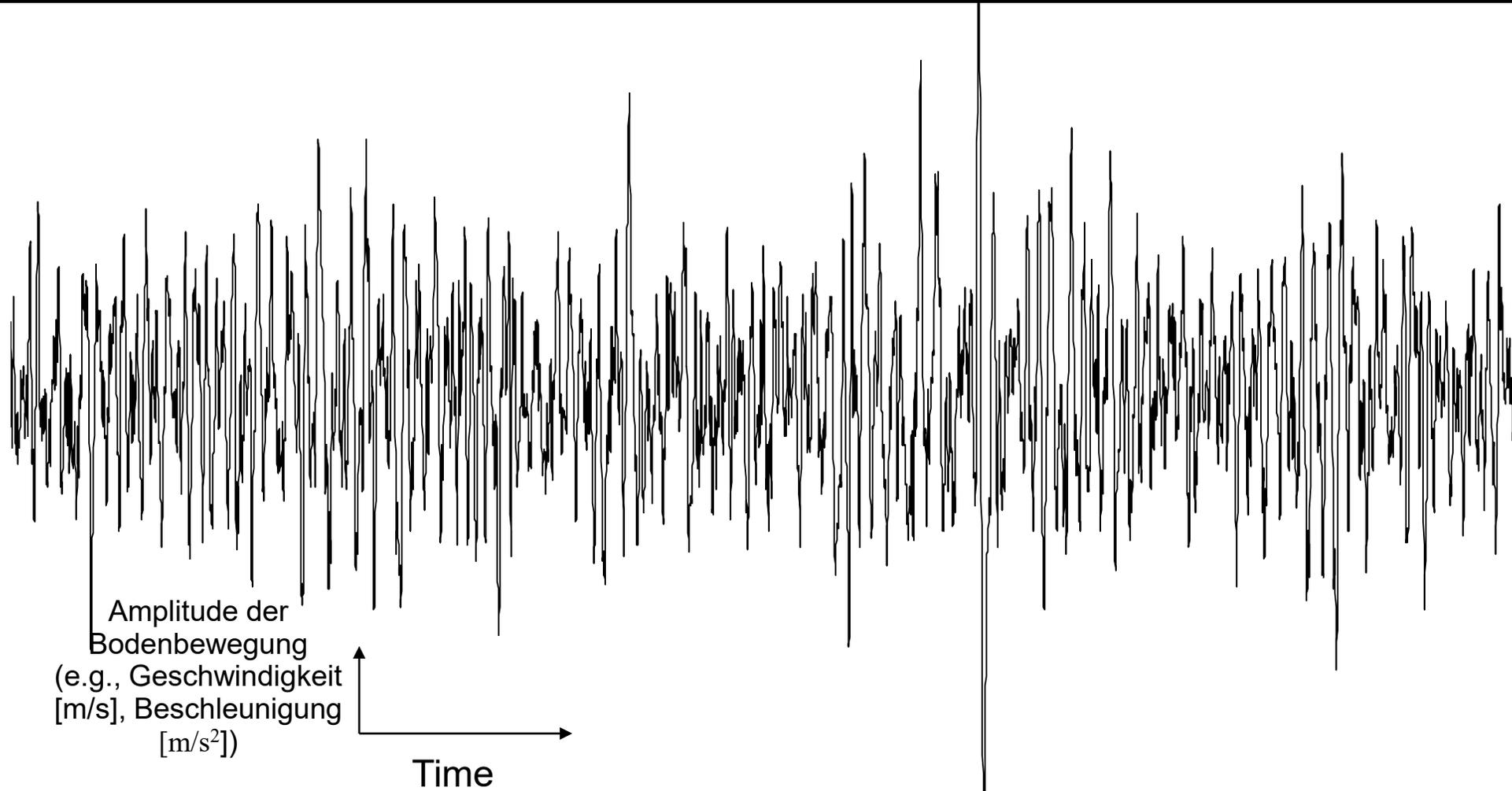


## Digitalisierung, Diskretisierung

- Einleitung – Natürliche Phänomene in Raum und Zeit
- Samplingrate, Taktfrequenz
- Nyquistfrequenz
- zeitliche, räumliche Frequenzen
- Binäre Zahlendarstellung
- Datenvolumen in der Seismik
- Bit-Tiefe
- Seismisches Rauschen

# Einleitung

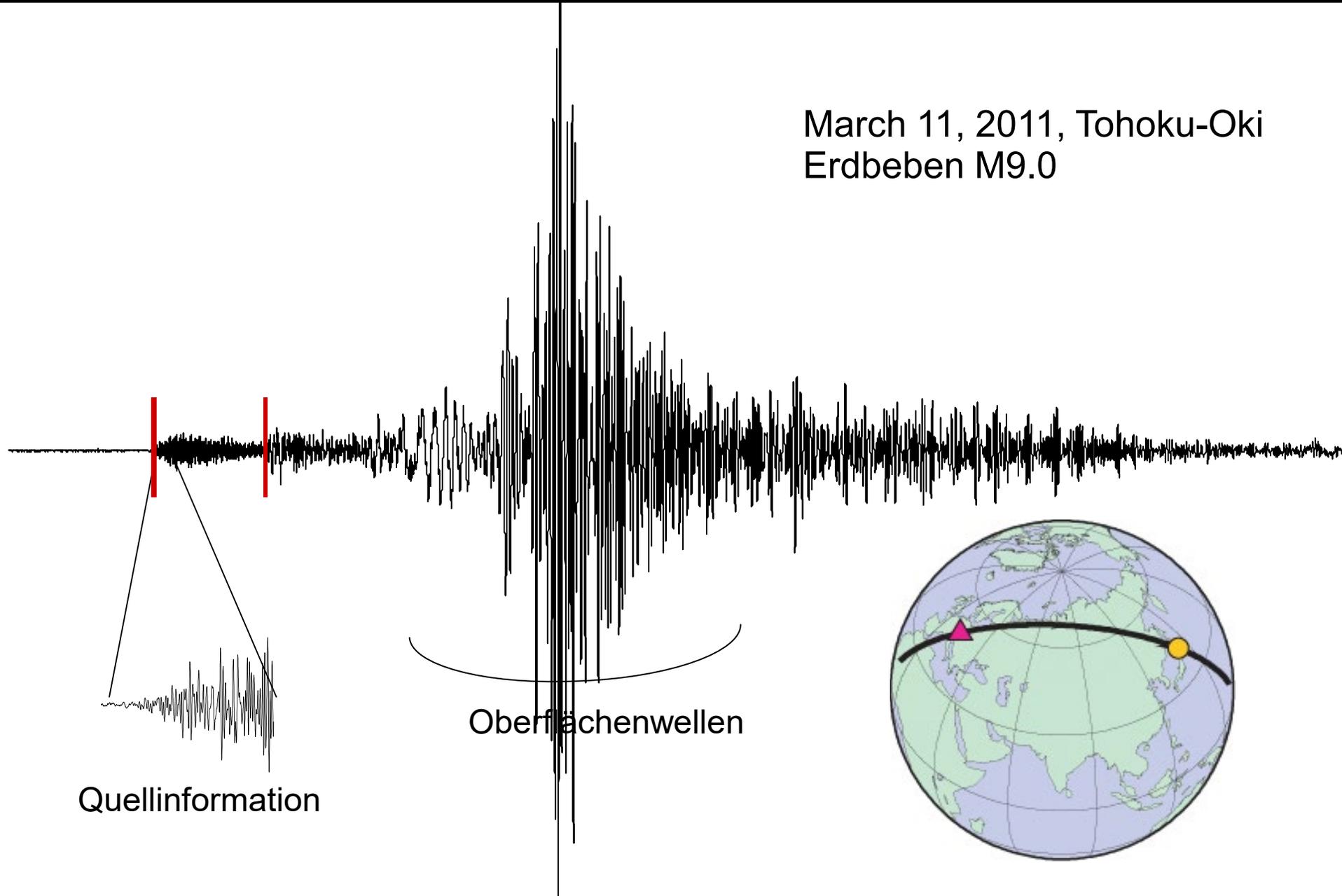
.. ein seismisch ruhiger Tag ...



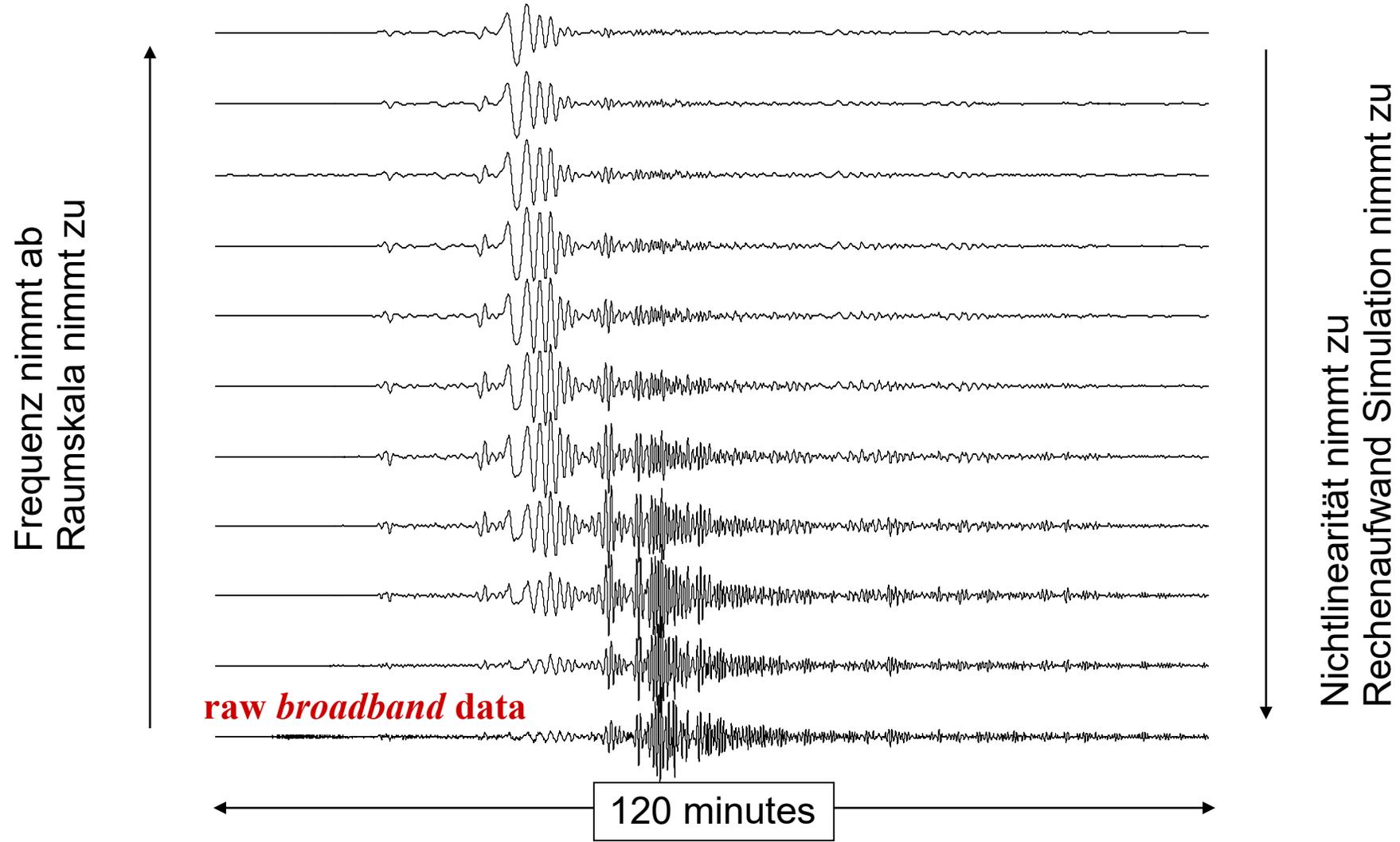
March 11, 2011, Seismometer in FFB

... der katastrophal weitergeht ...

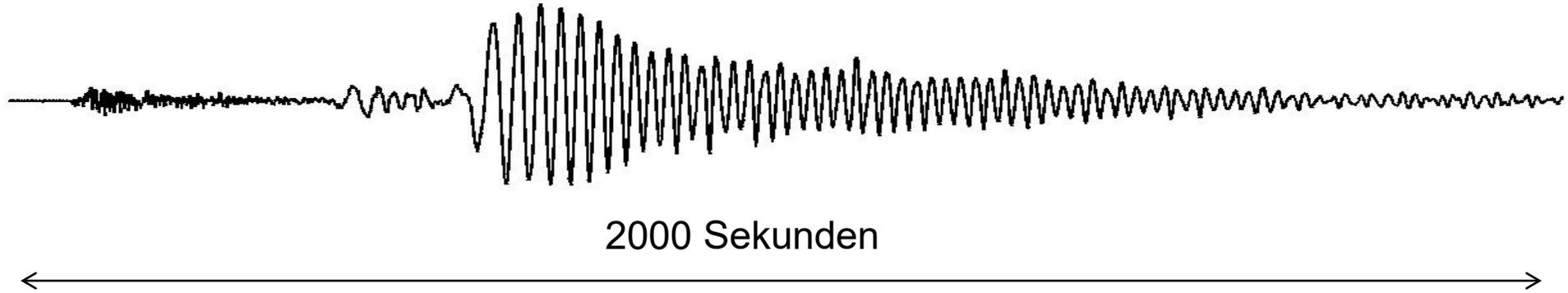
March 11, 2011, Tohoku-Oki  
Erdbeben M9.0



# Zeitskalen, Frequenzgehalt



# Aufzeichnung auf einer Insel im Indischen Ozean



Besonderheiten:

Langer, *dispersiver* Wellenzug

z.T. nahezu monochromatischer Frequenzgehalt

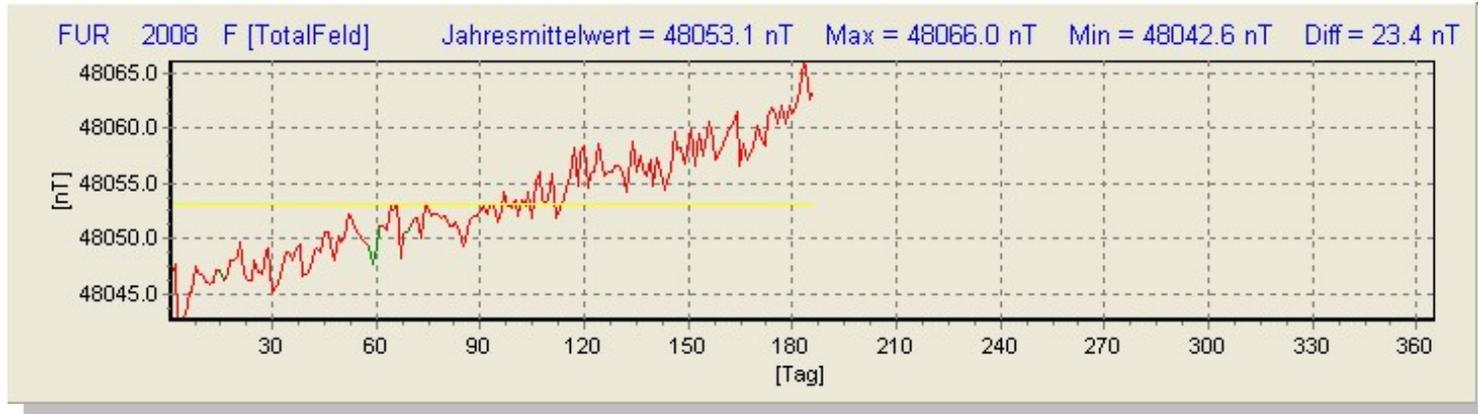
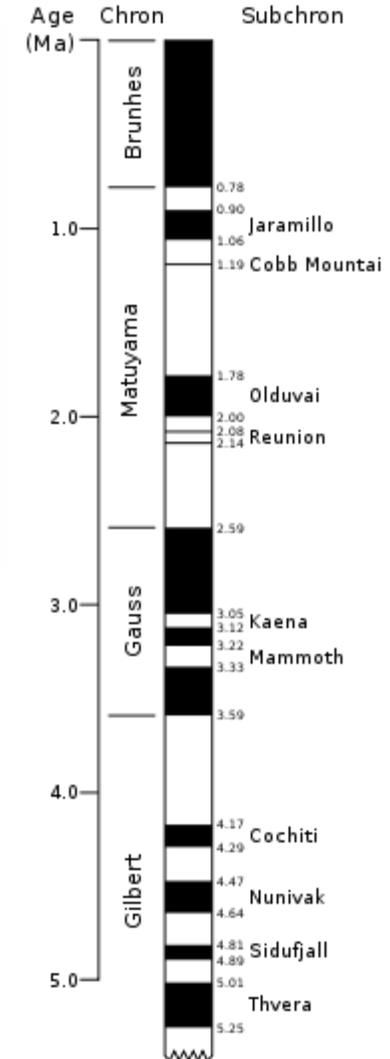
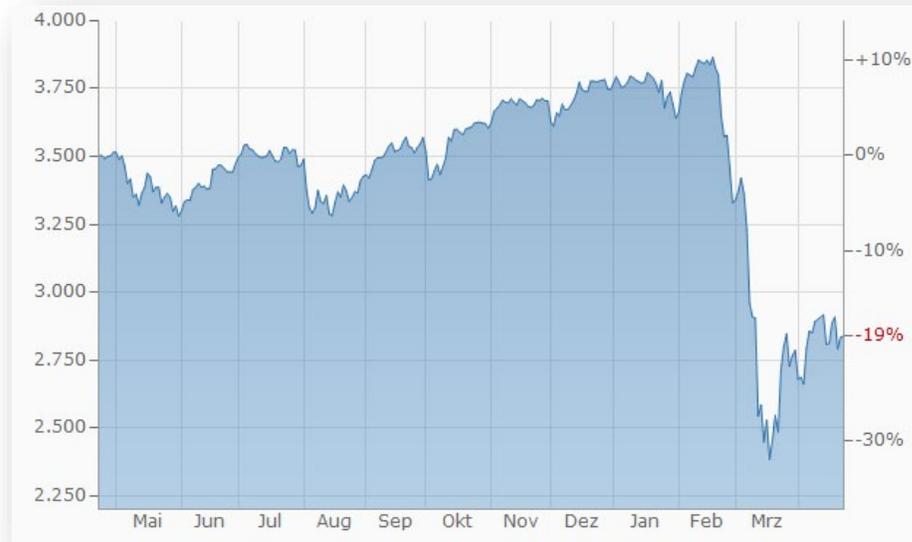
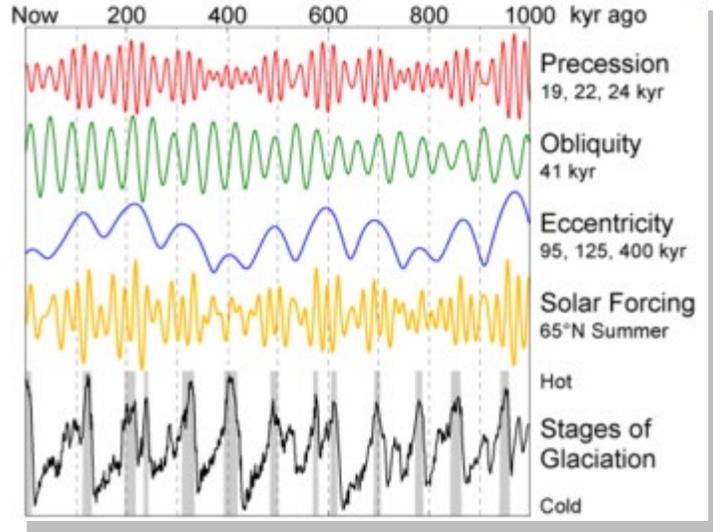
Wellenleiterphänomen (ozeanische Kruste)

Oberflächenwellen (Raleighwellen)

# Digitalisierung - Diskretisierung

- Was passiert, wenn ich ein Signal **digitalisiere** (Bodenbewegung, Temperatur, etc.) in **Raum** und/oder **Zeit**?
- Was sind die Auswirkungen einer bestimmten **Samplingrate/Abtastrate** auf den Informationsgehalt?
- Wie beschreibe ich die Amplitude eines Signals (**analog -> digital - AD**)
- Wie sind die gewonnenen Signale zu behandeln (**zu bearbeiten, zu transformieren**), um relevante Informationen zu erhalten?

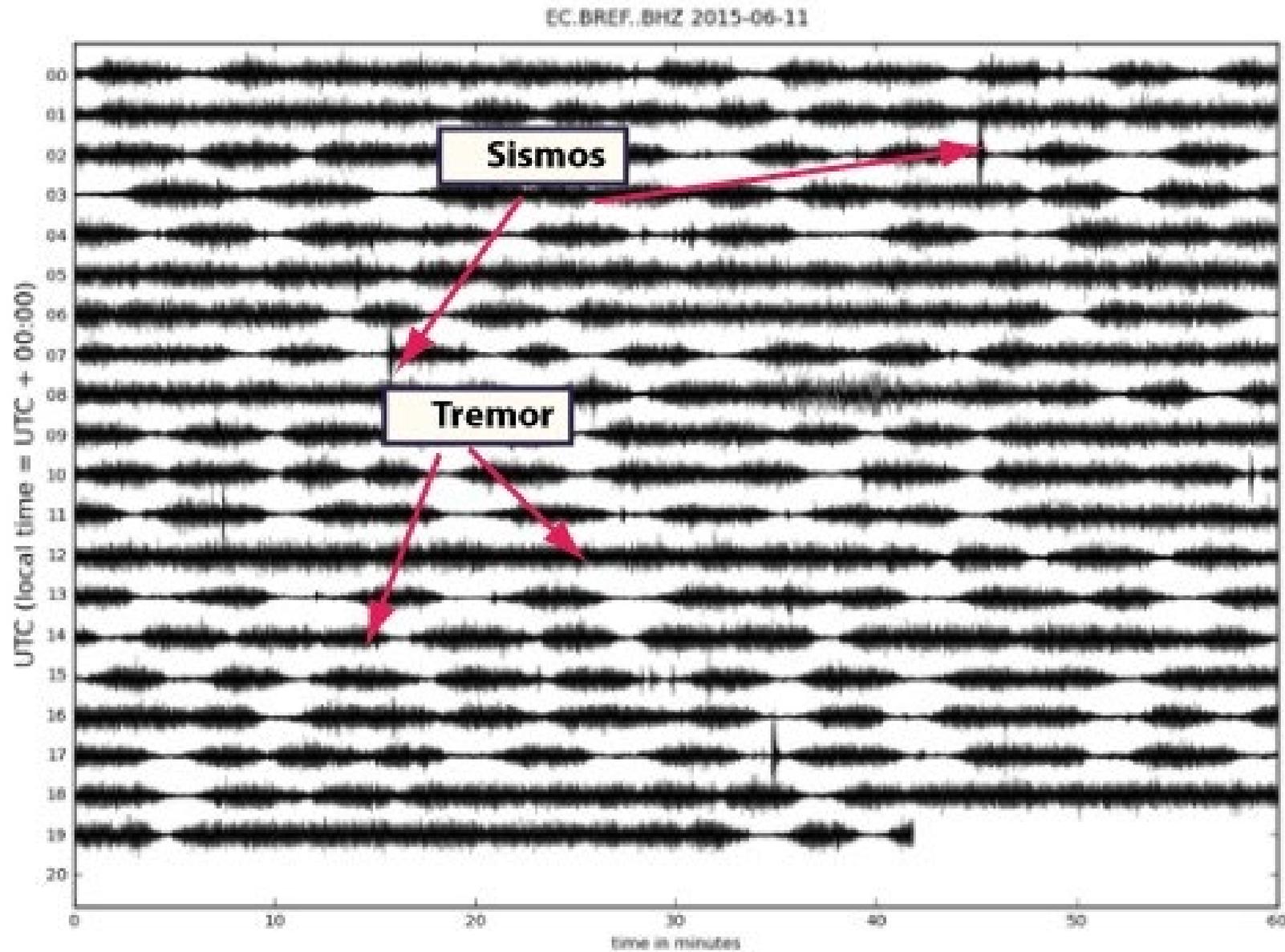
# Zeitreihen, Beispiele



# Räumliche Phänomene, Beispiele



# Volcano tremor signals



# Übung

Schreiben Sie Phänomene auf in der Natur, in denen Sie periodische (wiederkehrende) Signale vermuten!

# Übung - Antworten

Schreiben Sie Phänomene auf in Raum und Zeit in der Natur, in denen Sie periodische (wiederkehrende) Signale vermuten!

## **Zeit:**

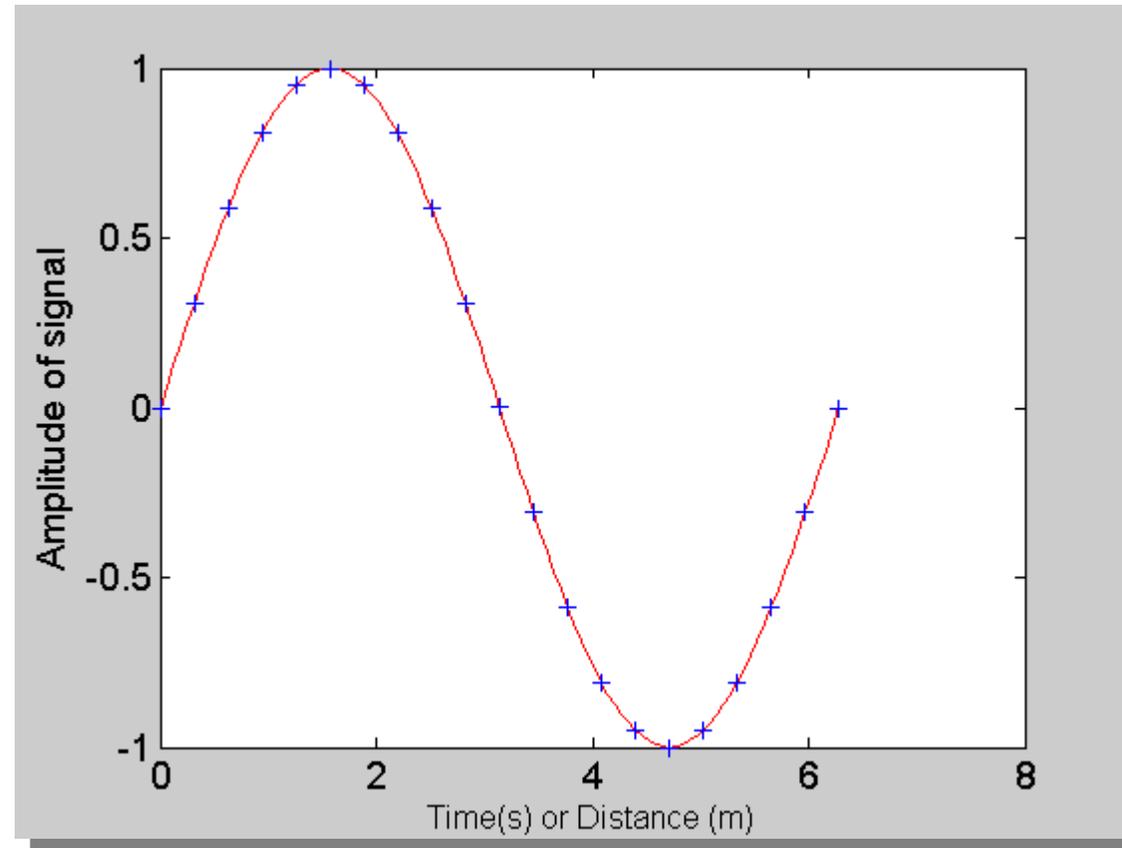
Temperatur, Niederschlag, Luftdruck, Feuchtigkeit, Höhe eines Stausees, Sonnenflecken, Sonnenaktivität, charakteristische Erdbeben, Erdmagnetfeld, Gletscherwachstum, Eisfläche Nordpol

## **Raum:**

Topographie (zB Schnitt), Sedimentschichten, Baumringe, Fließmuster (Sand, Wolken), Meeresdünung

# Diskrete Signale

# Diskretisierung



Analoge und digitale (+) Darstellung einer Sinusfunktion

# Wellenlänge, Periode, etc.

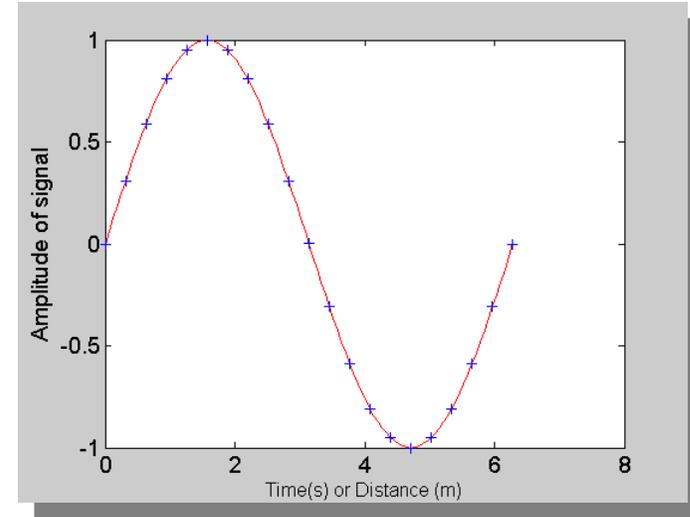
Die wichtigsten Komponenten die man in der Verarbeitung der Daten benötigt sind die **räumlichen und zeitlichen Frequenzen**

T      Periode  
f      Frequenz  
 $\omega$     Kreisfrequenz

$$T=1/f$$
$$\omega=2\pi f$$

**zeitliche Frequenzen**

Harmonische Schwingung (abh. von Zeit):  
 $f(t) = A \sin(\omega t) = A \sin(2\pi f t) = A \sin((2\pi/T) t)$   
A      Bewegungsamplitude



# Wellenlänge, Periode, etc.

... für räumliche Frequenzen  
analog ...

$\lambda$  Wellenlänge  
 $k$  räumliche Wellenzahl

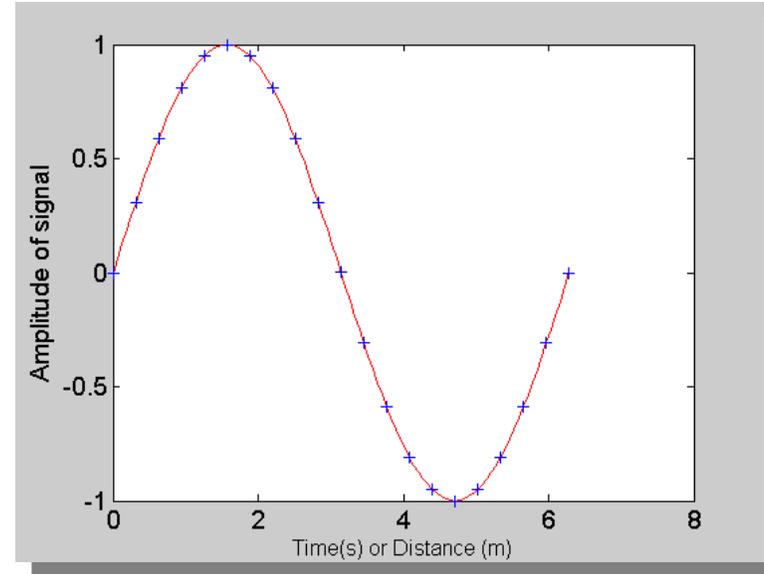
$$k = 2\pi/\lambda$$

räumliche Frequenzen

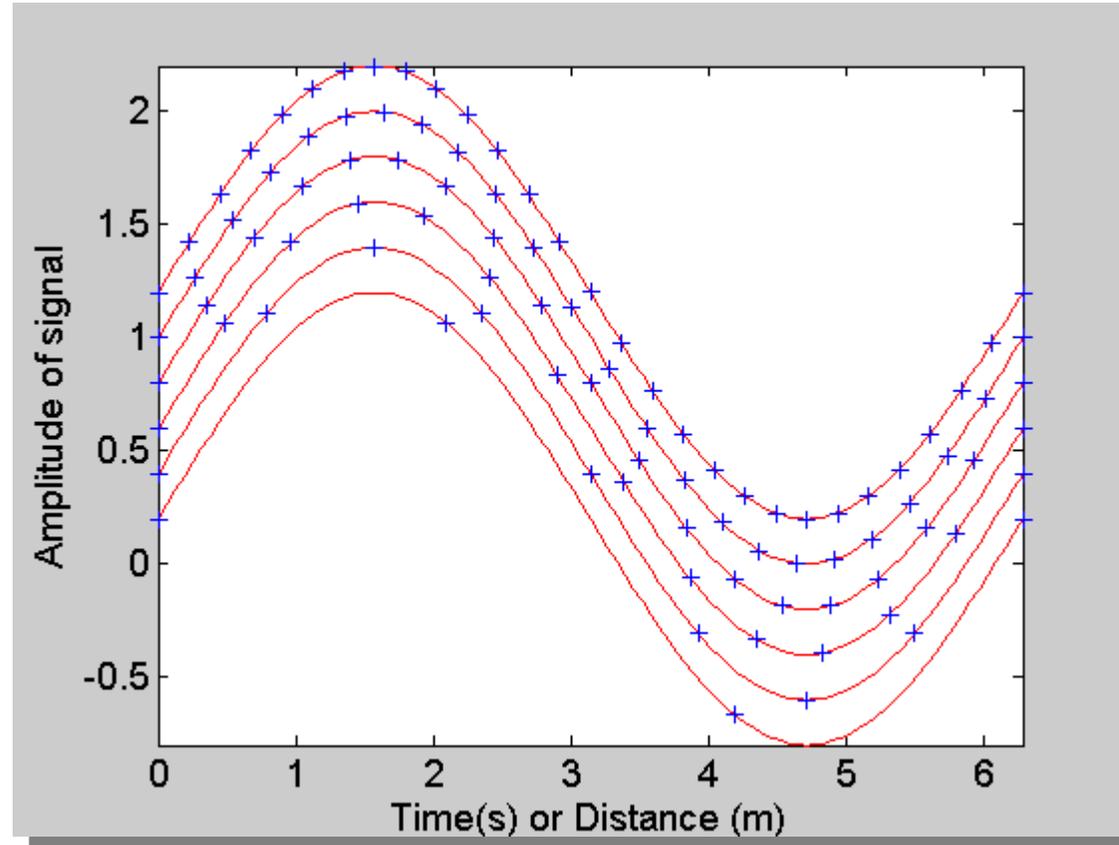
Harmonische Schwingung (abh. vom Raum):

$$f(x) = A \sin(kx) = A \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right)$$

$A$  Bewegungsamplitude



# Sampling Rate - Abtastrate



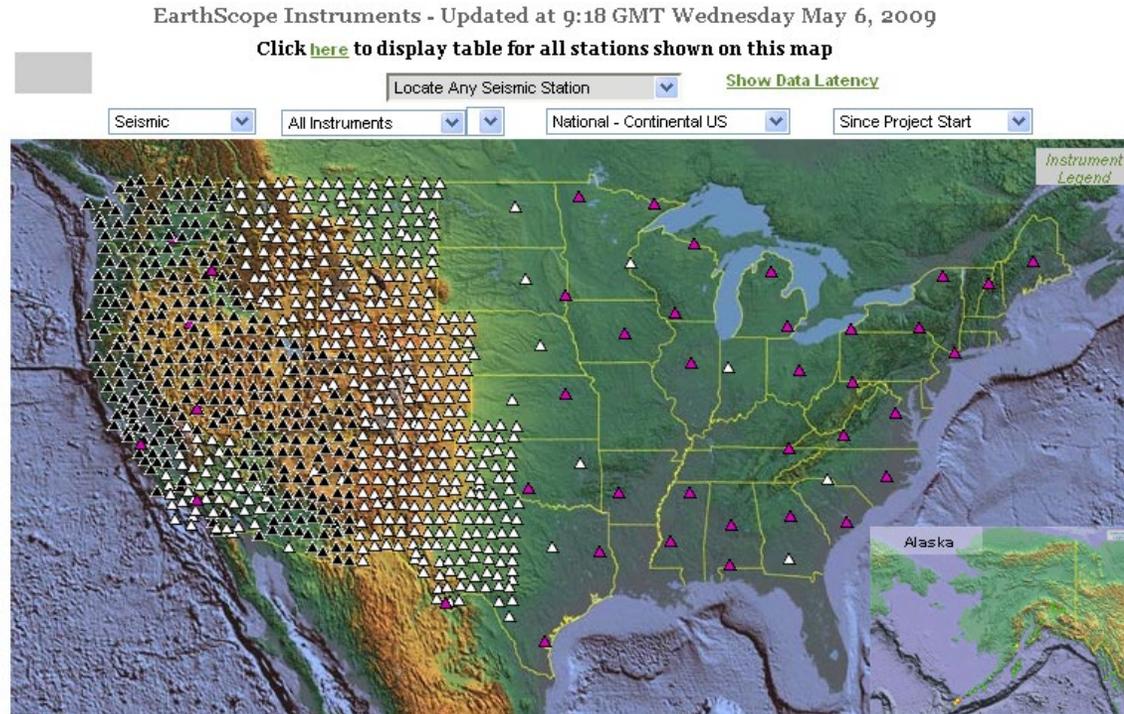
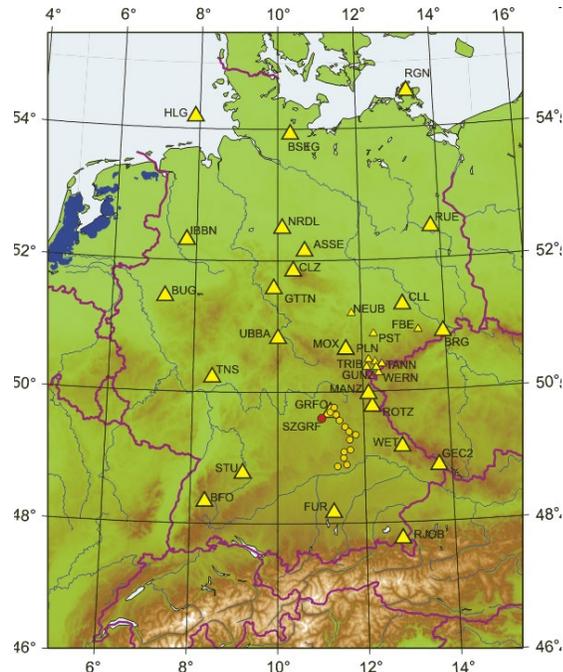
**Sampling Frequenz, Sampling Rate** ist die Anzahl der Samples pro Längeneinheit oder Zeiteinheit. Beispiele?

# Beispiele im Raum

## US Array

German Regional  
Seismic Network

Gräfenberg Array



Die räumliche Abtastrate  
bestimmt, welche **Wellenlängen**  
im Erdinnern rekonstruiert  
werden können



# Abtastrate (Zeit)

## Abtastraten in der Seismik/Seismologie:

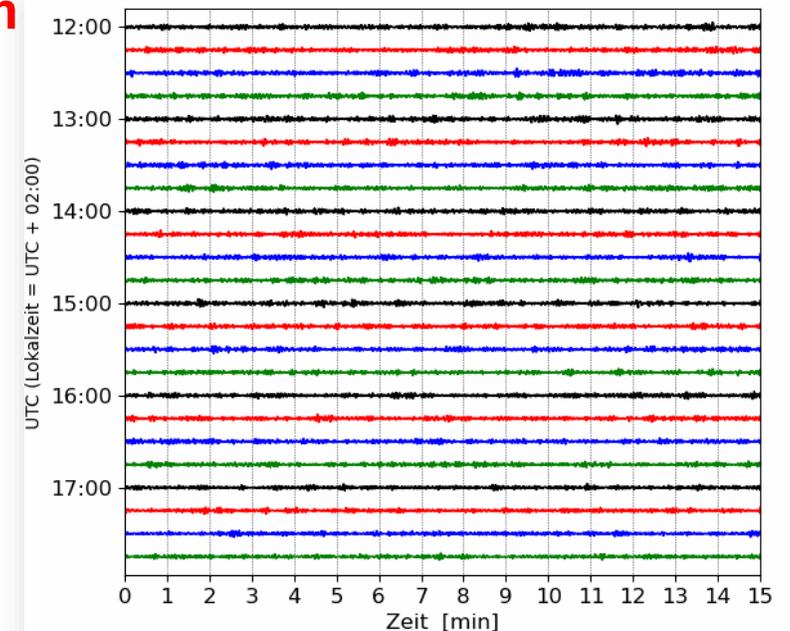
**Ziel ist immer, mit der Aufzeichnung die Frequenzen im physikalischen Signal genügend aufzulösen.**

## Mit welcher Abtastrate werden seismische Wellen in München gemessen?

Lokalbebenbeobachtung (z.B. Subnetz Bad Reichenhall): 200Hz  
Fernbebenbeobachtung (z.B. GRSN): 20 – 100Hz

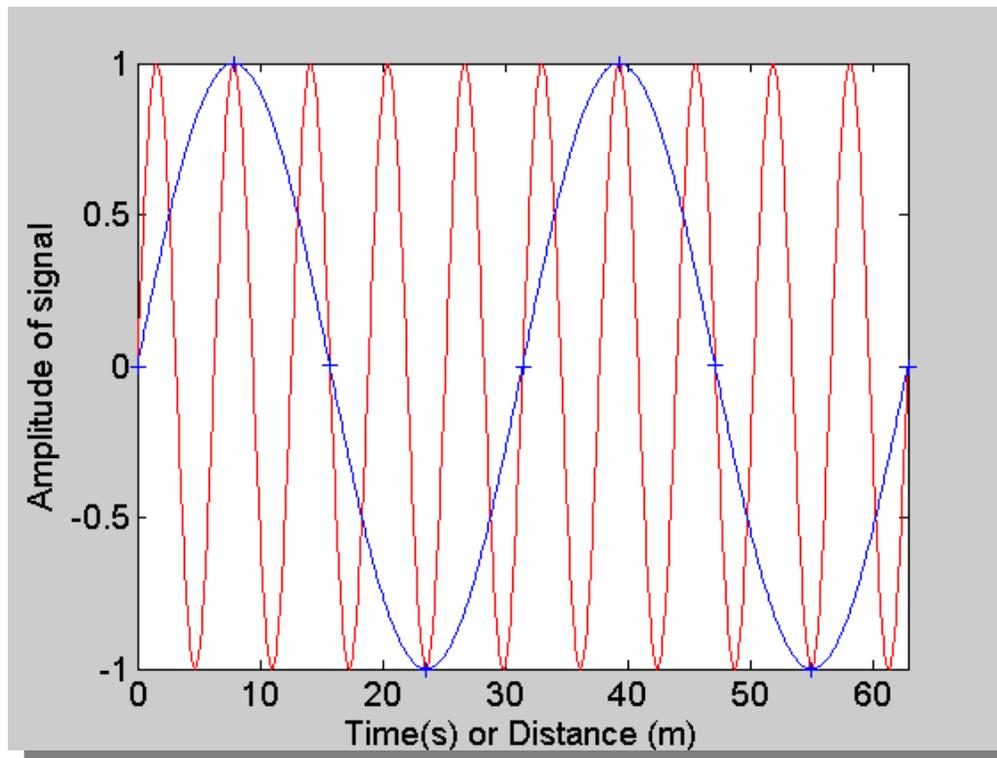
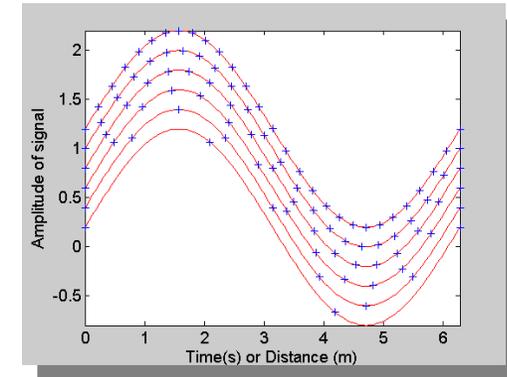
Zum Vergleich:

GPS Deformationsbeobachtungen: < 1 Hz  
Ringlaser (Rotationsbewegungen): 1000Hz  
Akustische Laboruntersuchungen: kHz Bereich  
Erdmagnetfeld: > 1s  
Musik CD Rom (s.u.): 44kHz



# Nyquist Frequenz (-Wellenzahl, -Intervall)

Die **Nyquist Frequenz** ist die  **Hälfte der Abtastfrequenz** (**Samplingrate dt**):  $f_N = 1/(2dt)$ . Ist die Frequenz des Signals größer als die Nyquistfrequenz, entstehen nicht lineare Verzerrungen, die auch als **Alias-Effekt** bezeichnet werden.



Die Frequenz des **Signals** ist  $> f_N$  wird gesampelt mit (+) führt zu einem falschen Signal (**blau**).

Wie kann man den Alias-Effekt verhindern?

# Ein Gitterrost



## Sampling, Aliasing

Zeitbereich:  $f_{Ny} = 1/(2 dt)$  ; Raumbereich  $k_{Ny} = \pi/dx$ ;  $k = 2 \pi/\lambda$

- Was ist die Nyquistfrequenz  $f_{Ny}$ , was ist Aliasing?
- *Zeitbereich:* Sie digitalisieren ein Signal mit 0.02 sec Samplingrate. Bis zu welcher Frequenz können Sie ein Signal auflösen? Was für einen Filter benötigen Sie um Aliasing zu vermeiden?
- *Raum:* Wie groß ist die Nyquistwellenzahl  $k_{Ny}$ , wenn Sie ein Experiment mit einem Instrumentabstand von 500m messen? Wie groß ist die Nyquistwellenlänge?

# Bit, byte – Darstellung von Zahlen (e.g., Amplituden)

Ein Bit (engl. Abk. für: binary digit; dt.: Binärziffer) ist die kleinste Informationseinheit eines Rechners und entspricht den Zuständen "Strom an" (1) und "Strom aus" (0). In der Regel werden acht Bits zu einem Byte zusammengefasst.

1 0 1 1 0 1 1 1 ← 1 Byte

8 Bit = 1 Byte

1024 Bit = 1 Kilobyte (KB)

1024 Kilobyte = 1 Megabyte (MB)

1024 Megabyte = 1 Gigabyte (GB)

1024 Gigabyte = 1 Terabyte (TB)



# Binär Konversion

Wandeln Sie folgende Dezimalzahlen in Binärzahlen, Oktalzahlen und Hexadezimalzahlen um und überprüfen Sie Ihr Ergebnis durch Rückkonvertierung

a)  $73_{10}$

	$2^6$	$2^5$	$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$
73 : 2 = 36 Rest							1
36 : 2 = 18 Rest						0	
18 : 2 = 9 Rest					0		
9 : 2 = 4 Rest				1			
4 : 2 = 2 Rest			0				
2 : 2 = 1 Rest		0					
1 : 2 = 0 Rest	1						

Binärzahl:  $1001001_2$

$$Z = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$
$$Z = 64 + 8 + 1 = 73_{10}$$

## Aufgaben:

Wandle folgende Zahlen vom Binärsystem ins

Dezimalsystem um:

1111b, 10001b, 101010b,  
101b, 1000000b, 111111b

Wandle folgende Zahlen vom Dezimalsystem ins

Binärsystem um:

13, 127, 128, 1024, 2016

# Datenmengen

Reelle Zahlen stellen wir normalerweise mit 4 Byte (single precision) oder mit 8 Byte (double precision) dar. **Ein Byte besteht aus 8 Bit (1/0)**. Das bedeutet, wir können eine Zahl mit 32 (64) Bit darstellen. Wobei wir eine Stelle (Bit) für das Vorzeichen (+/-) benötigen.

-> 32 Bits ->  $2^{31} = 2.147483648000000e+009$  (Matlab Output)

-> 64 Bits ->  $2^{63} = 9.223372036854776e+018$  (Matlab Output)

(Anzahl der Zahlen, die dargestellt werden können)

**Wie groß sind die Datenmengen, die wir typischerweise bei einem Seismischen Experiment sammeln**

Wieviel (T/G/M/k-)Bytes erhalten wir? Datenkompression?



## Datenmengen in der Seismologie

- **[www.erdbeben-in-bayern.de](http://www.erdbeben-in-bayern.de)**
  - Wieviel Stationen gibt es in Bayern?
  - Wieviele Komponenten hat jedes Seismometer?
  - Wie groß ist die Abtastrate?
  - Wie viel Daten (4 bytes pro Sample) am Tag, im Jahr, im Jahrzehnt?
- Beim **RHUM-RUM Projekt** ([www.rhum-rum.net](http://www.rhum-rum.net)) wurden 60 OBS (Ozeanbodenseismometer) ausgesetzt. Auf vier Kanälen wird mit 100Hz Samplingrate ein Jahr lang aufgezeichnet. Wieviele Daten laufen auf?
- Auf dem **BP Valhall**feld (Nordsee) sind 3000 Sensoren am Meeresboden. Sie zeichnen auf 4 Kanälen mit 200Hz 10 Sekunden pro Schuss auf. Es gab 55000 Schüsse. Datenmenge?

# (Relative) Dynamic range – Bittiefe - Digitalisierung

Wie präzise ist die Amplitude unseres physikalischen Signals?

**Dynamic range:** Das Verhältnis zwischen der größt-messbaren Amplitude  $A_{\max}$  und der kleinst-messbaren Amplitude  $A_{\min}$ .

Die Einheit ist Decibel (dB) und ist definiert als das Verhältnis zweier Energien (Energie ist proportional zum Quadrat der Amplitude).

Für die Amplituden gilt: **Dynamic range** =  $20 \log_{10}(A_{\max}/A_{\min})$  dB

Beispiel: mit 1024 Amplituden-Einheiten ( $A_{\min}=1, A_{\max}=1024$ )

$$20 \log_{10}(1024/1) \text{ dB approx. } 60 \text{ dB}$$

#bits	Dynamic Range ( $2^{\#bits-1}$ ) counts	DR <sub>dB</sub> ( $(\#bits-1) \times 6$ )	Orders of Magnitude ( $DR_{dB}/20$ )
8	256/2	42	~2
12	4,096/2	66	~3
16	65,536 /2	90	~4.5
20	1,048,576/2	114	~6
24	16,777,216/2	138	~7

- +20 dB entspricht einer Verzehnfachung
- +6 dB bedeutet eine Verdopplung
- 20 dB einem Zehntel
- 6 dB eine Halbierung

### Übung:

Welchem Amplitudenverhältnis entspricht 1, 10, 20, 50, 100dB?

$$\text{Dynamic range} = 20 \log_{10}(A_{\max}/A_{\min}) \text{ dB}$$



# Beispiel CD – MP3

**CD Rom:** 44kHz Samplingrate, 16 bit Werte (90 dB Dynamikumfang)

Neil Young's Pono Player: 384kHz, 32 bit (186 dB)

## Übung

1. Wie lange kann eine Aufnahme auf einer 700MB CD Rom sein?

1. Wie lange mit Neil Young's LosLess Lösung (s.o.)?

*1 Byte besteht aus 8 Bit*



**2 hrs**

**10 mins**

# Dynamic range (Bittiefe) eines Seismometers ADC (analog-digital-converter)

A  $n$ -bit digitizer will have  $2^{n-1}$  intervals to describe an analog signal.

Example:

A 24-bit digitizer has 5V maximum output signal (full-scale-voltage)

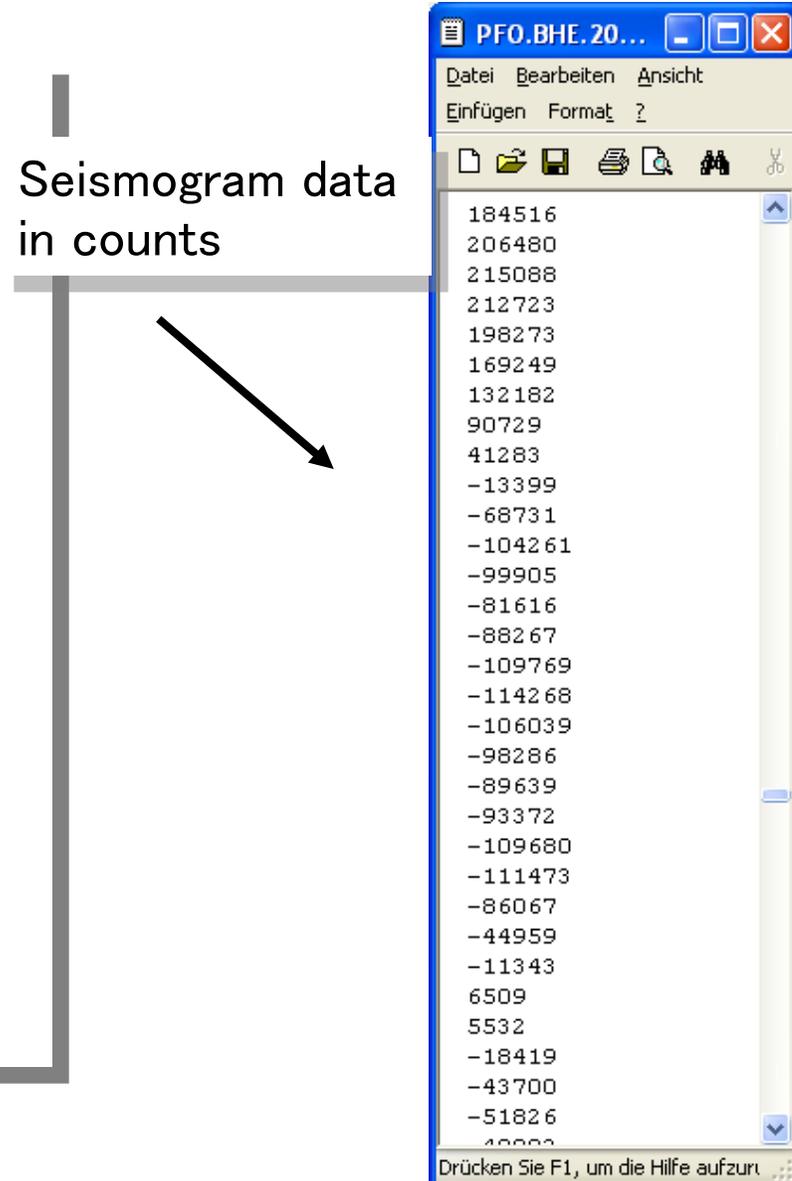
The least significant bit (lsb) is then

$$\text{lsb} = 5\text{V} / 2^{n-1} = 0.6 \text{ microV}$$

Generator constant STS-2: 750 Vs/m

What does this imply for the peak ground velocity at 5V?

Seismogram data  
in counts



## **Messbereich eines Instruments, Bit-tiefe**

Ein Seismometer liefert einen analogen Output zwischen  $\pm 5$  V. Ein Hersteller bietet einen „Digitizer“ an, der das Signal mit 32bit digitalisiert. Welche Spannungsunterschiede kann das Instrument auflösen?

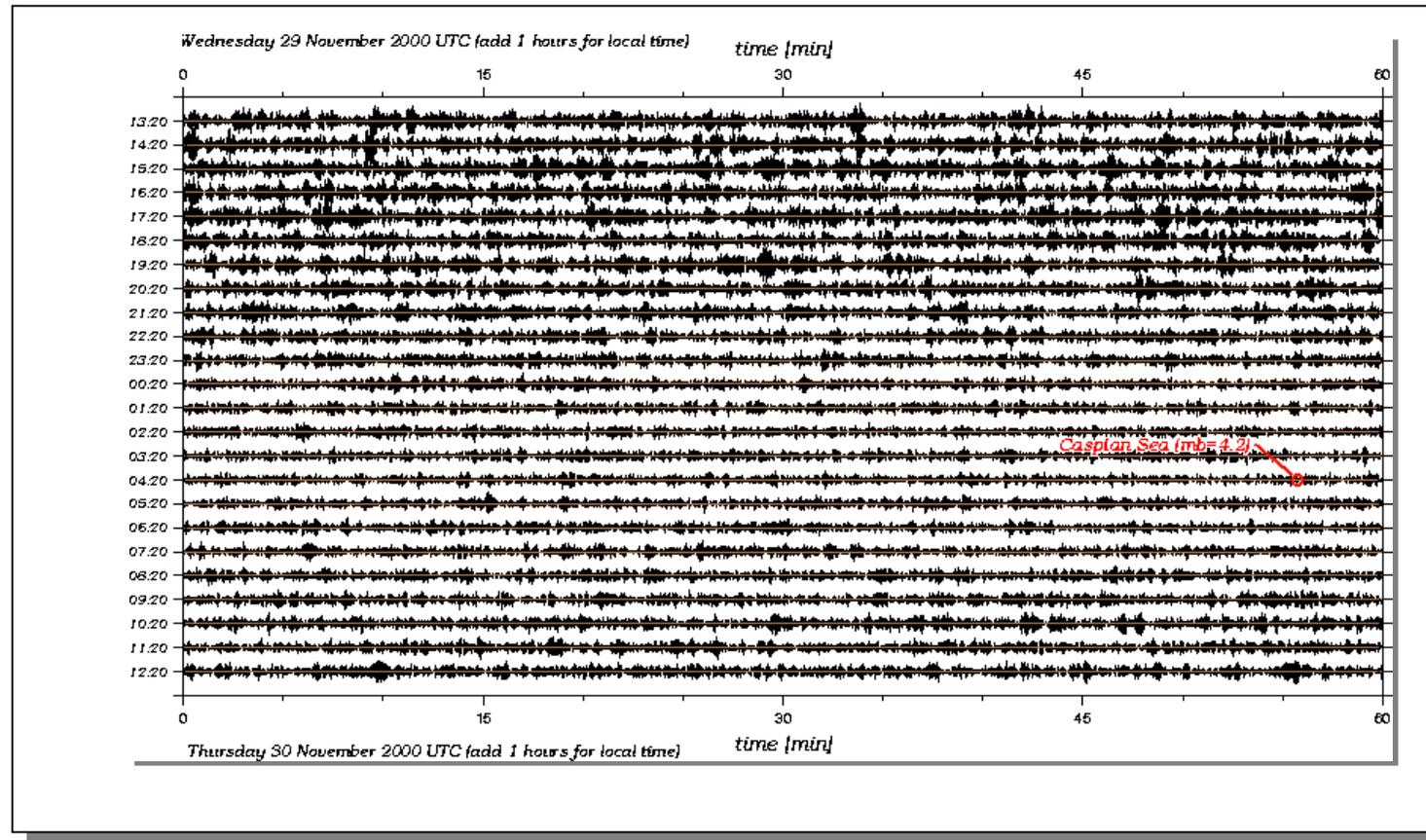
Was ist die maximale Bodenbewegung bei 5V?

Generator constant STS-2:  $750 \text{ Vs/m}$

# Seismische Signale Rauschen

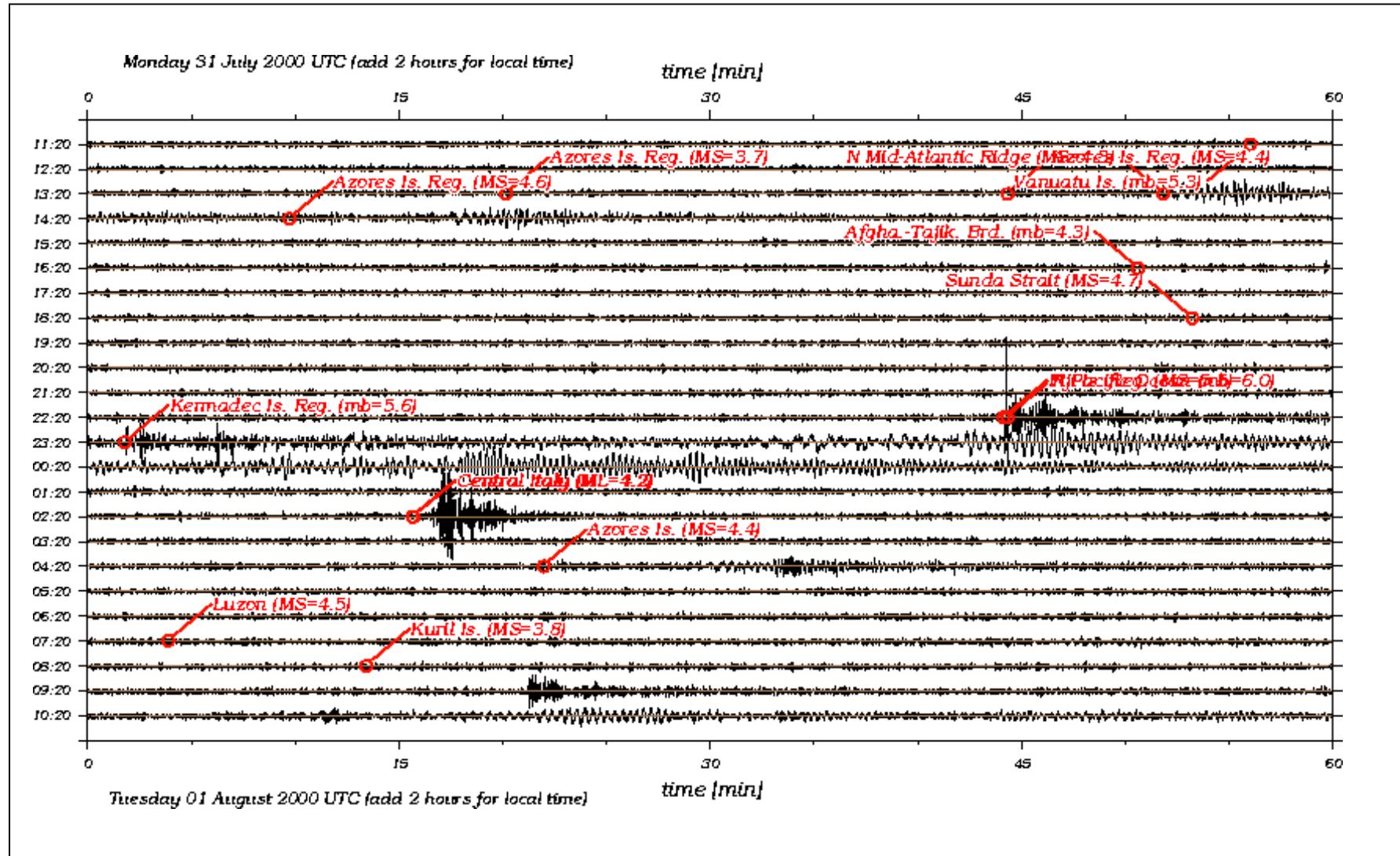
# Signal-Stör Verhältnis (signal-noise-ratio SNR)

Fast alle Signale enthalten **Rauschen**. Das **Signal-Stör Verhältnis** ist ein wichtiger Aspekt in allen geophysikalischen Experimenten. Kennen Sie Beispiele für Rauschen bei verschiedenen Messverfahren?

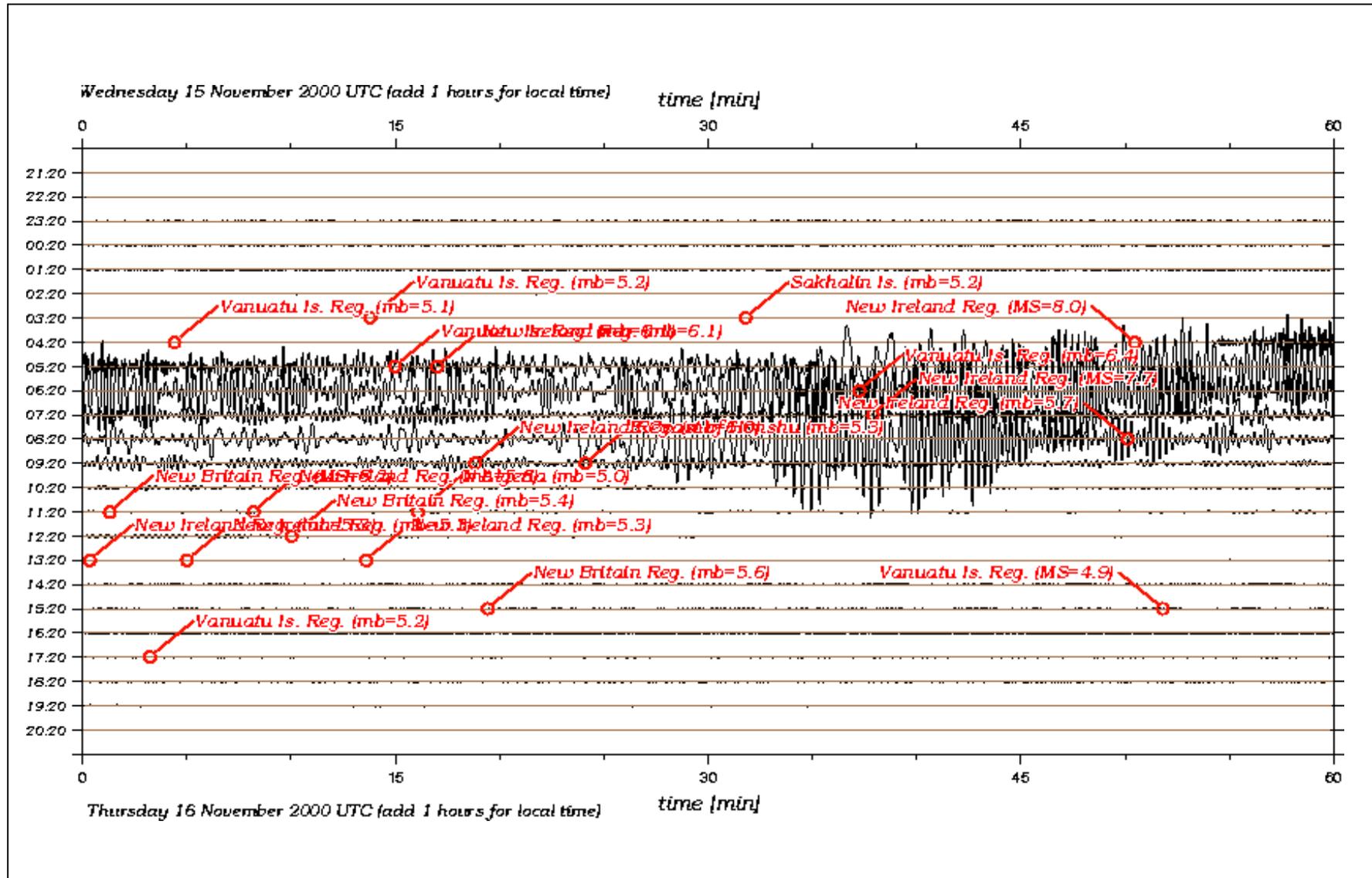


# Signal-Stör Verhältnis (signal-noise-ratio SNR)

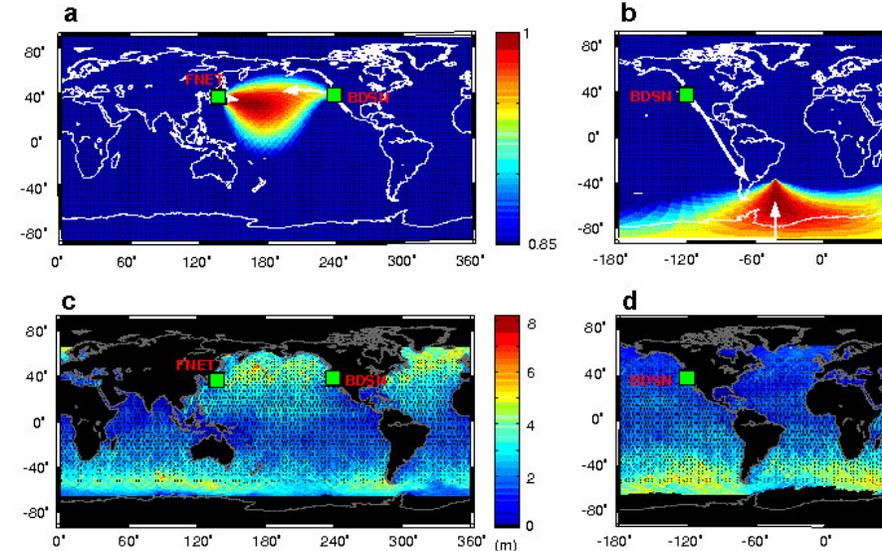
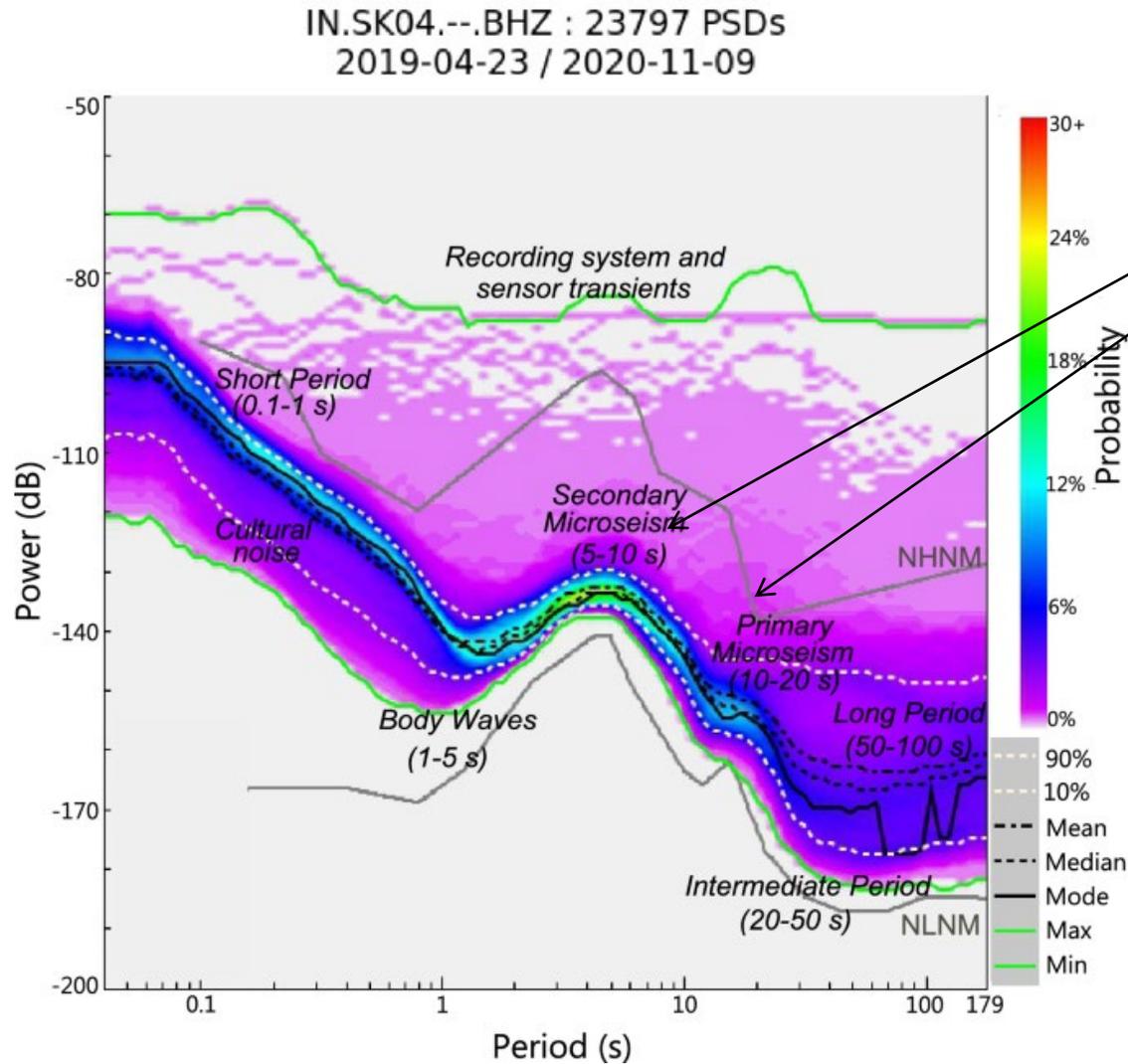
## 24h Plot der vertikalen Bodenbewegung in FFB



# Signal-Stör Verhältnis (signal-noise-ratio SNR)



## Meeresbodenmikroseismik



Spektrum der  
Bodenunruhe unseres  
Planeten

Was für Amplituden wir,  
beobachten, wenn kein  
Erdbeben stattfindet

# Zusammenfassung

- In der Seismologie bestehen die Daten aus Zeitreihen
- Die Verarbeitung mit Rechnern erfordert die **Diskretisierung** und **Digitalisierung** dieser Zeitreihen
- Das **Nyquist Samplingtheorem** bestimmt die Frequenzen die bei einer Samplingrate korrekt beschrieben werden können
- Die **Bittiefe (dynamic range)** bestimmt, mit welcher Genauigkeit eine Amplitude (z.B. Bodenbewegung) unterschieden werden kann.