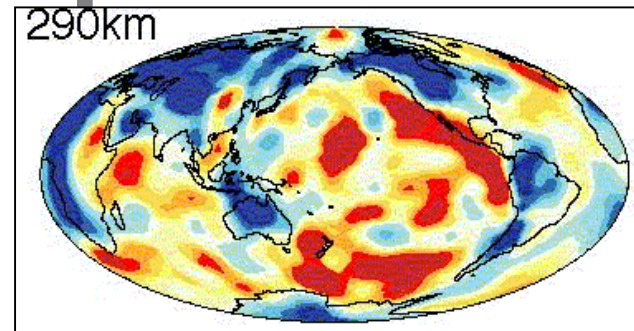
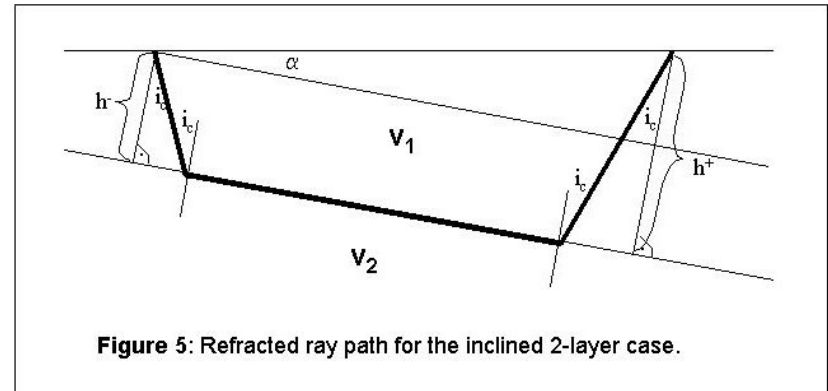


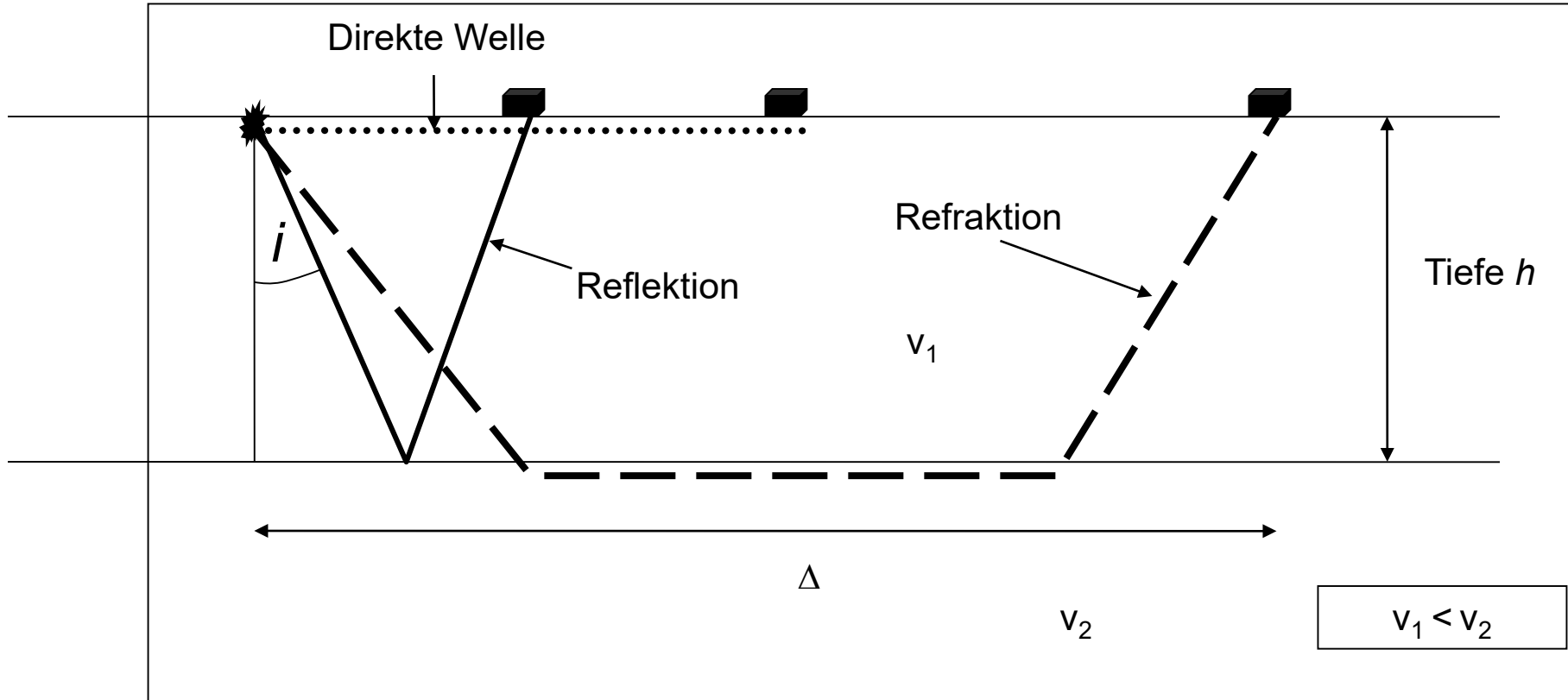
# Refraktionsseismik

- **Zweischichtfall**
  - Laufzeitdiagramme
  - Inversionsproblem
- **Dreischichtfall**
- **Geneigte Schicht**
- **N-Schichtfall**
- **Anwendungen**
- **Seismische Tomographie**



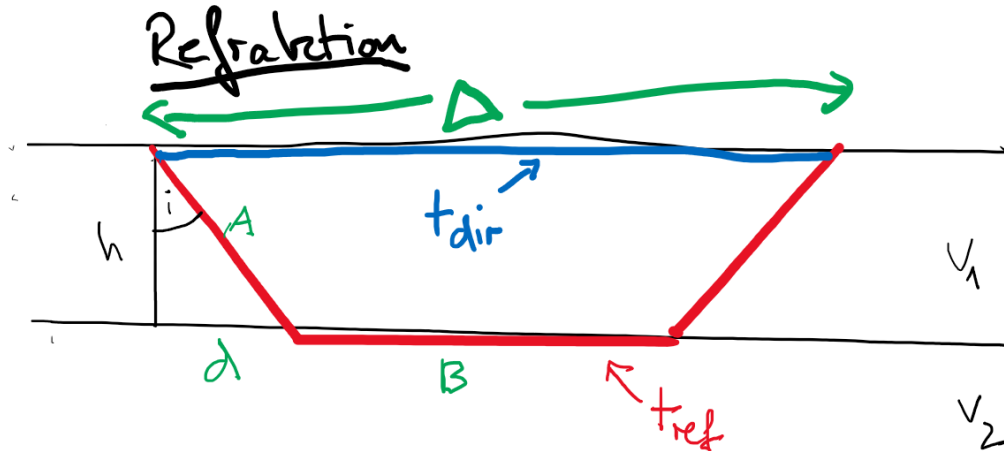
Theorie zu diesem Kapitel als **Skript** erhältlich (in Englisch) -> download area  
Außerdem: Keary, Kapitel 5; Mussett, Kapitel 6

# Refraktionsprofil



Geometrie des Reflexions/Refraktionsexperiments. Drei Phasen werden bei größeren Distanzen beobachtet: die direkte Welle, die reflektierte Welle und die refraktierte Welle.

# Herleitung



$$\frac{\sin i}{v_1} = \frac{1}{v_2}$$

$$v_2 = \frac{v_1}{\sin i}$$

$$\cos i = \frac{h}{A}$$

$$A = \frac{h}{\cos i}$$

$$\tan i = \frac{d}{h}$$

$$d = h \tan i$$

$$t_{ref} = 2t_A + t_B$$

$$= 2 \frac{h}{v_1 \cos i} + \frac{(\Delta - 2h \tan i)}{v_2}$$

$$= 2 \frac{h}{v_1 \cos i} - \frac{2h \tan i}{v_2} + \frac{\Delta}{v_2}$$

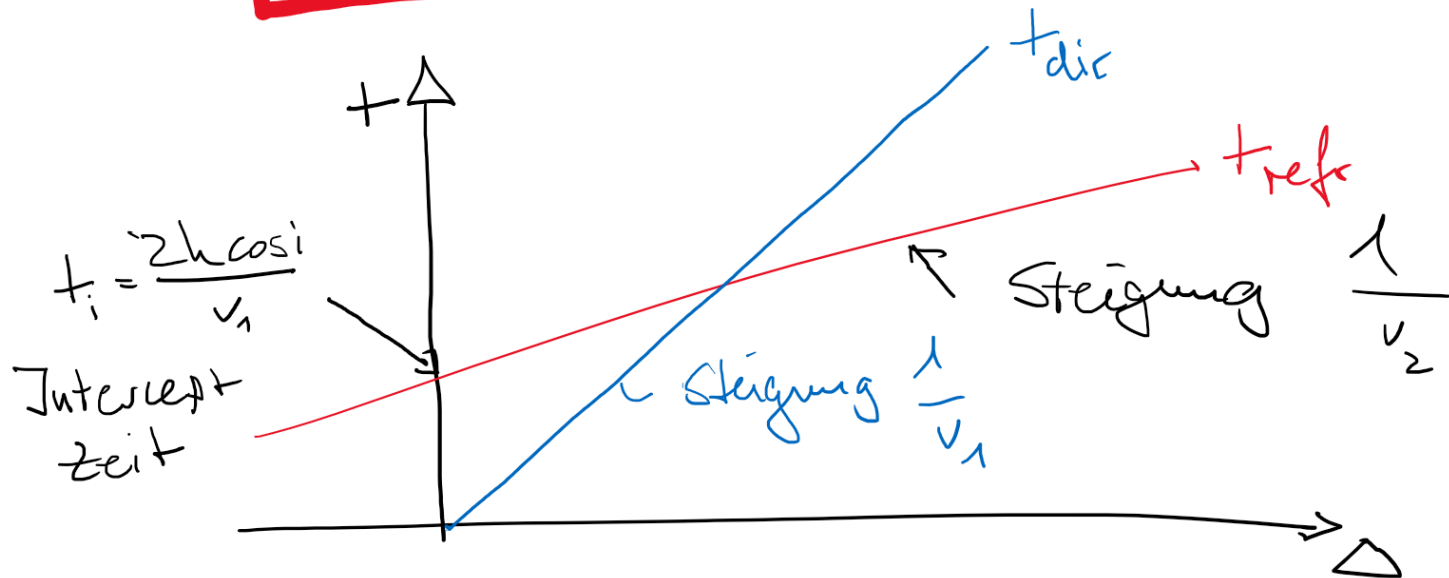
$$= 2 \frac{h}{v_1 \cos i} - \frac{2h \frac{\sin i}{\cos i} \cdot \sin i}{v_1} + \frac{\Delta}{v_2}$$

$$t_{dir} = \frac{\Delta}{v_1}$$

# Herleitung

$$t_{\text{ref}} = \frac{2h}{v_1 \cos i} (1 - \sin^2 i) + \frac{\Delta}{v_2}$$

$$t_{\text{ref}} = \frac{2h \cos i}{v_1} + \frac{\Delta}{v_2}$$



# Refraktionsexperiment: Ankunftszeiten

Direkte Welle

$$t_{dir} = \Delta / v_1$$

Reflektierte Welle

$$t_{refl} = \frac{2}{v_1} \sqrt{(\Delta/2)^2 + h^2}$$

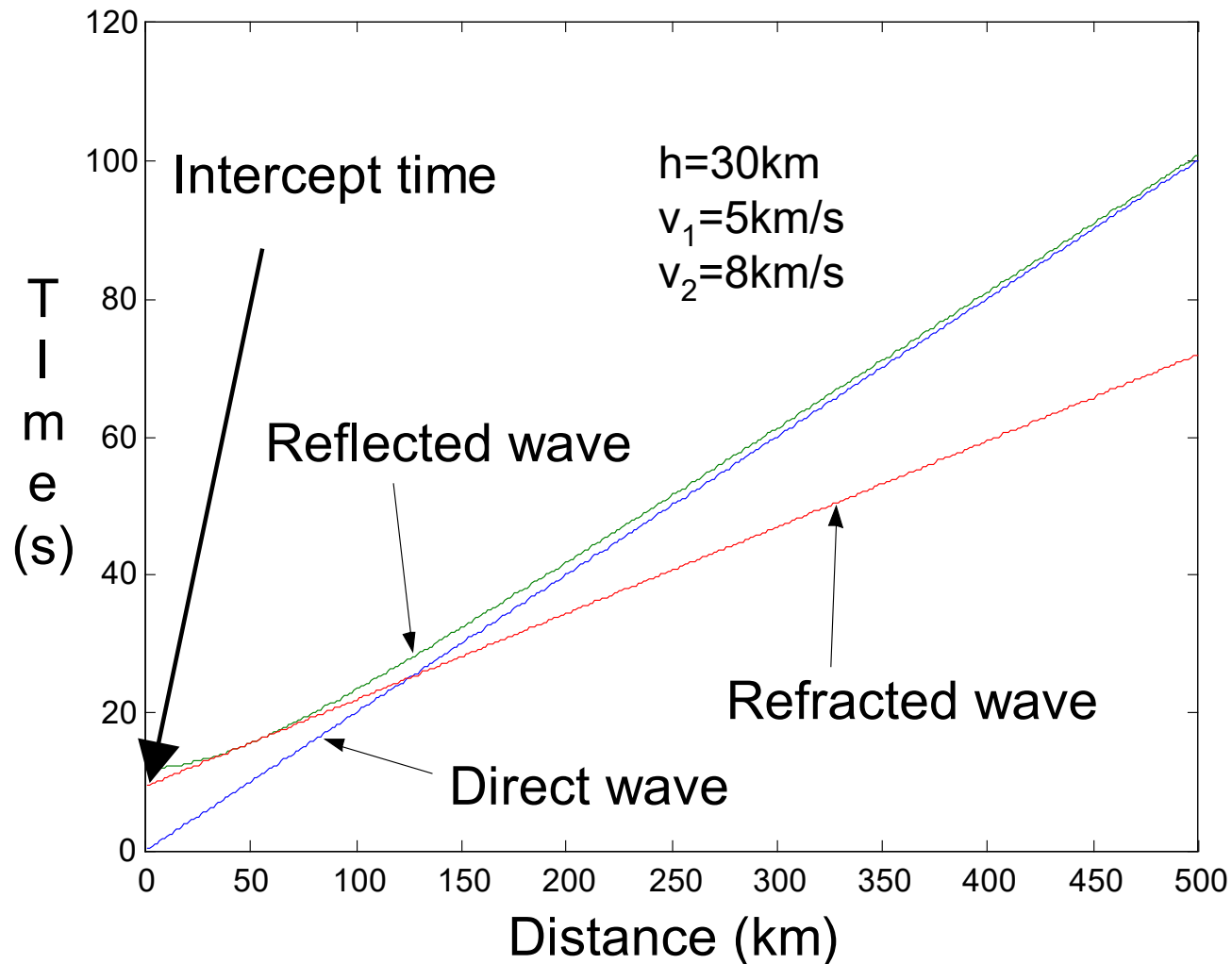
Refraktierte Welle

$$t_{refr} = \frac{2h \cos i_c}{v_1} + \frac{\Delta}{v_2} = t_{refr}^i + \frac{\Delta}{v_2}$$

Interzeptzeit



# Zweischichtfall Laufzeitdiagramm



Dies würde einem einfachen Modell der Kruste und des oberen Mantels entsprechen.

# Kritische Distanz: Überholdistanz

Die **kritische Distanz**  $\Delta_c$  ist die Entfernung, bei der die refraktierte Welle gemäß der Strahlentheorie erstmals beobachtet werden kann (tatsächlich wird sie wegen finitem Frequenzgehalt schon bei kleineren Entfernungen beobachtet). Die kritische Distanz ergibt sich aus

**kritische Distanz**  $\Delta_c = 2h \tan i_c$

der kritische Winkel  $i_c$  ist gegeben durch das Snellius Gesetz. Wenn wir die Laufzeit der direkten Welle mit der Laufzeit der refraktierten Welle gleichsetzen ergibt sich die

**Überholdistanz**

$$\Delta_{\ddot{u}} = 2h \sqrt{\frac{v_2 + v_1}{v_2 - v_1}}$$

# Das Inversionsproblem Erdmodell aus Laufzeitkurven

- Bestimme  $v_1$  aus der Steigung ( $1/v_1$ ) der direkten Welle
- Bestimme  $v_2$  aus der Steigung ( $1/v_2$ ) der refraktierten Welle
- Bestimme kritischen Winkel aus  $v_1$  und  $v_2$ .
- Lies Interzeptzeit  $t_i$  aus Laufzeitkurve der refraktierten Welle
- Bestimme Tiefe  $h$  mit

oder

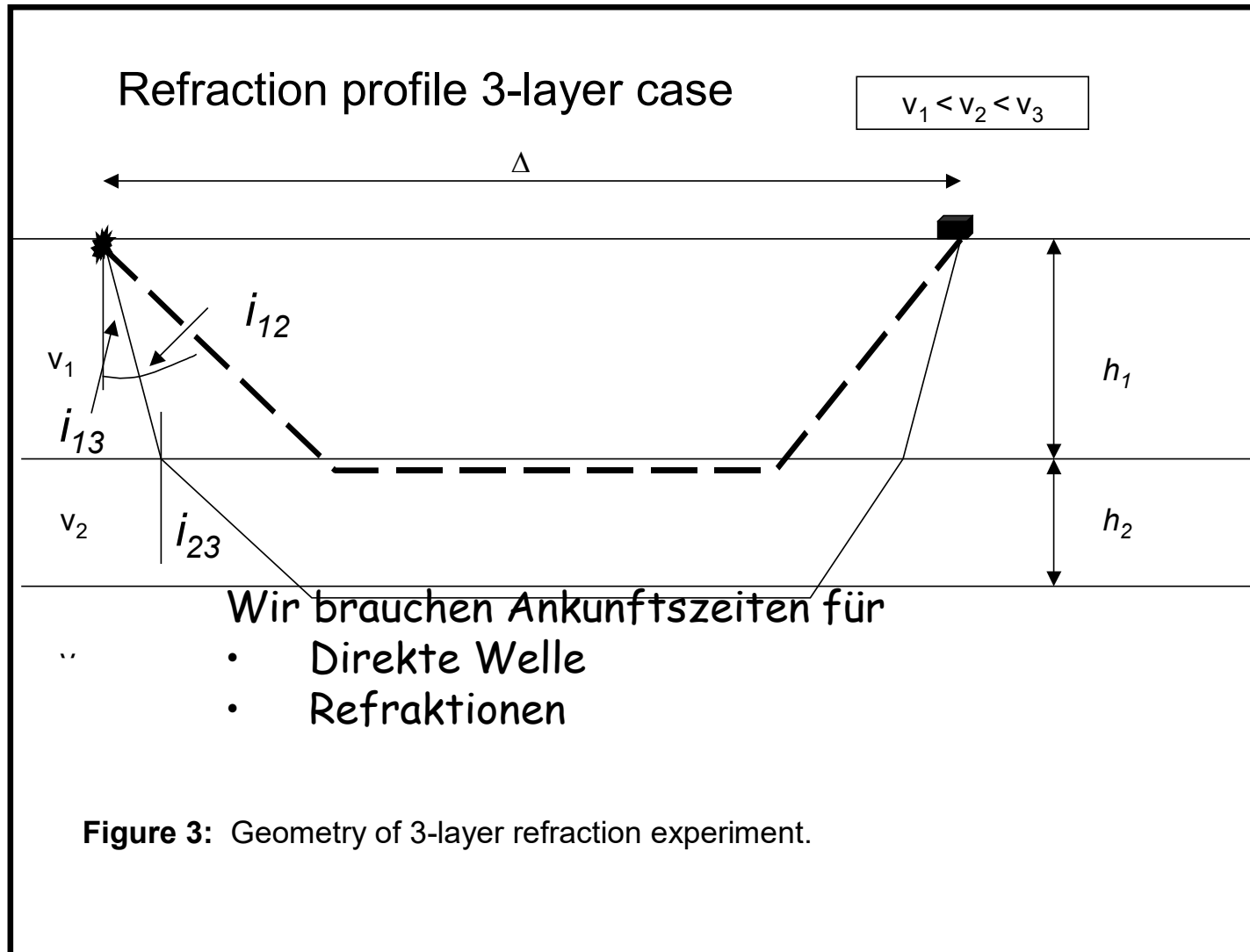
$$h = \frac{v_1 t_i}{2 \cos i_c}$$

- Ermittle Überholdistanz aus Laufzeitkurve und bestimme  $h$  mit

$$\Delta_{ii} = 2h \sqrt{\frac{v_2 + v_1}{v_2 - v_1}}$$



# Dreischichtfall



# Dreischichtenfall **Ankunftszeiten**

Direkte Welle

$$t_1 = \Delta / v_1$$

Refraktion in Schicht 2

$$t_2 = \frac{2h_1 \cos i_{12}}{v_1} + \frac{\Delta}{v_2} = t^{i2} + \frac{\Delta}{v_2}$$

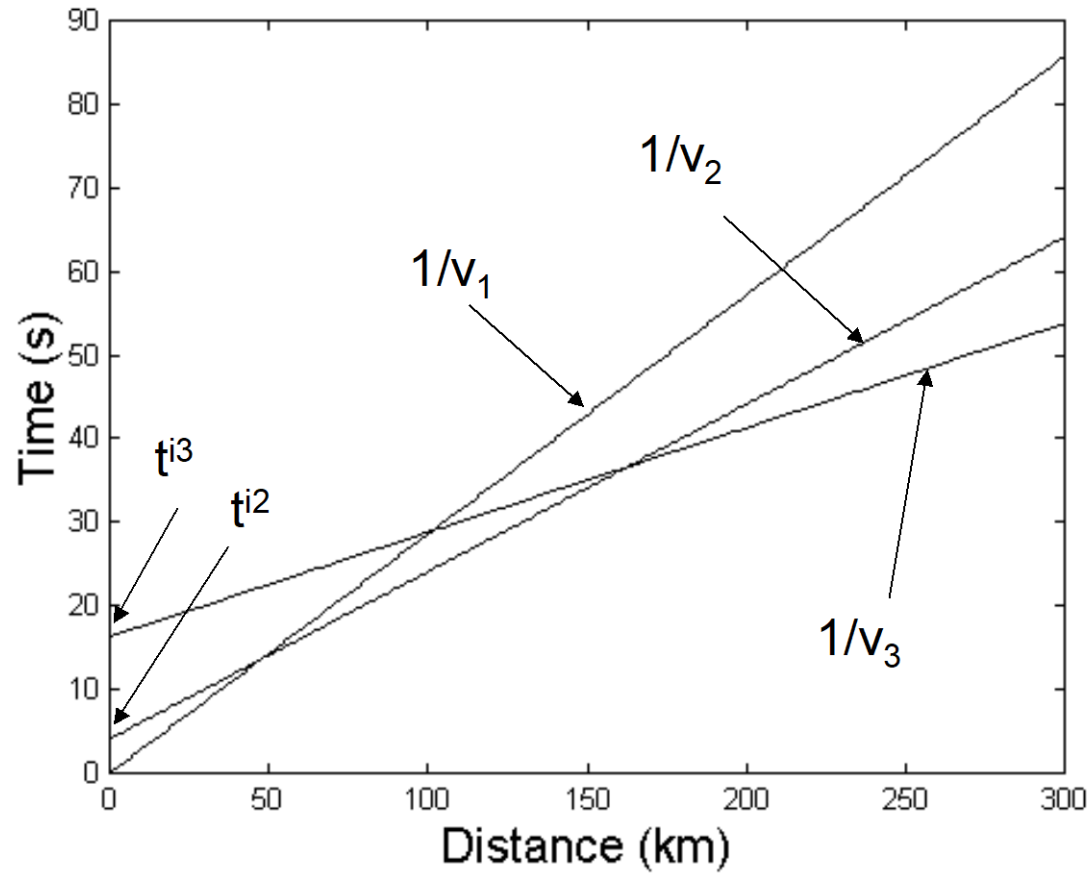
Refraktion in Schicht 3

$$t_3 = \underbrace{\frac{2h_1 \cos i_{13}}{v_1} + \frac{2h_2 \cos i_{23}}{v_2}}_{t^{i3}} + \frac{\Delta}{v_3} = t^{i3} + \frac{\Delta}{v_3}$$

mit ...

$$\frac{\sin i_{13}}{v_1} = \frac{\sin i_{23}}{v_2} = \frac{\sin i_{33}}{v_3} = \frac{1}{v_3}$$

# Dreischichtfall Laufzeitkurven



**Figure 4:** Travel-time diagram for the 3-layer case

# Das Inversionsproblem

## Dreischichtfall

- Bestimme Geschwindigkeiten  $v_{1-3}$  aus Steigungen  $(1/v_{1-3})$  der Laufzeitkurven
- Lies Interzeptzeit  $t^{i2}$  der Refraktion in Schicht 2.
- Bestimme Höhe  $h_1$  mit der Gleichung für  $t_2$  damit ,

$$h_1 = \frac{v_1 t^{i2}}{2 \cos i_{12}} \quad \text{where} \quad i_{12} = \arcsin \frac{v_1}{v_2}$$

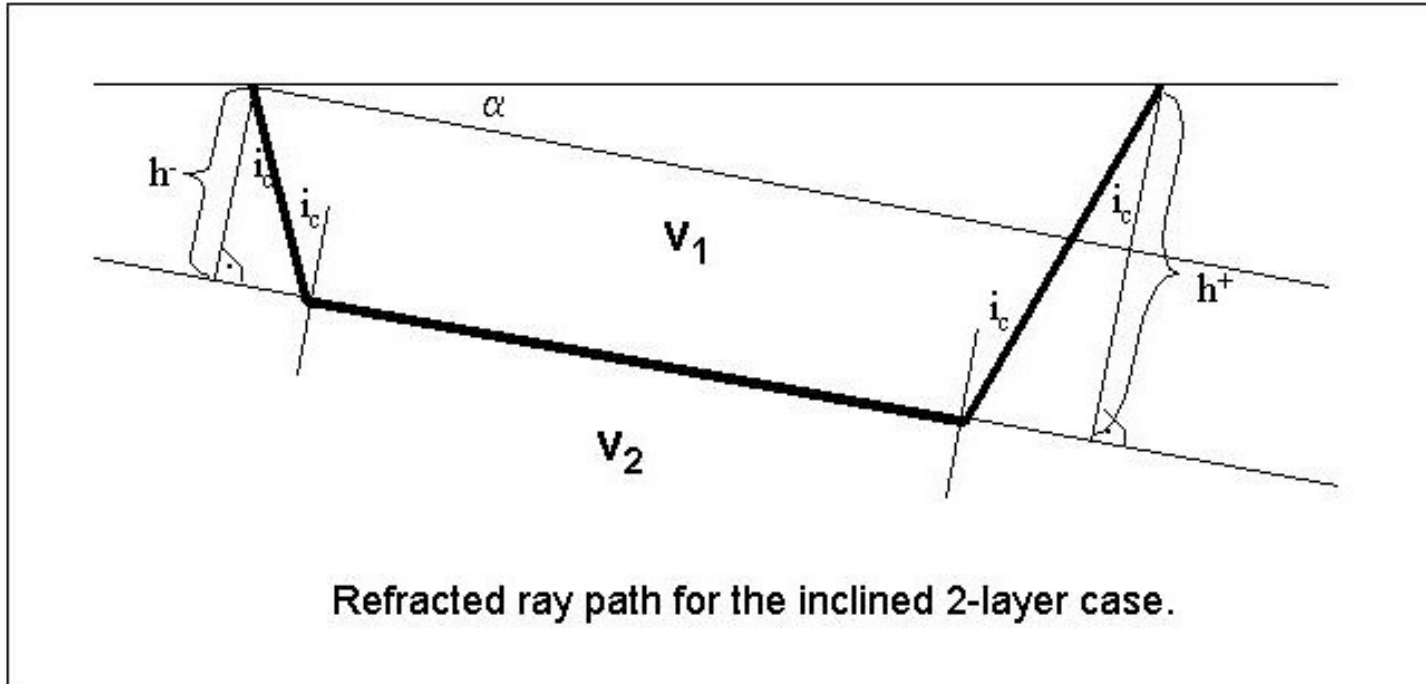
- Lies Interzeptzeit  $t^{i3}$  der Refraktion in Schicht 3.
- Berechne mit  $h_1$  eine Zwischeninterzeptzeit  $t^*$

$$t^* = t^{i3} - \frac{2h_1 \cos i_{13}}{v_1} \quad \text{where} \quad i_{13} = \arcsin \frac{v_1}{v_3}$$

- Mit  $t^*$  berechne  $h_2$  der Schicht 2

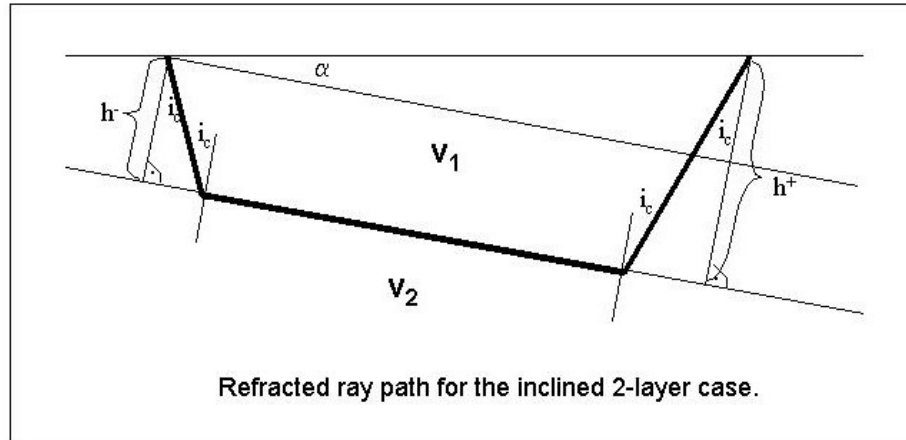
$$h_2 = \frac{v_2 t^*}{2 \cos i_{23}} \quad \text{mit} \quad i_{23} = \arcsin \frac{v_2}{v_3}$$

# Geneigte Schicht



Mit dieser asymmetrischen Anordnung benötigen wir Schüsse von beiden Seiten um  $h^+$  und  $h^-$  zu bestimmen.

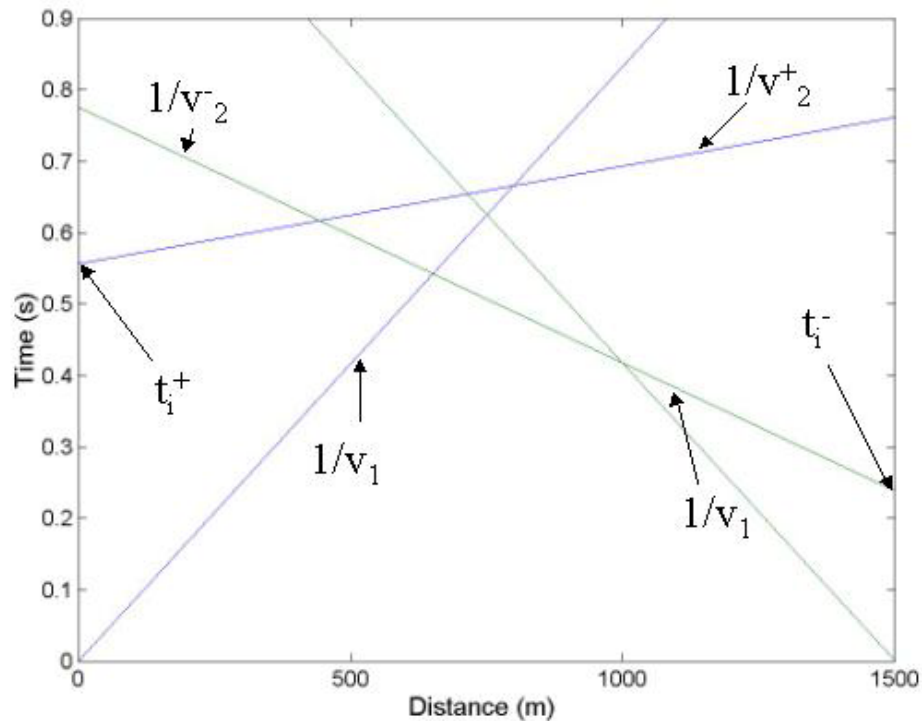
# Geneigte Schicht Laufzeiten



$$t_{refr}^- = \frac{2h^- \cos i_c}{v_1} + \frac{\sin(i_c + \alpha)}{v_1} \Delta = t_i^- + \frac{1}{v_2^-} \Delta$$

$$t_{refr}^+ = \frac{2h^+ \cos i_c}{v_1} + \frac{\sin(i_c - \alpha)}{v_1} \Delta = t_i^+ + \frac{1}{v_2^+} \Delta$$

# Geneigte Schicht Laufzeitkurven



Travel-time diagram for the inclined-layer case for the model in the previous figure.

# Inversionproblem **Geneigte Schicht**

- Bestimme Geschwindigkeiten  $v_1$  and  $v_2^{+/-}$  aus den Steigungen der Laufzeitkurven.

- Bestimme  $\alpha$  and  $v_2$  über:

$$\sin(i_c + \alpha) = \frac{v_1}{v_2^-} \Rightarrow i_c + \alpha = \arcsin \frac{v_1}{v_2^-}$$
$$\sin(i_c - \alpha) = \frac{v_1}{v_2^+} \Rightarrow i_c - \alpha = \arcsin \frac{v_1}{v_2^+}$$

$$\frac{(i + \alpha) + (i - \alpha)}{2} = i \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{\sin i}$$
$$\frac{(i + \alpha) - (i - \alpha)}{2} = \alpha$$

- Lies Interzeptzeiten  $t_i^+$  and  $t_i^-$  aus den Laufzeitkurven. Bestimme die Distanz von der Schichtgrenze mit

$$h^- = \frac{v_1 t_i^-}{2 \cos i_c}$$
$$h^+ = \frac{v_1 t_i^+}{2 \cos i_c}$$

- Zeichne Kreise um die Schusspunkte mit Radius  $h^{+/-}$  und finde die Tangente dazu -> Schichtgrenze



# Der n-Schicht-Fall

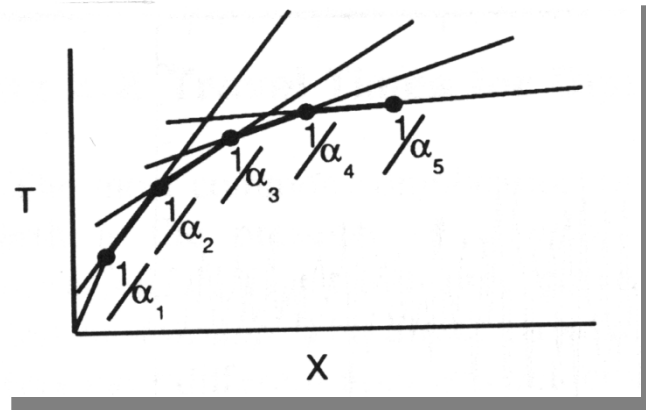
$$t_2 = \frac{2h_1 \cos i_{12}}{v_1} + \frac{\Delta}{v_2} = t^{i2} + \frac{\Delta}{v_2}$$

$$t_3 = \underbrace{\frac{2h_1 \cos i_{13}}{v_1} + \frac{2h_2 \cos i_{23}}{v_2}}_{t^{i3}} + \frac{\Delta}{v_3} = t^{i3} + \frac{\Delta}{v_3}$$

Dies lässt sich erweitern auf n Schichten:

$$t_n = \frac{\Delta}{v_n} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{2h_i \cos i_{in}}{v_i}$$

$$i_{in} = \sin^{-1} \left( \frac{v_i}{v_n} \right)$$



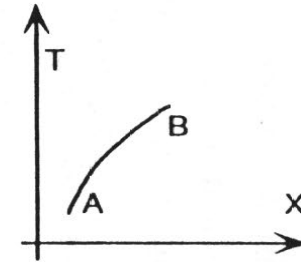
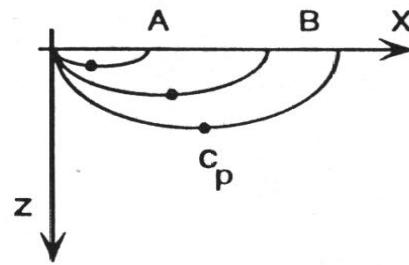
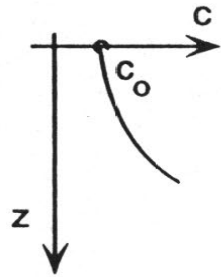
# Kontinuierliche Geschwindigkeitsmodelle

Velocity Model

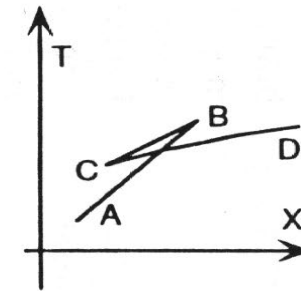
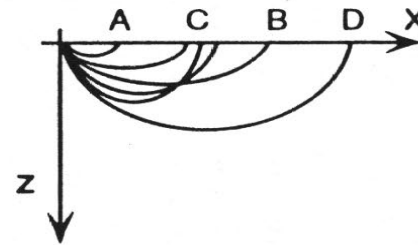
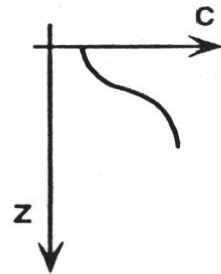
Ray Paths

Travel Time

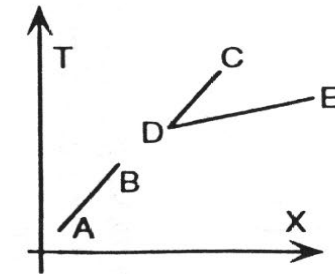
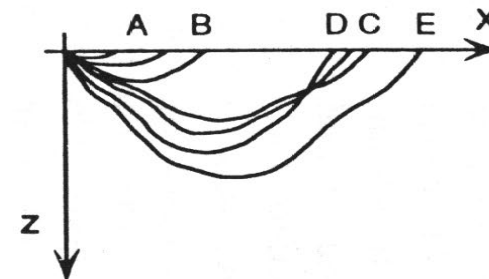
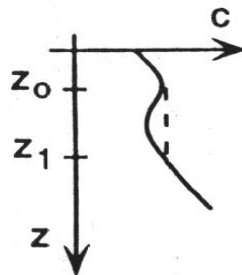
a



b



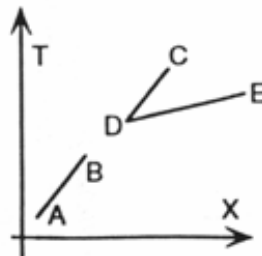
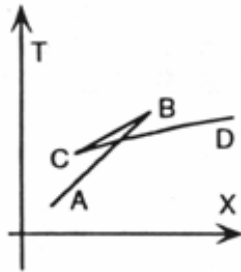
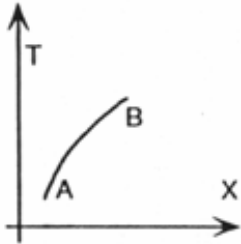
c



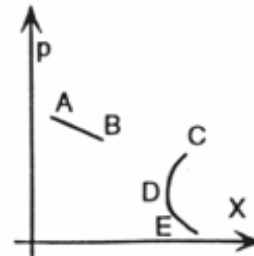
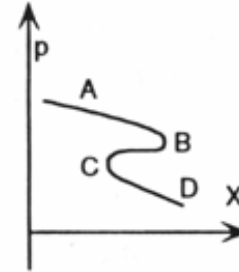
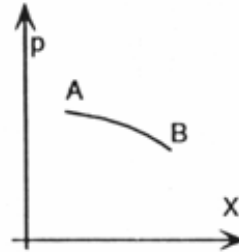
# $\tau(p)$ Darstellung

Hier ist  $p$  der Strahlparameter, also die Steigung der Laufzeitkurve,  $\tau$  ist der y-Achsenabschnitt der Laufzeitkurve (Interzeptzeit)

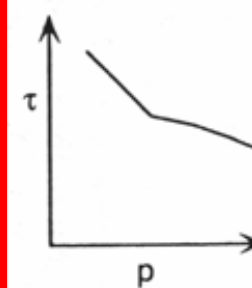
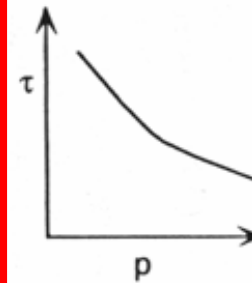
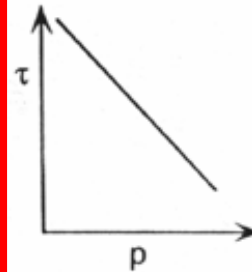
Travel Time



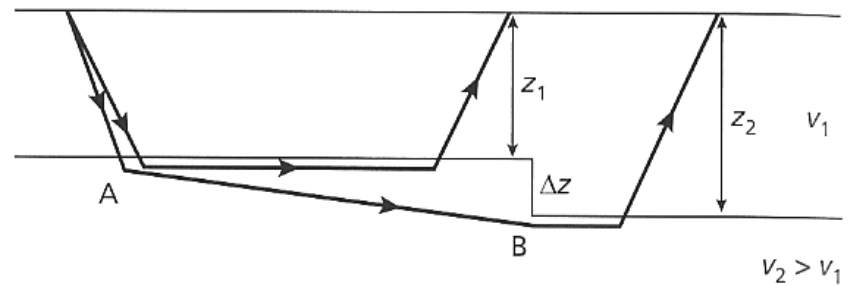
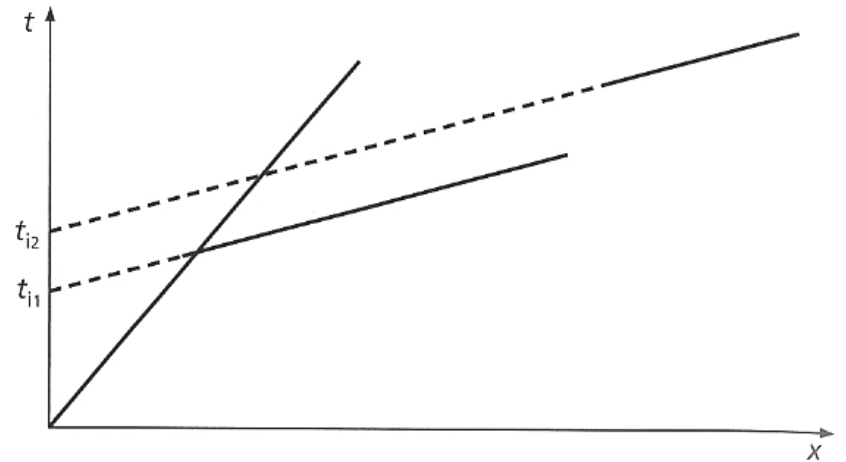
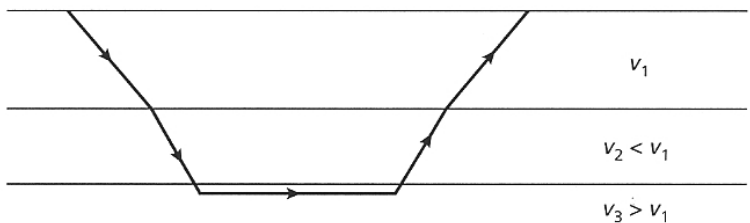
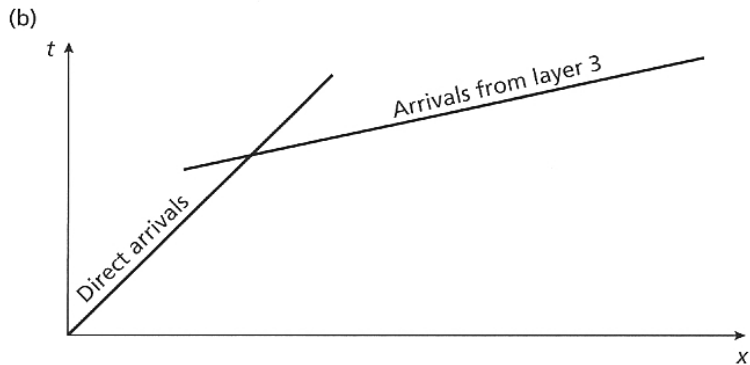
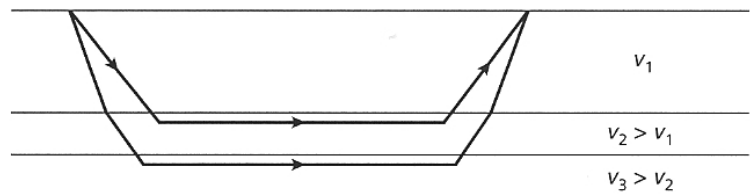
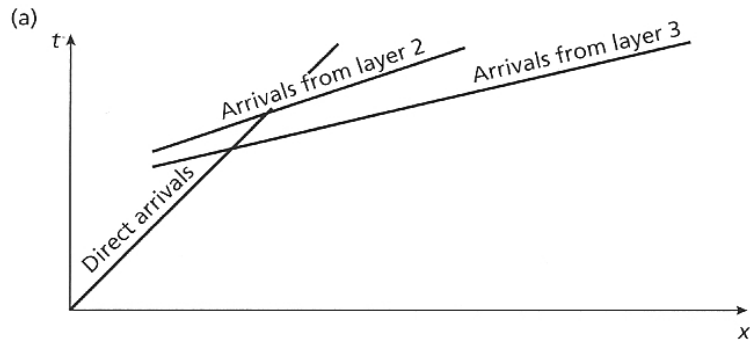
$p$  vs X



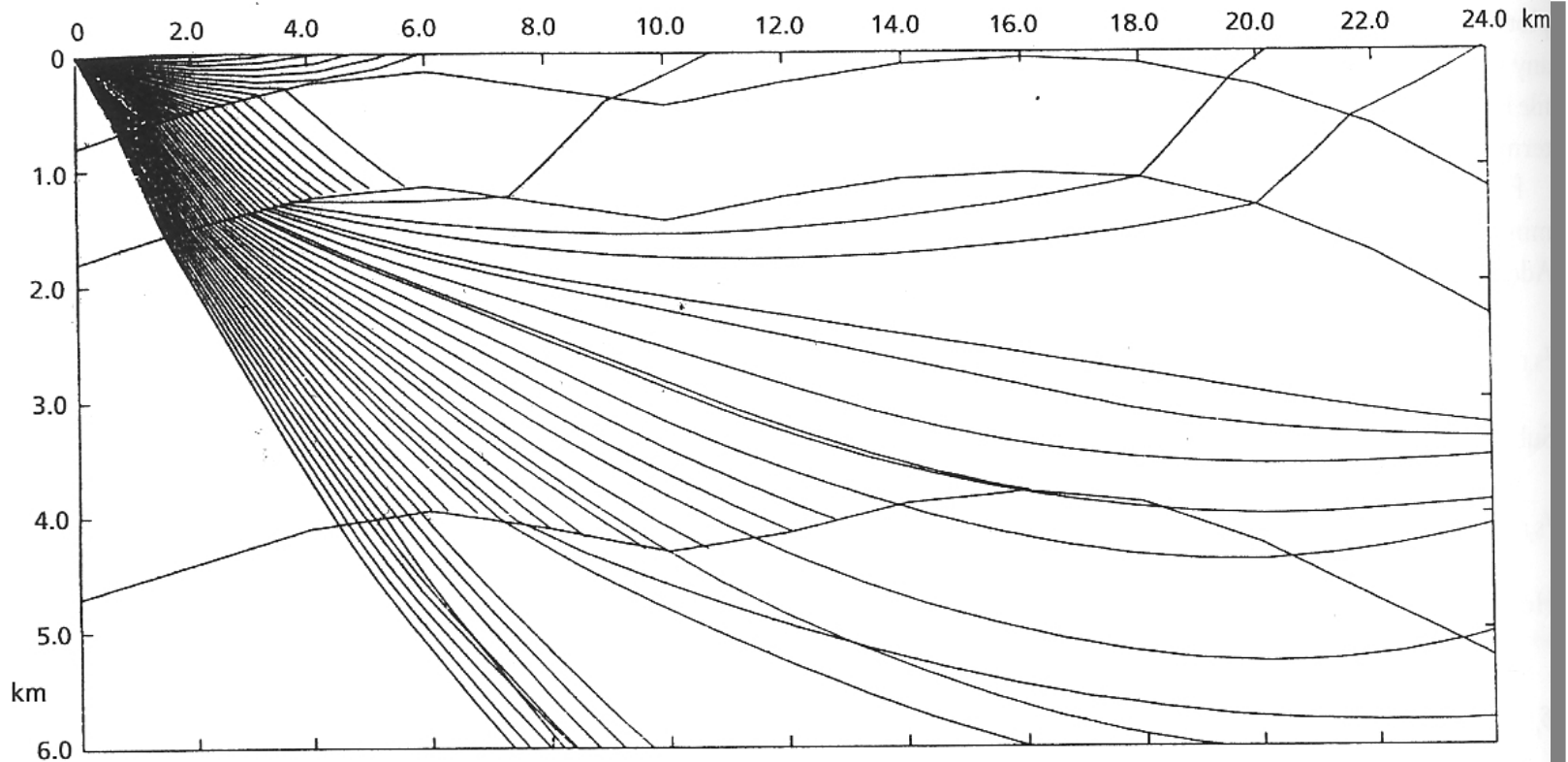
$\tau$  vs  $p$



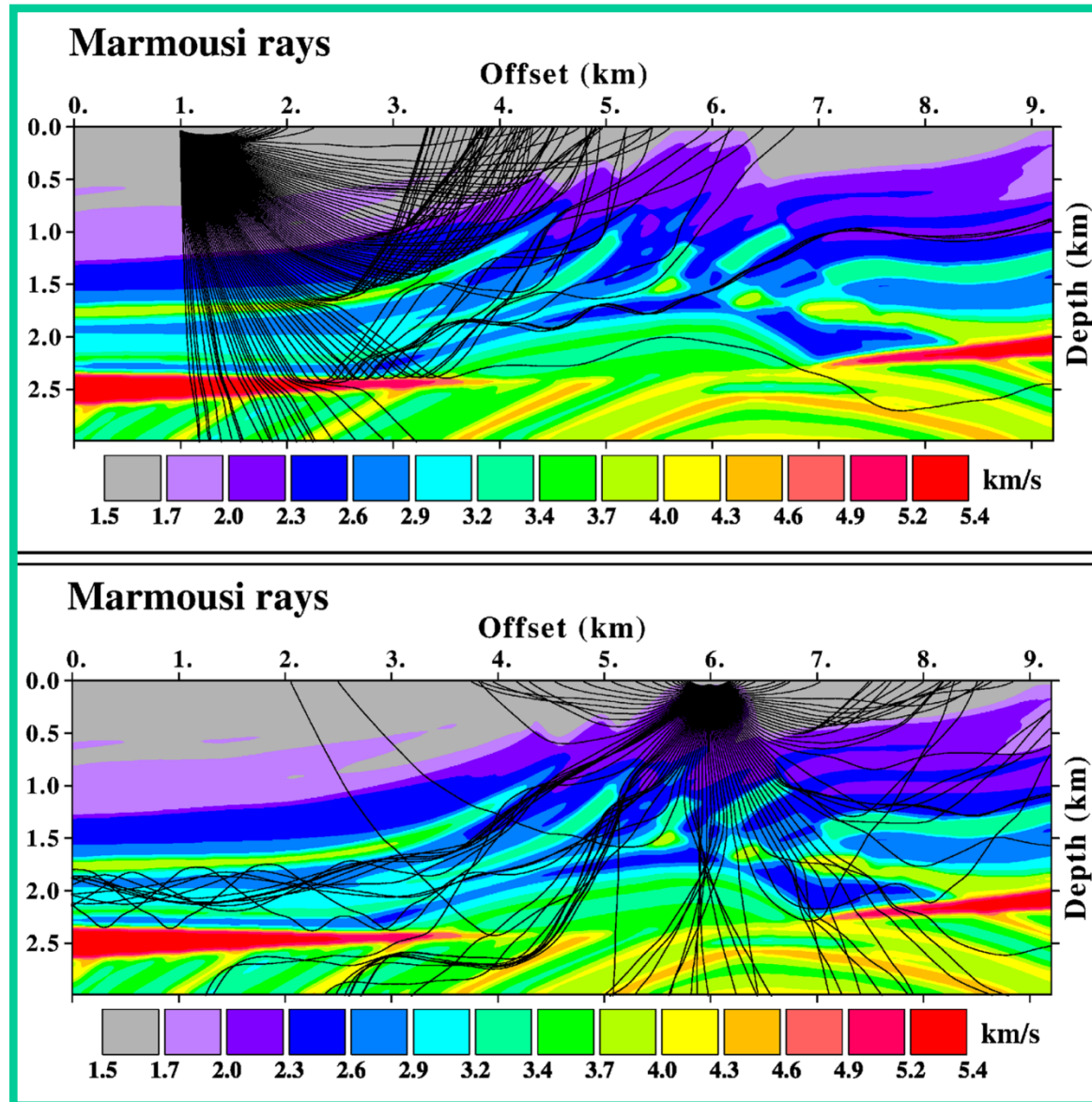
# Verborgene Schichten – Verwerfungen



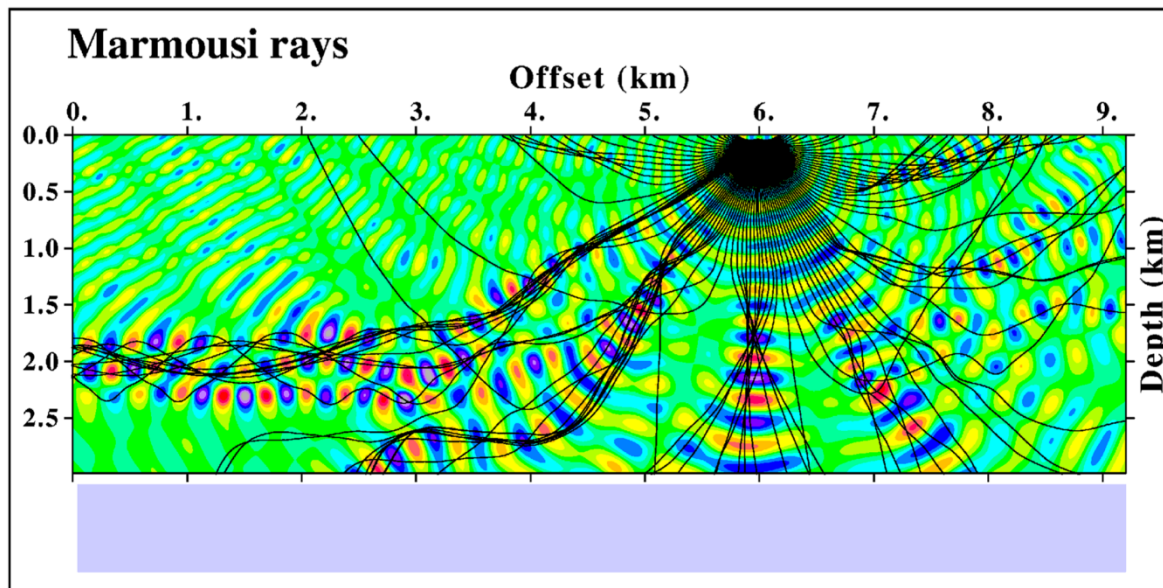
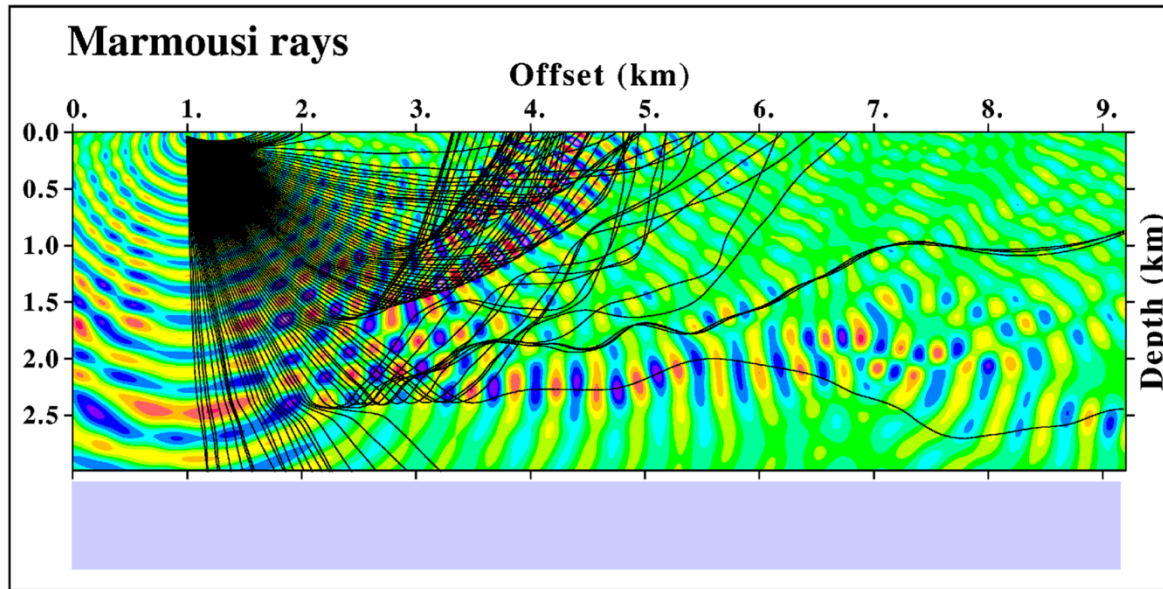
# Strahlen in komplexen Modellen



# Realistisches Reservoir Modell (Marmousi)

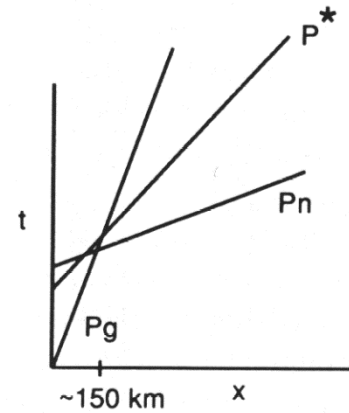
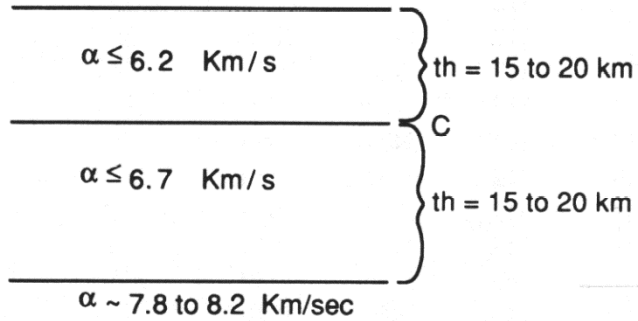


# Vergleich mit Simulation



# Beispiel: Erdkruste

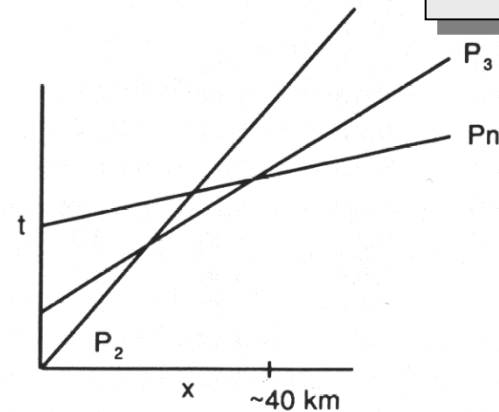
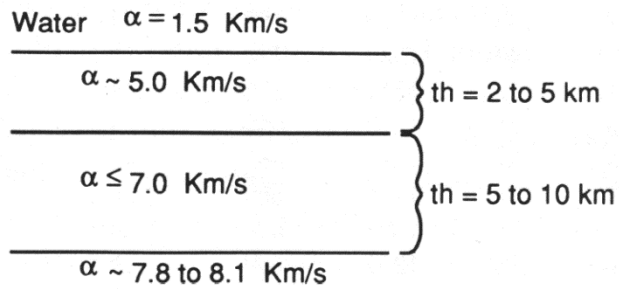
a



Continental crust (a)  
oceanic crust (b)

Mit entsprechenden  
Laufzeiten

b





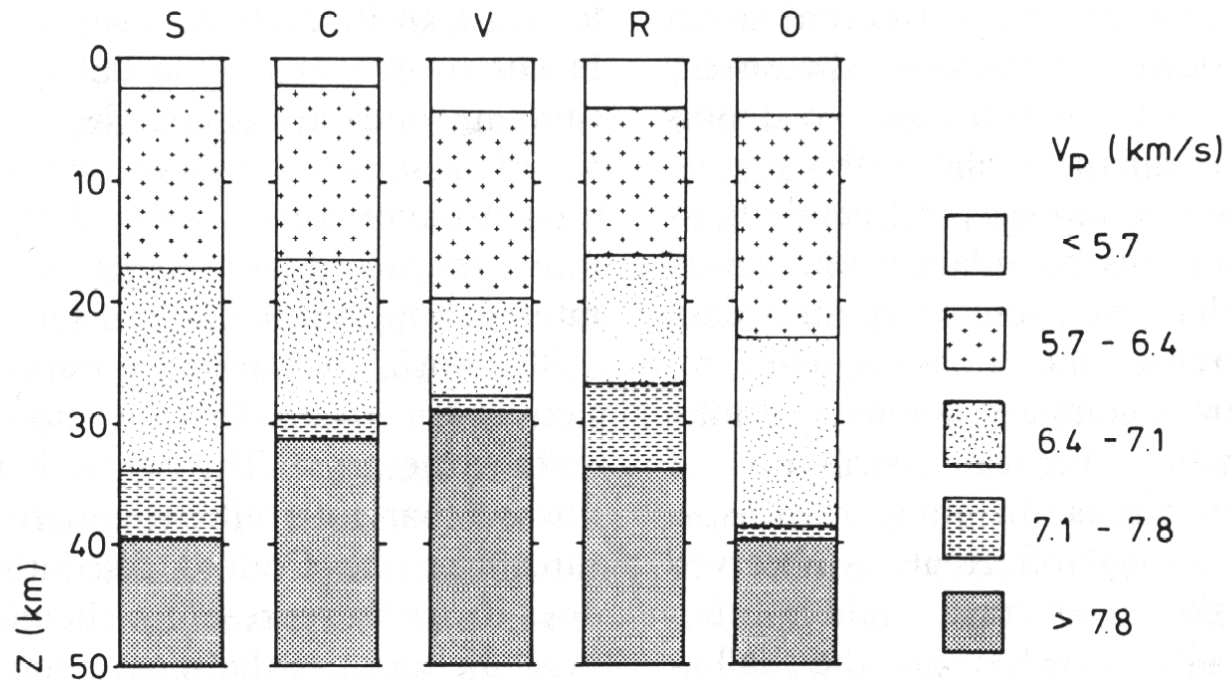
# The Erdkruste: Minerale und Geschwindigkeiten

**TABLE 3-3**

Average Crustal Abundance, Density and Seismic Velocities of Major Crustal Minerals

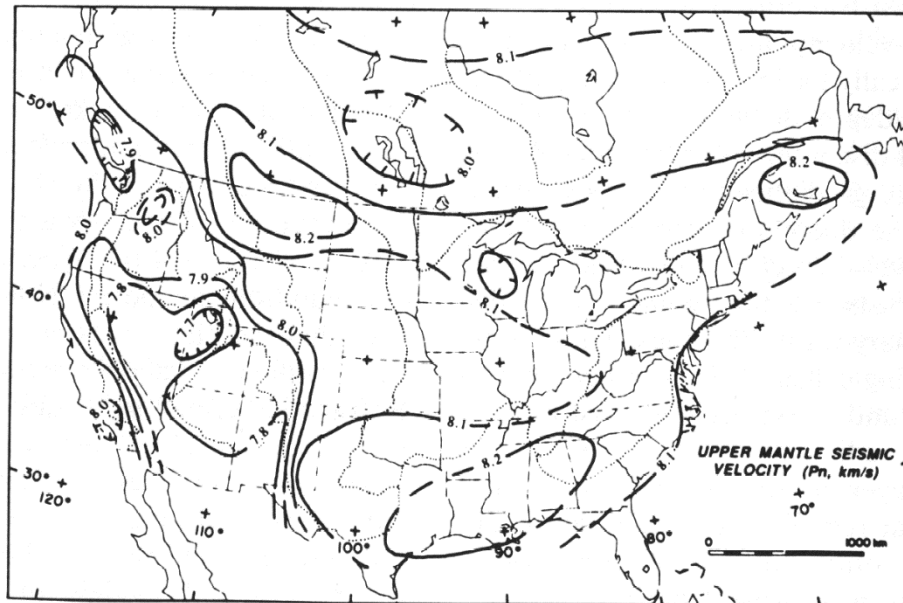
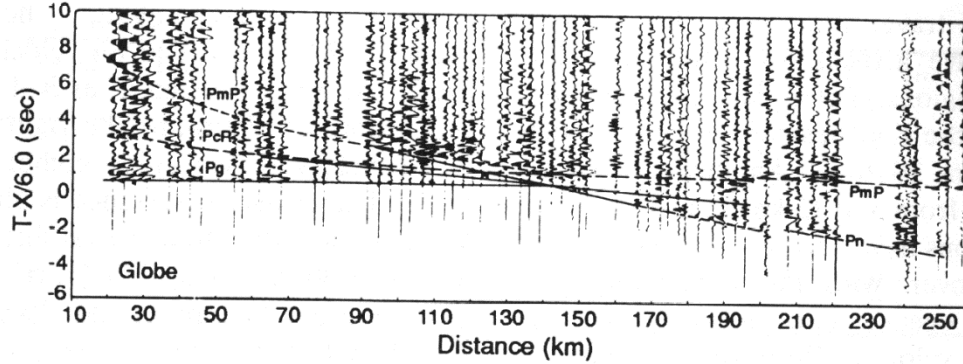
Mineral	Volume percent	$\rho$ (g/cm <sup>3</sup> )	$V_p$ (km/s)	$V_s$ (km/s)
Quartz	12	2.65	6.05	4.09
K-feldspar	12	2.57	5.88	3.05
Plagioclase	39	2.64	6.30	3.44
Micas	5	2.8	5.6	2.9
Amphiboles	5	3.2	7.0	3.8
Pyroxene	11	3.3	7.8	4.6
Olivine	3	3.3	8.4	4.9

# Erdkruste: Typen



**S shields, C Caledonian provinces, V Variscan provinces, R rifts, O orogens**

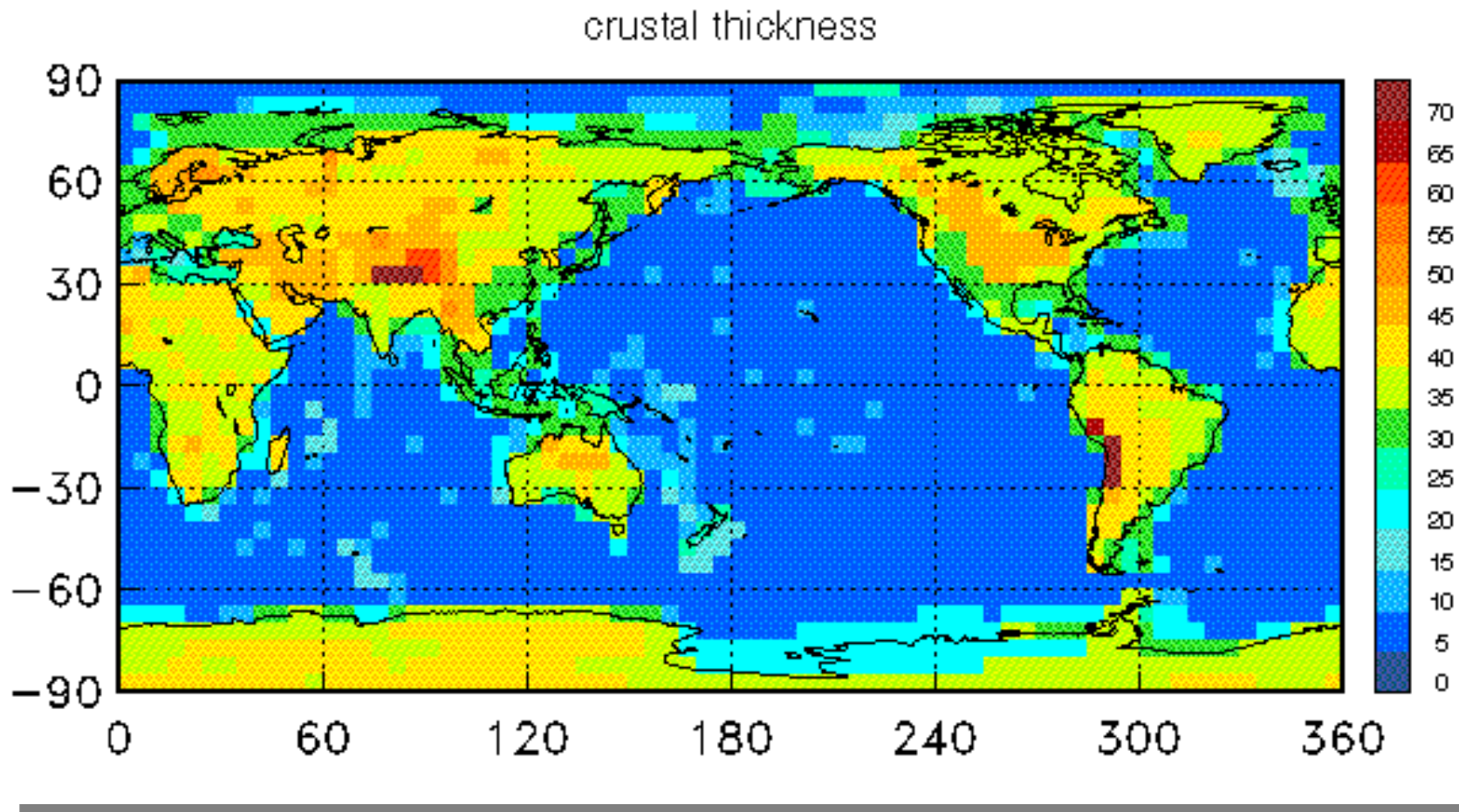
# Die Erdkruste: Refraktionsexperimente



Profil über N-Amerika:

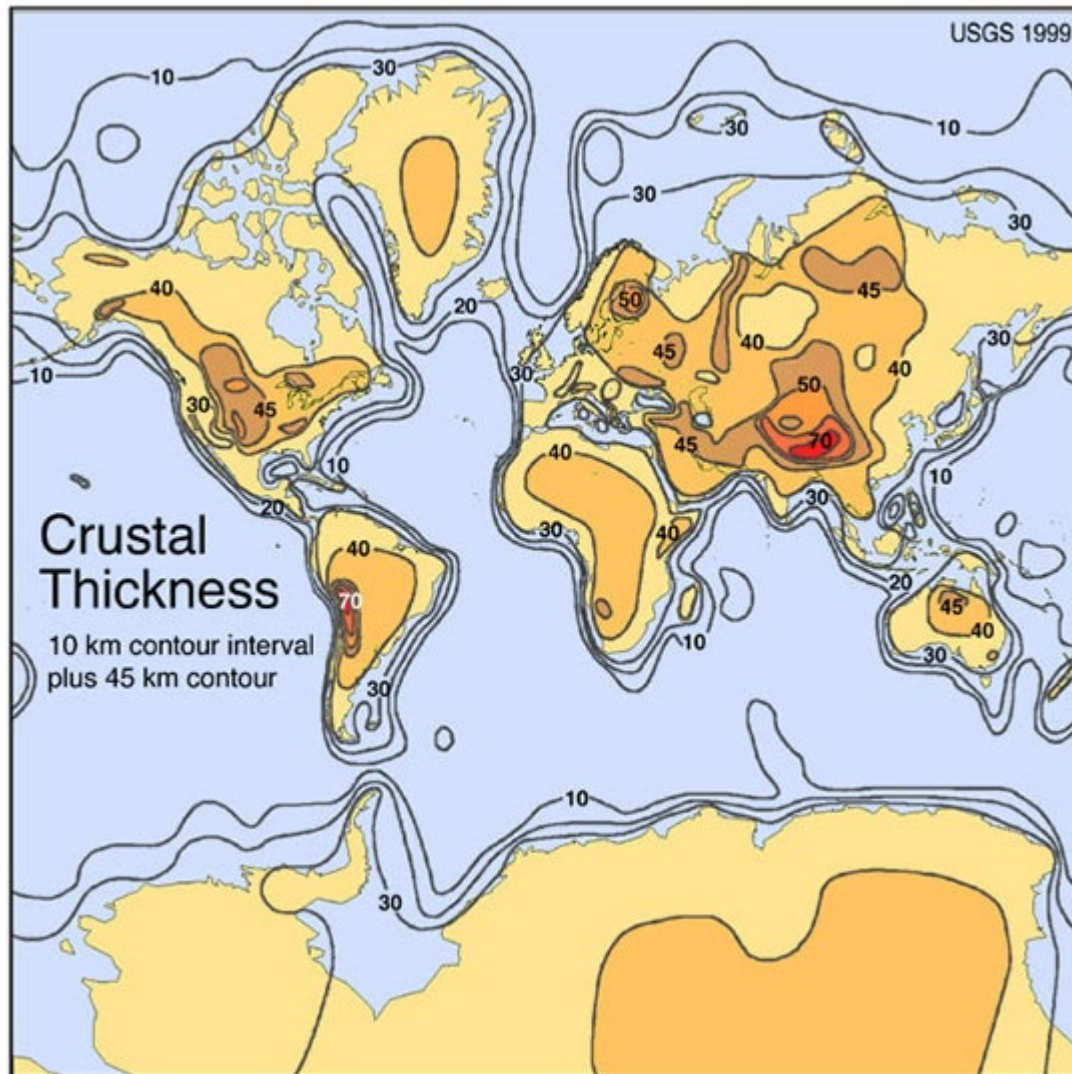
$P_mP$  Moho Reflektion  
 $P_n$  Moho Refraktion  
 $P_g$  Direkte P-Welle

# Globales Krustenmodell

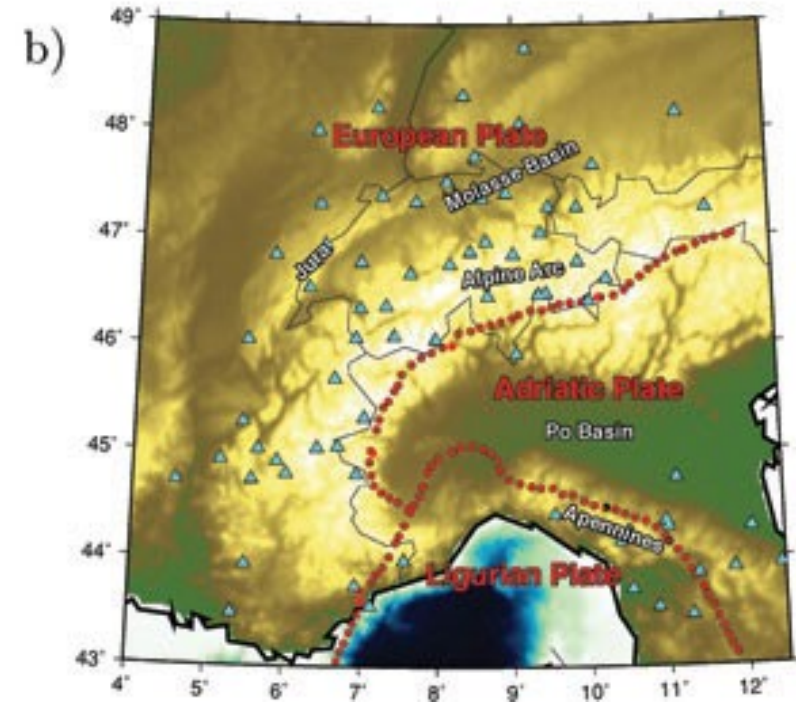
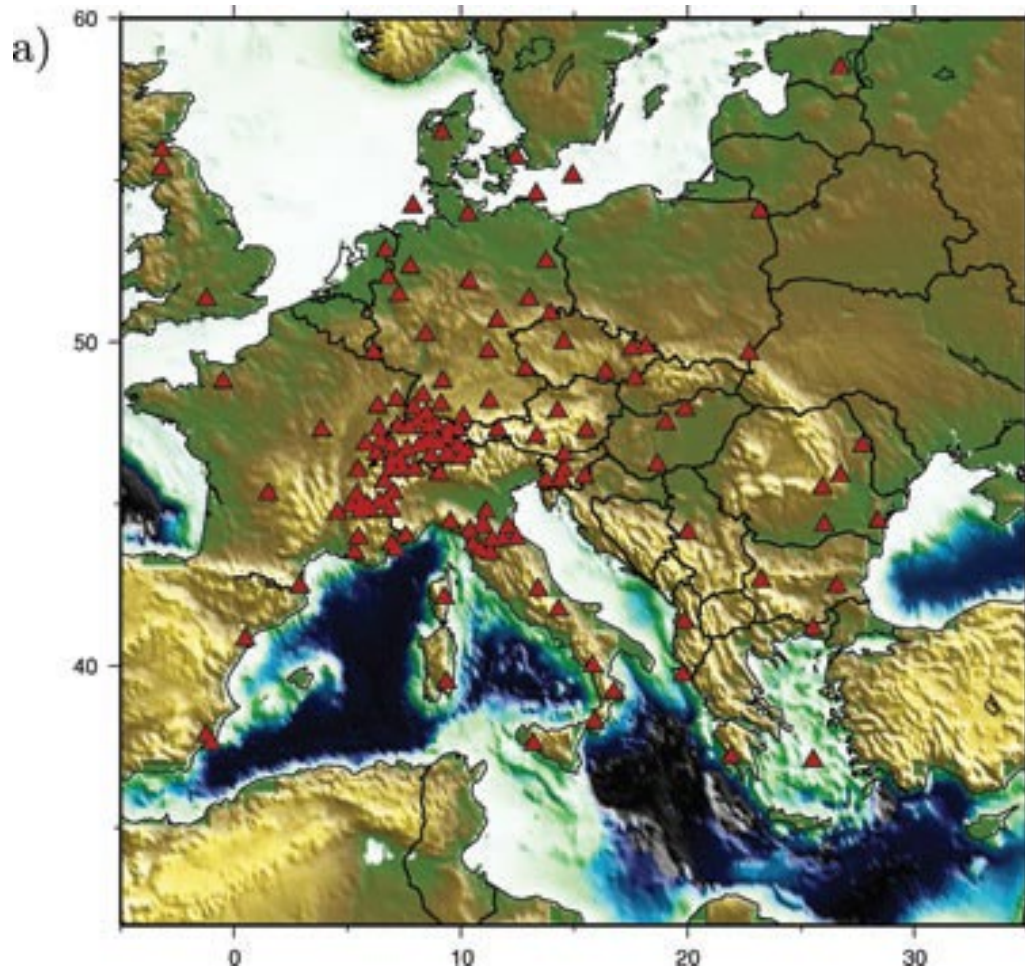


Krustendicke in km kompiliert aus seismischen Daten

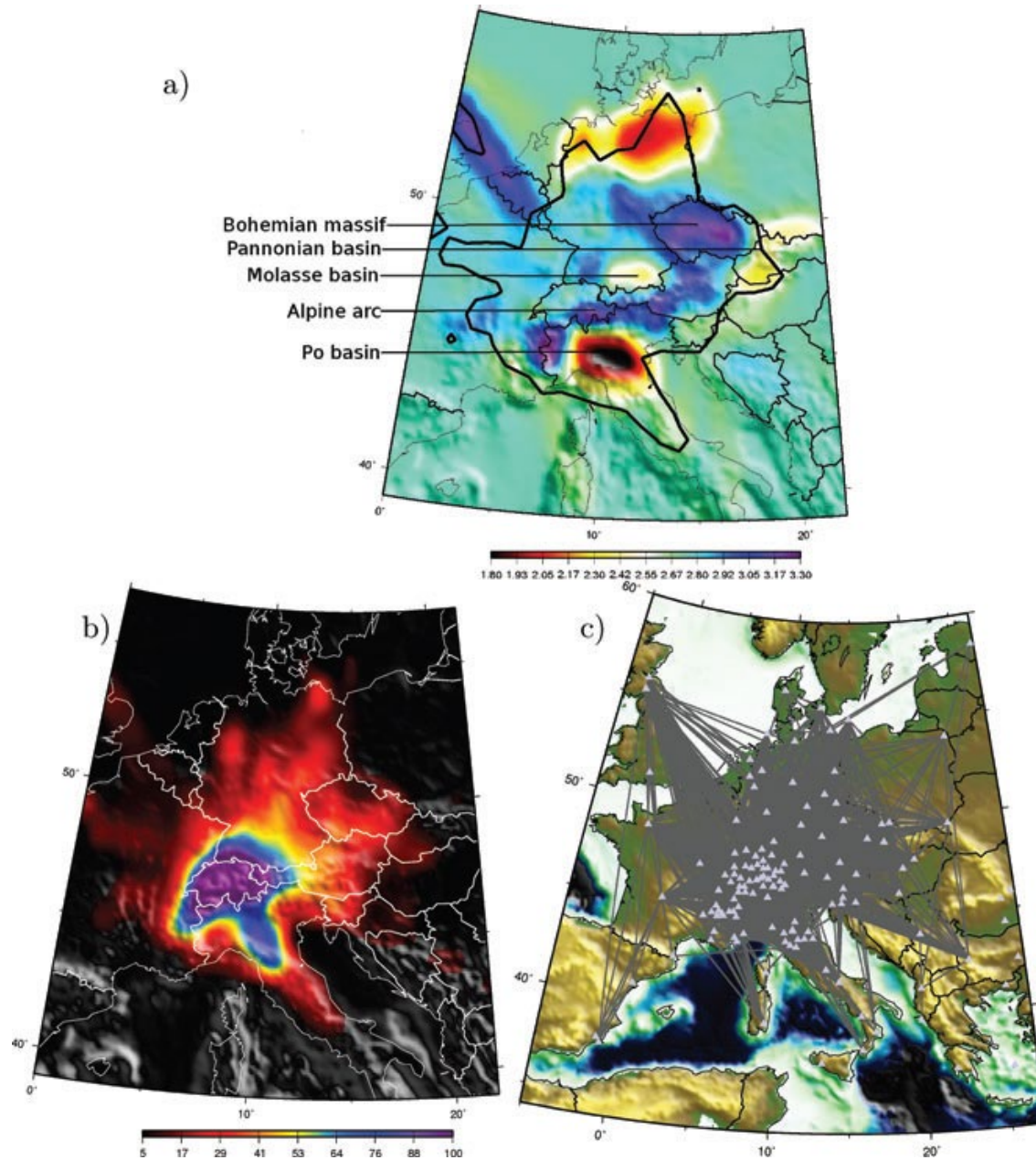
# Moho Depth



# Heute: Krustenmodelle mit Rauschen! (Stehly et al., GJI, 2009)

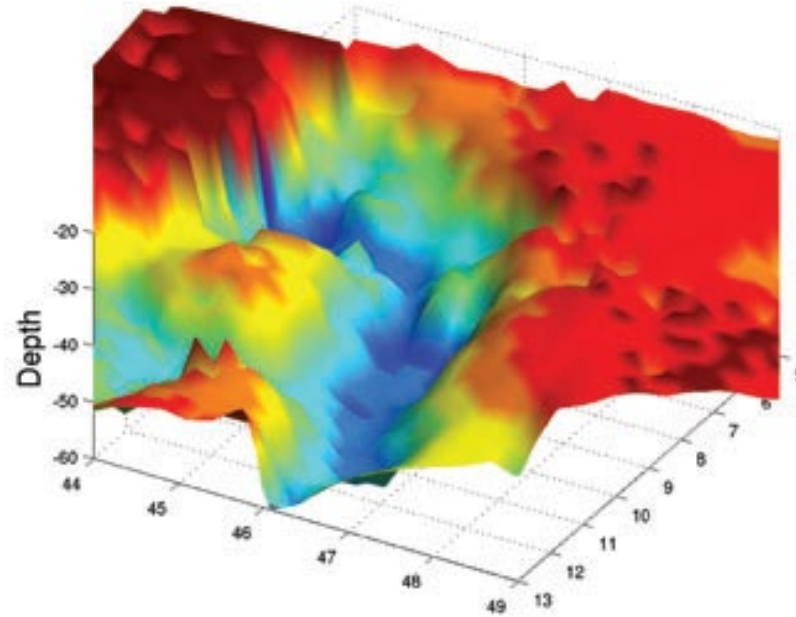


# Rayleigh Wellen Geschwindigkeit (Stehly et al., GJI, 2009)

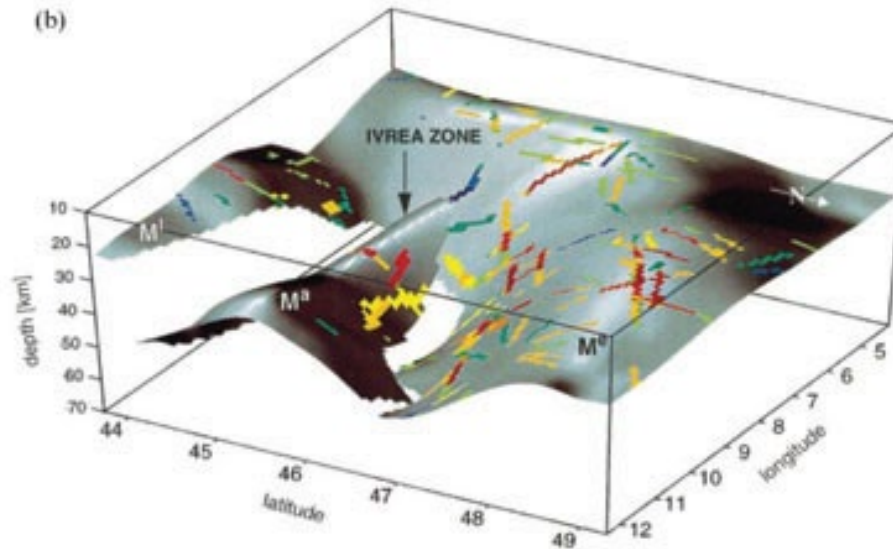


# Moho topo unter den Alpen (Stehly et al., GJI, 2009)

a)

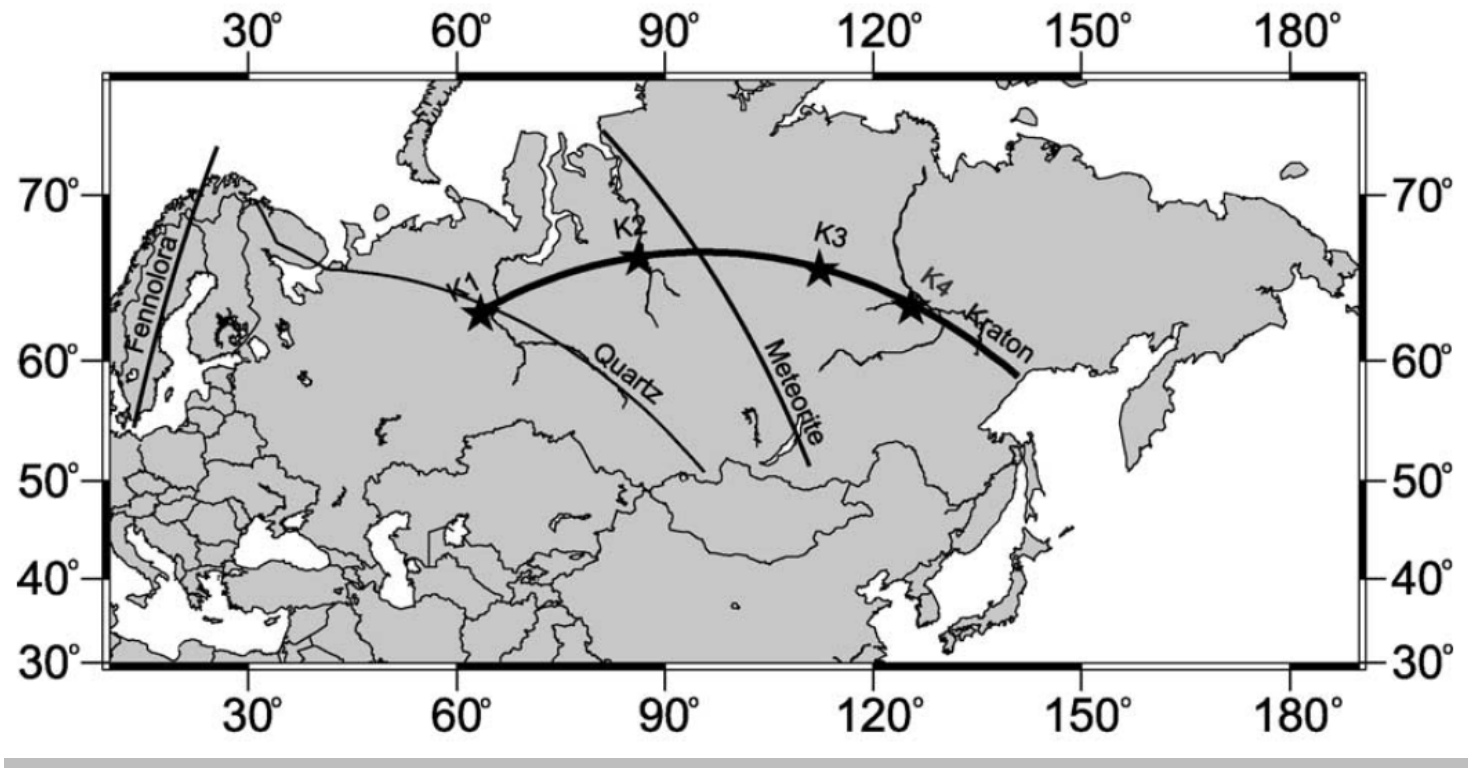


b) (b)



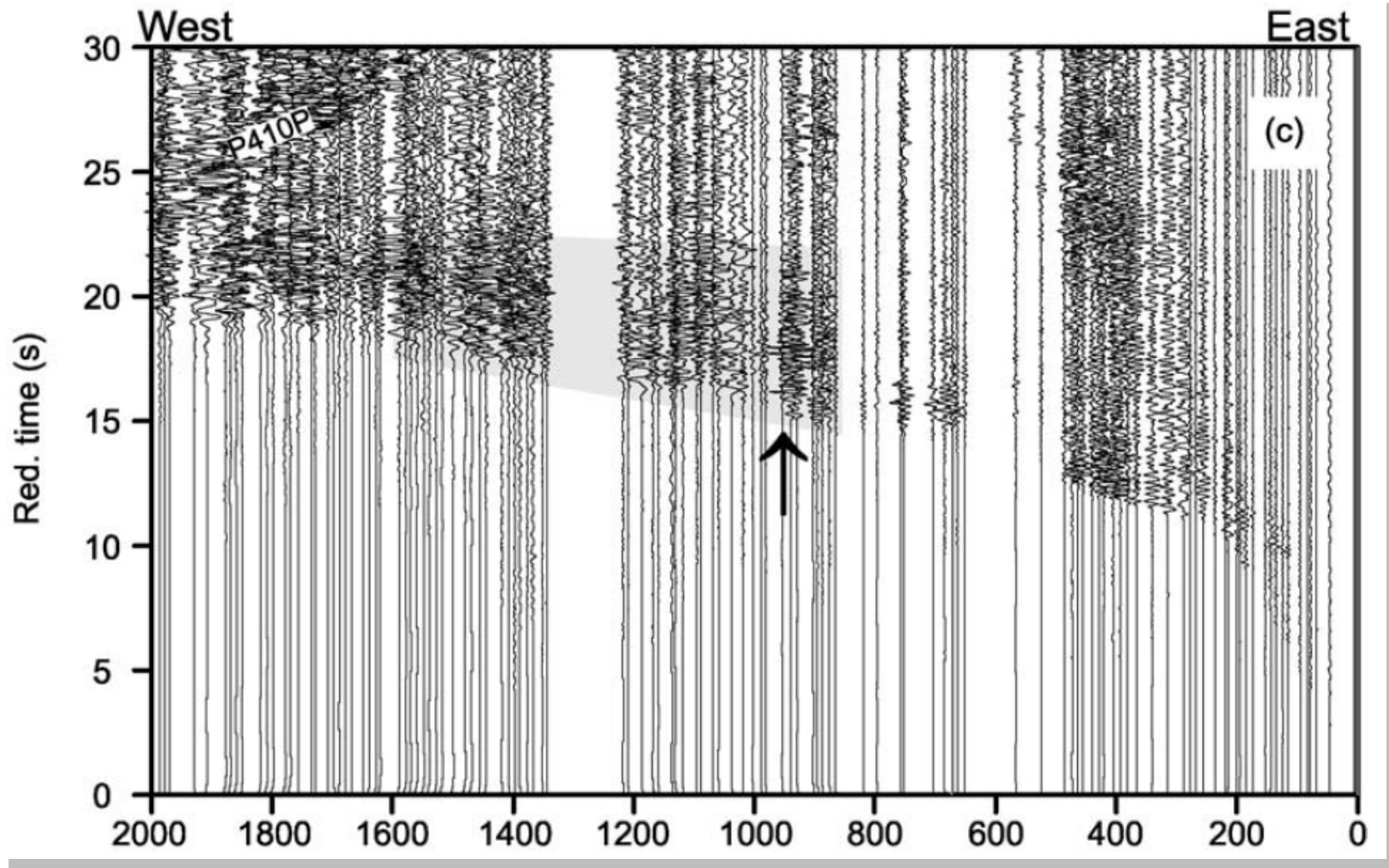


# Peaceful nuclear explosions (PNEs)

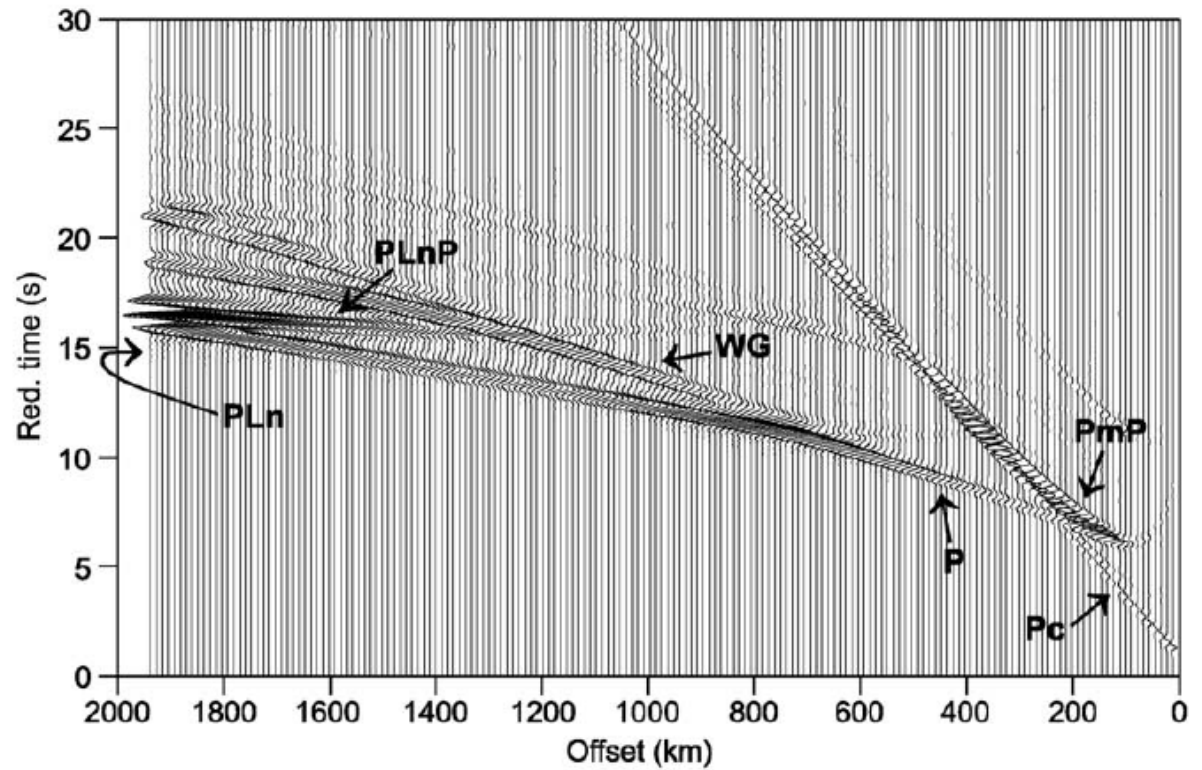
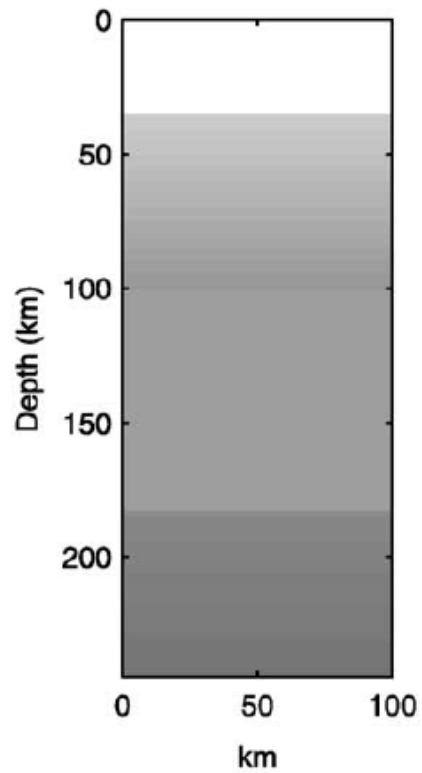


**PNE figures from Nielsen et al. 2002**

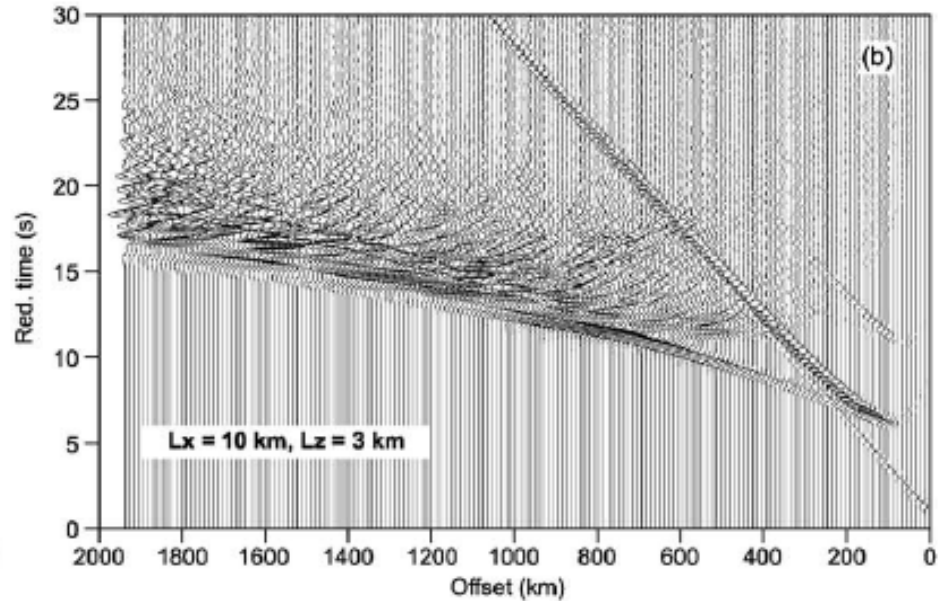
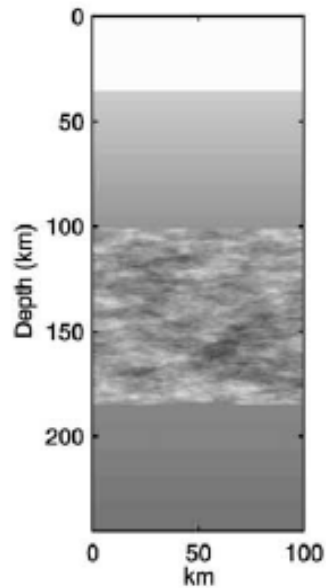
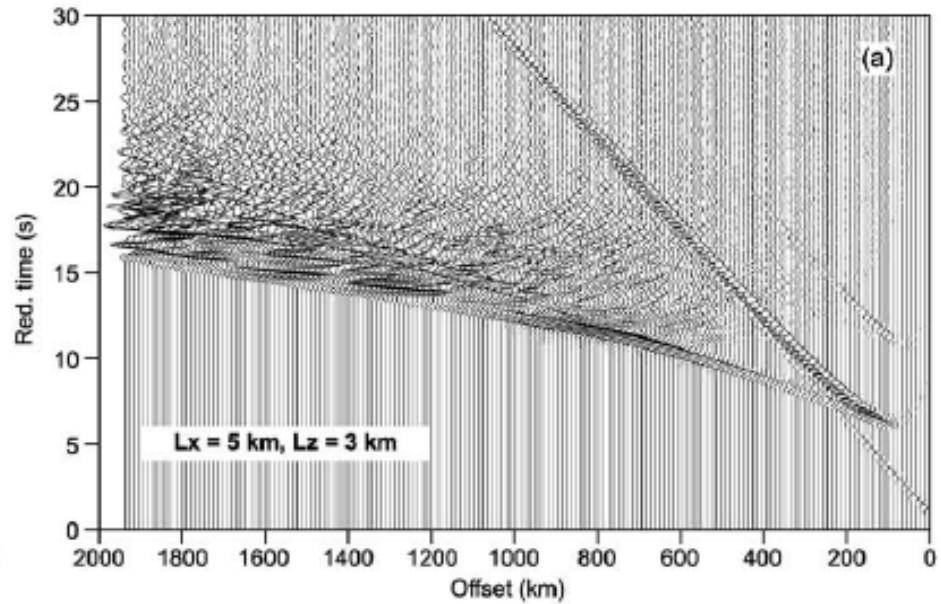
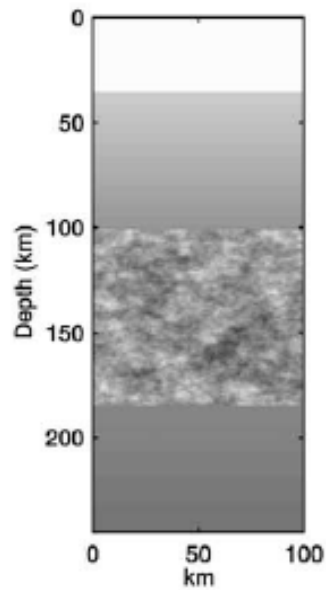
# Beobachtete Seismogramme (reduzierte Zeit)



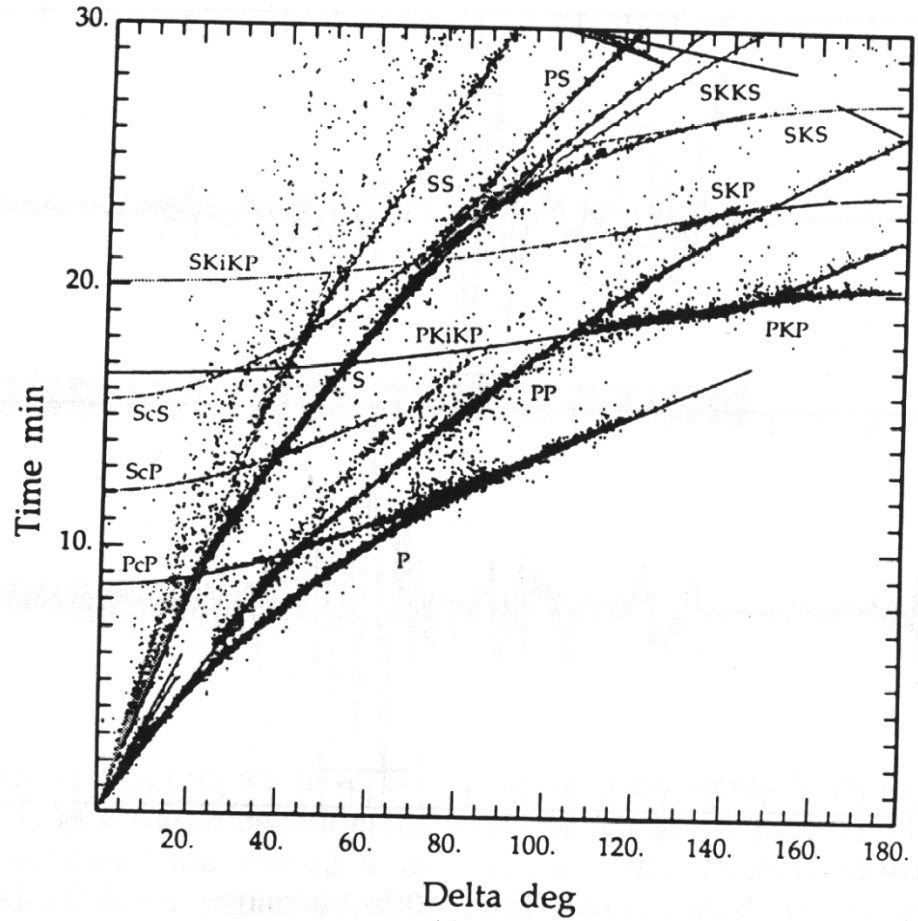
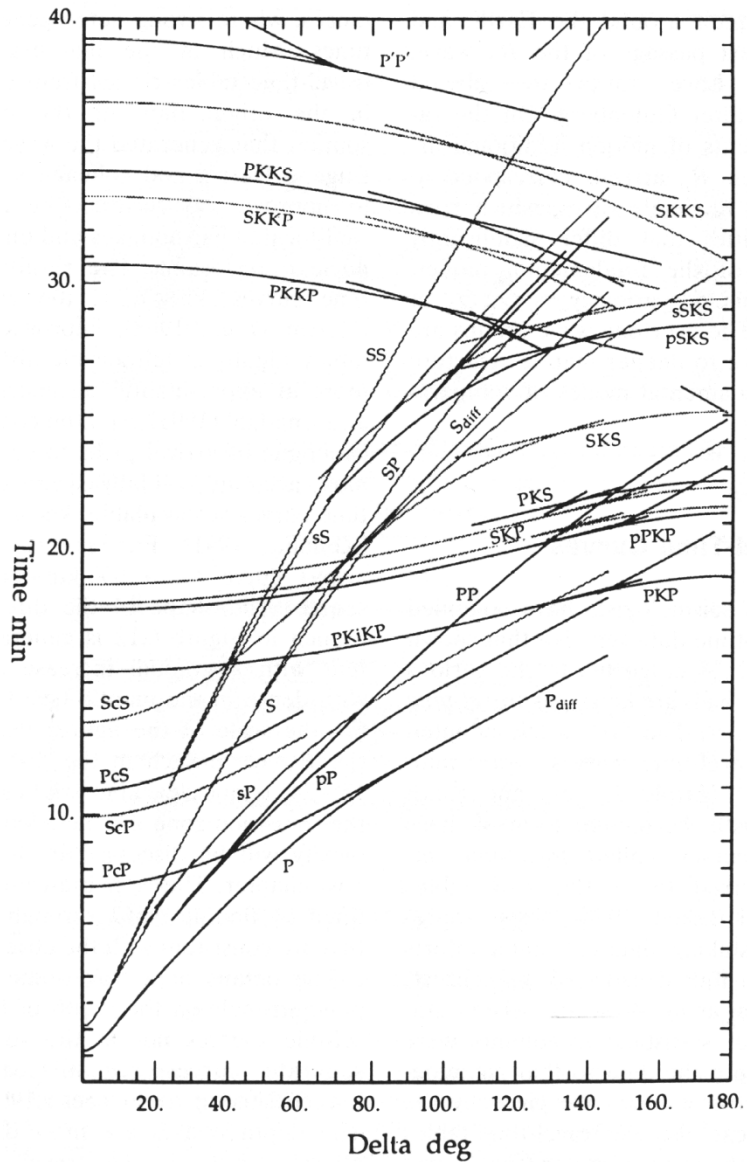
# Synthetische (berechnete) Seismogramme



# Seismogramme mit streuendem oberem Mantel

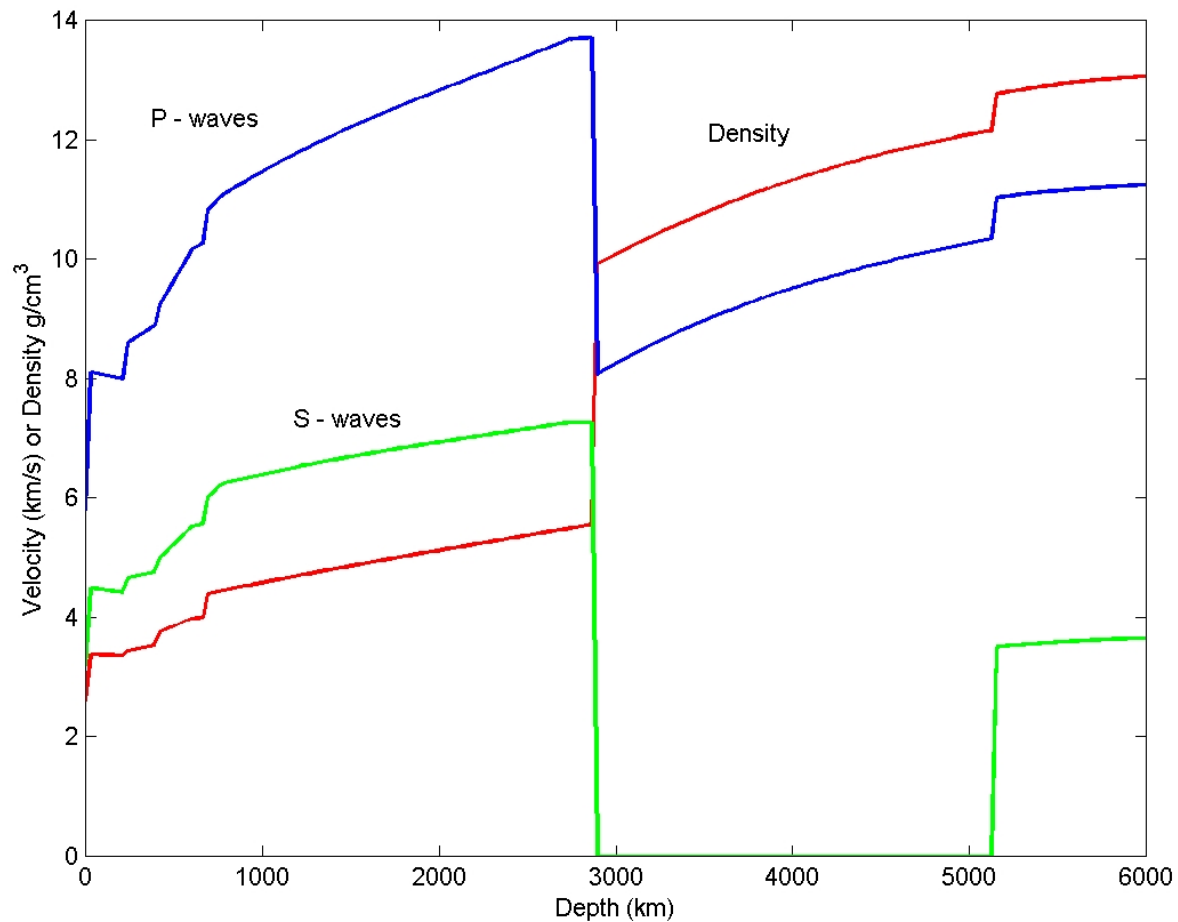


# Globale Seismologie Laufzeiten



# PREM; 1D P-S Geschwindigkeiten und Dichte

PREM: Preliminary Reference Earth Model (Dziewonski and Anderson, 1981)



# Seismische Tomographie

• Angenommen wir haben eine Menge Laufzeitmessungen (verschiedene Messstationen, verschiedene Erdbeben, verschiedene seismische Phasen)

Im Allgemeinen suchen wir das Erdmodell  $m$ , welches die Differenz der **beobachteten** mit den **berechneten** Laufzeiten minimiert

$$\sum_{\text{traveltimes}} T_{\text{obs}} - T_{\text{theory}}(m) = \text{Min!}$$

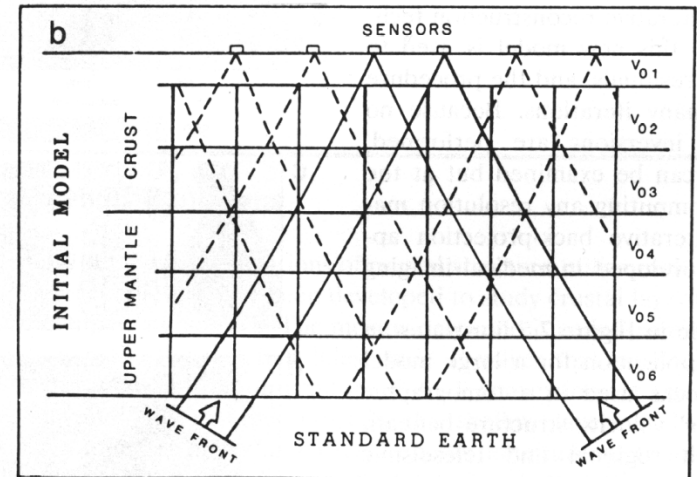
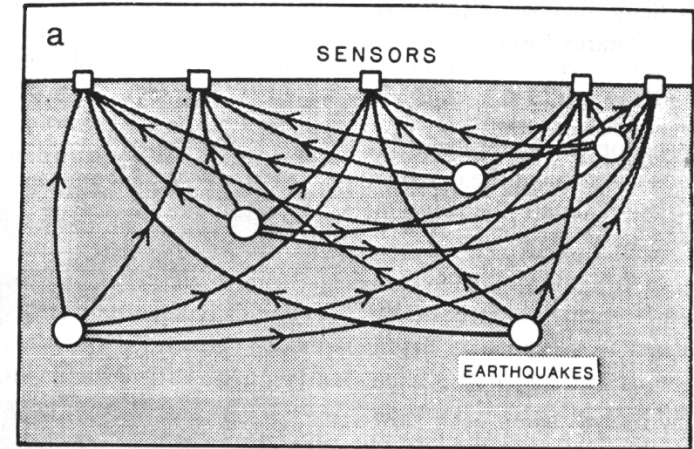
Für kugelsymmetrische Medien kann dieses Problem analytisch gelöst werden.

# Seismische Tomographie

Die 3D Variationen der seismischen Geschwindigkeiten enthalten wertvolle Informationen über die Dynamik des Erdinnen.

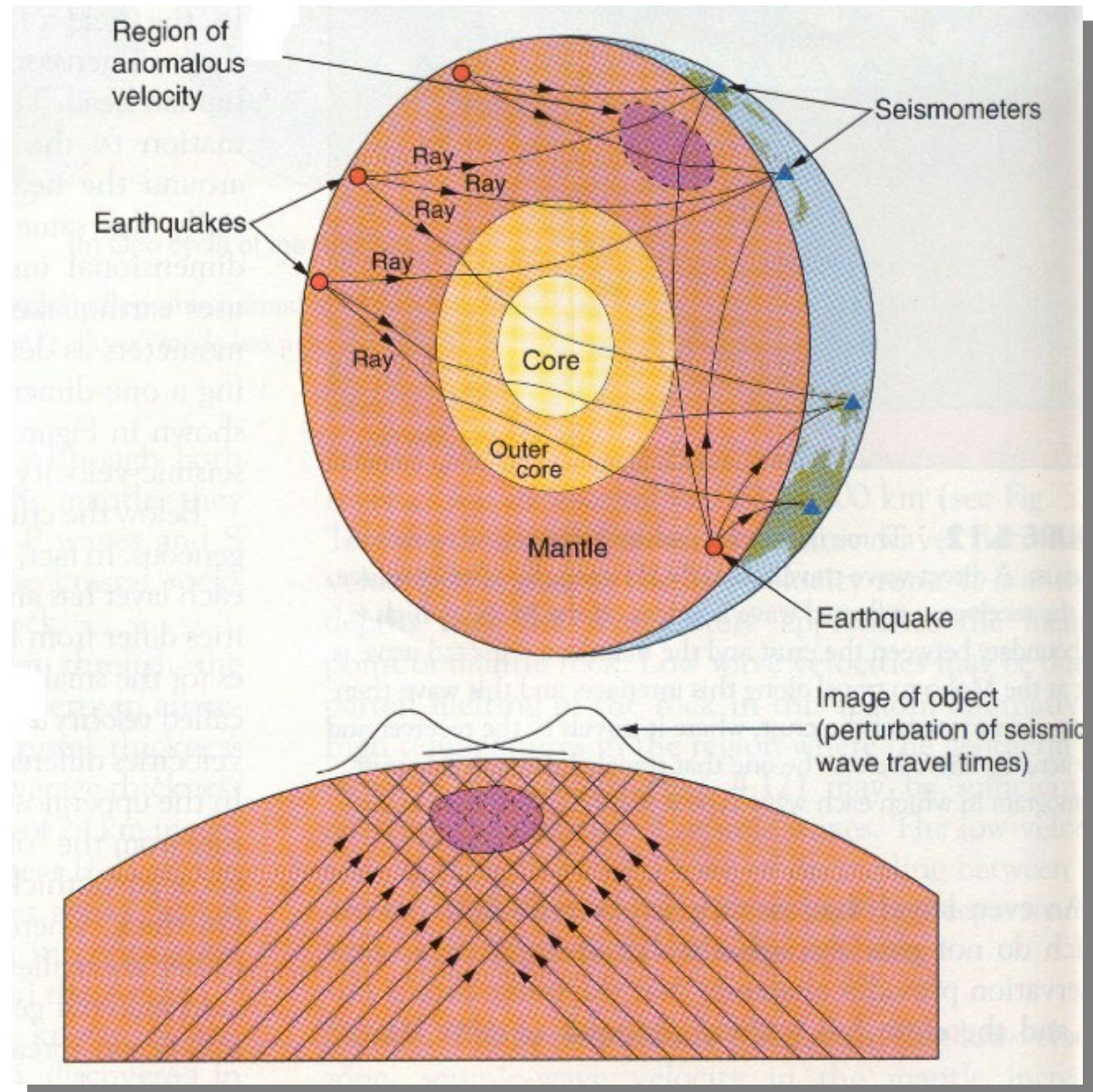
**Seismische Tomographie** zielt darauf ab, die Perturbationen der Geschwindigkeiten um ein Referenzmodell zu finden.

Gibt es Unterschiede zur **medizinischen Tomographie**?

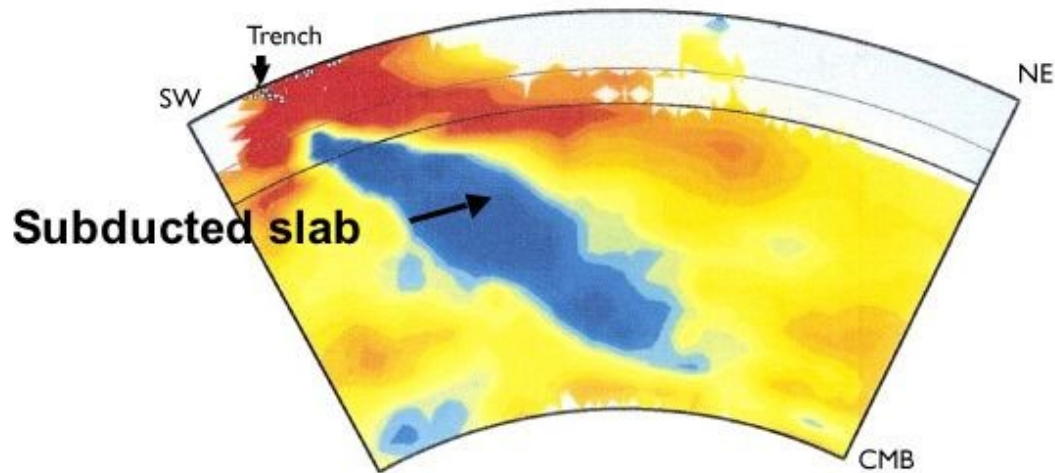








# Globale Tomographie



## Seismic Tomography Scan of a Section of the Mantle



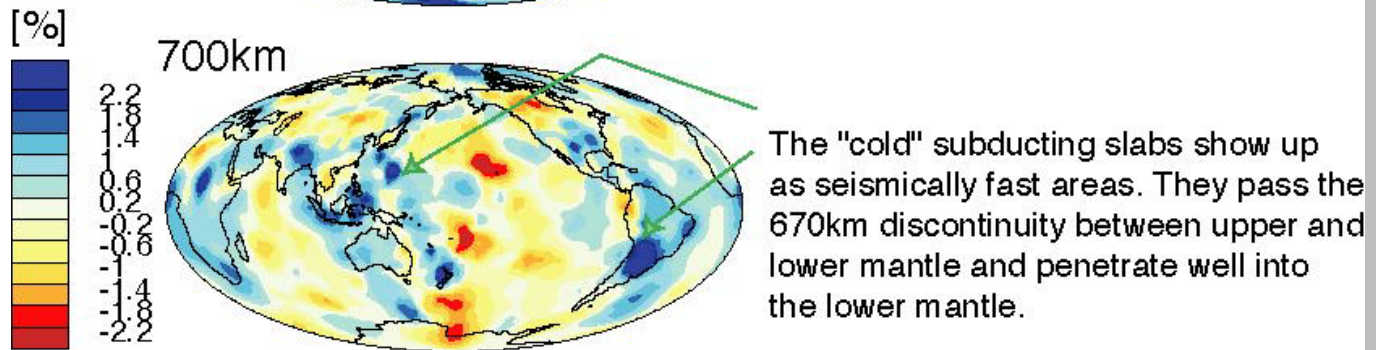
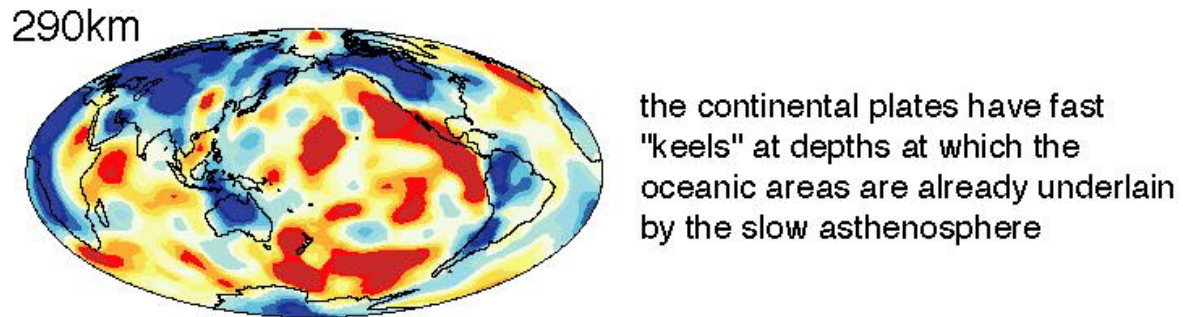
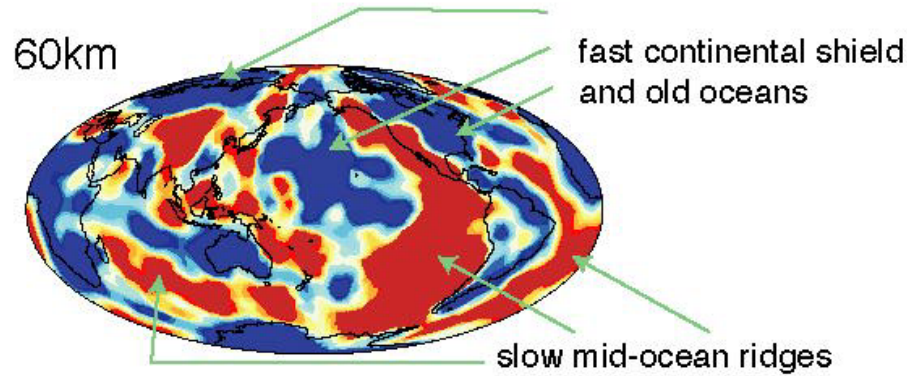
Seismic tomography records variations in P-wave velocity, which correlate with the temperatures of matter in Earth's interior.

-  Slower P waves, indicating warmer-than-average matter
-  Average-speed P waves, indicating average-temperature matter
-  Faster P waves, indicating cooler-than-average matter
-  No data

**Fig. 19.9**

# Upper mantle: 3-D structure

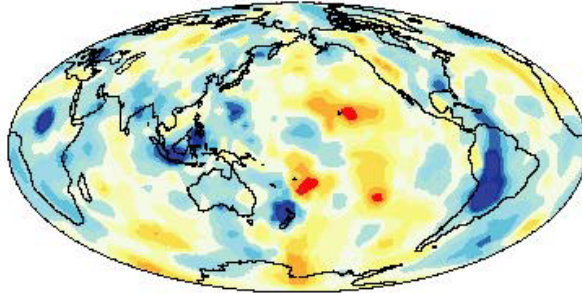
## SB4L18-Upper Mantle



# Mid-mantle: 3-D structure

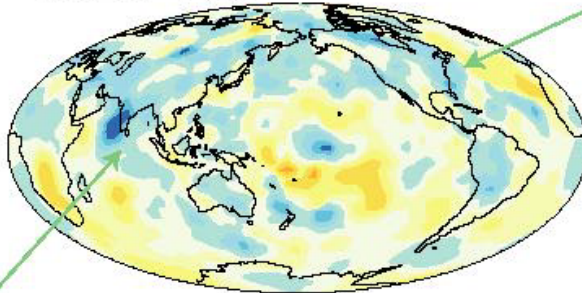
## SB4L18-Mid-Mantle

925 km

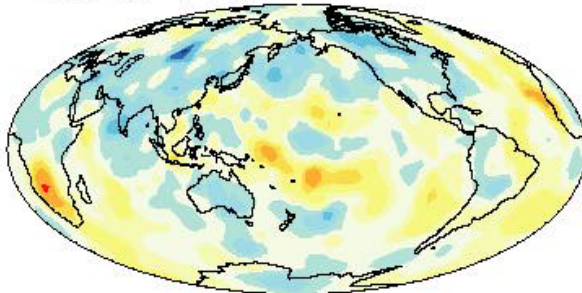


Some of the "cold" subducting slabs can be traced well into the lower mantle. E.g. old Farallon and Tethian subducting slabs.

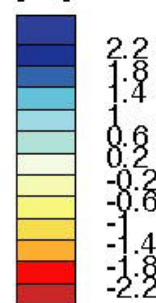
1525 km



1825 km

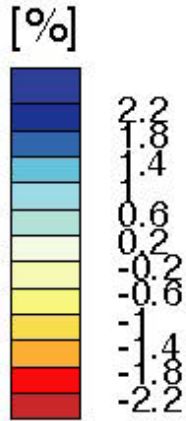


[%]

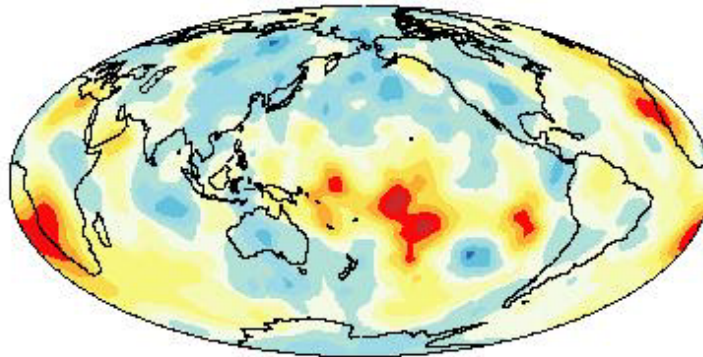


# Lower Mantle: 3-D structure

## SB4L18-Lowermost Mantle

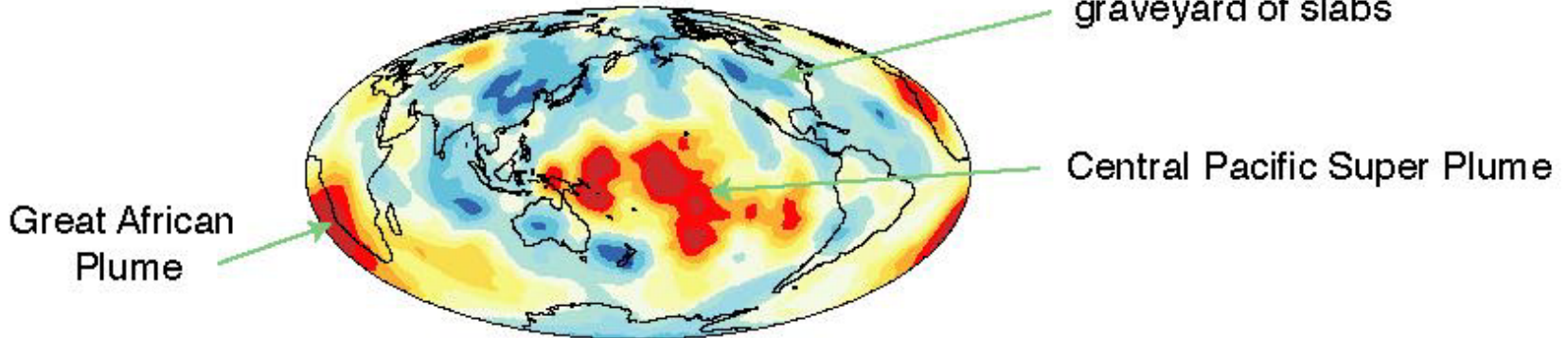


2425 km



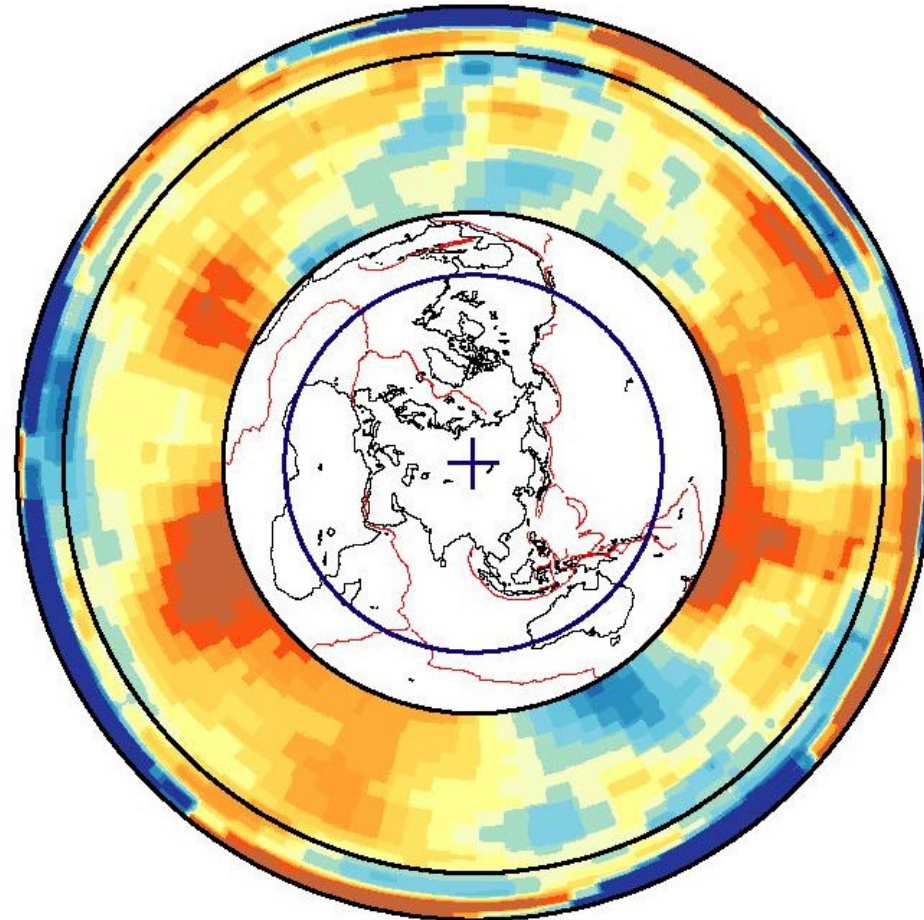
The lowermost mantle is dominated by a ring of "fast" material around the Pacific and "slow" material in the Central Pacific and beneath Africa. The fast regions are thought to be the "graveyard of subducting slabs".

2770 km

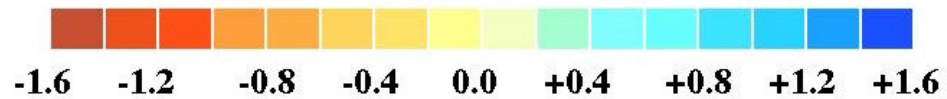


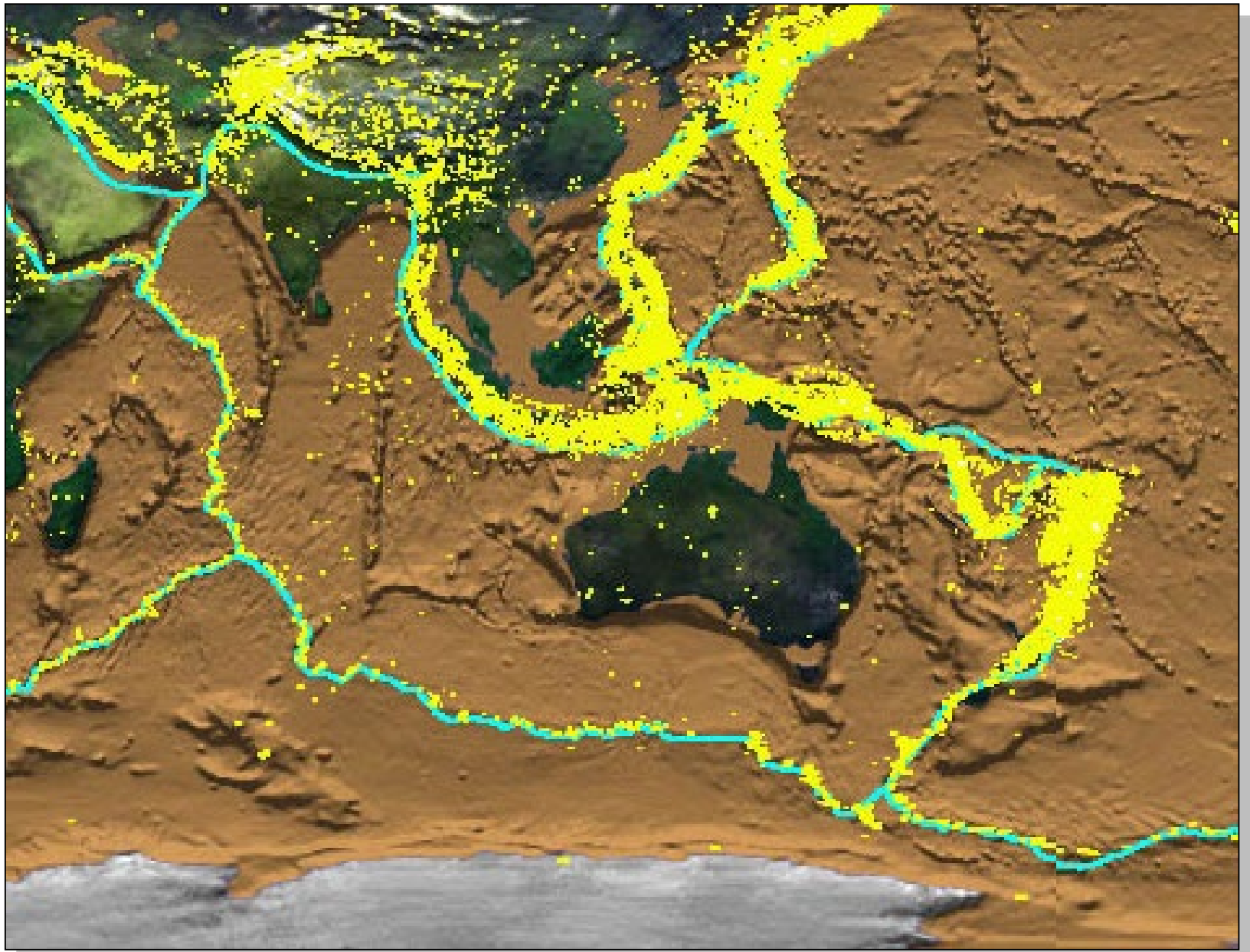
# Global Cut: 3-D structure

**SB4L18**

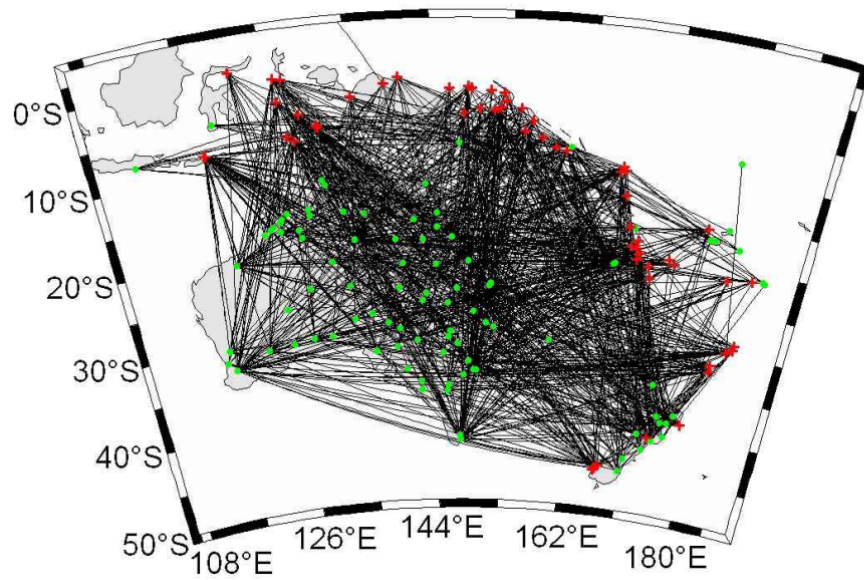


*% dVs/Vs*

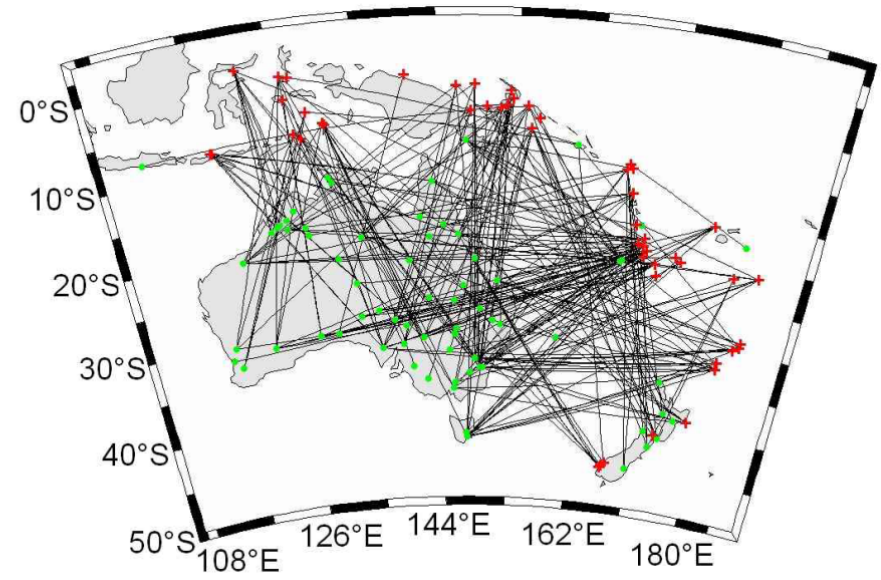




# Strahlenabdeckung



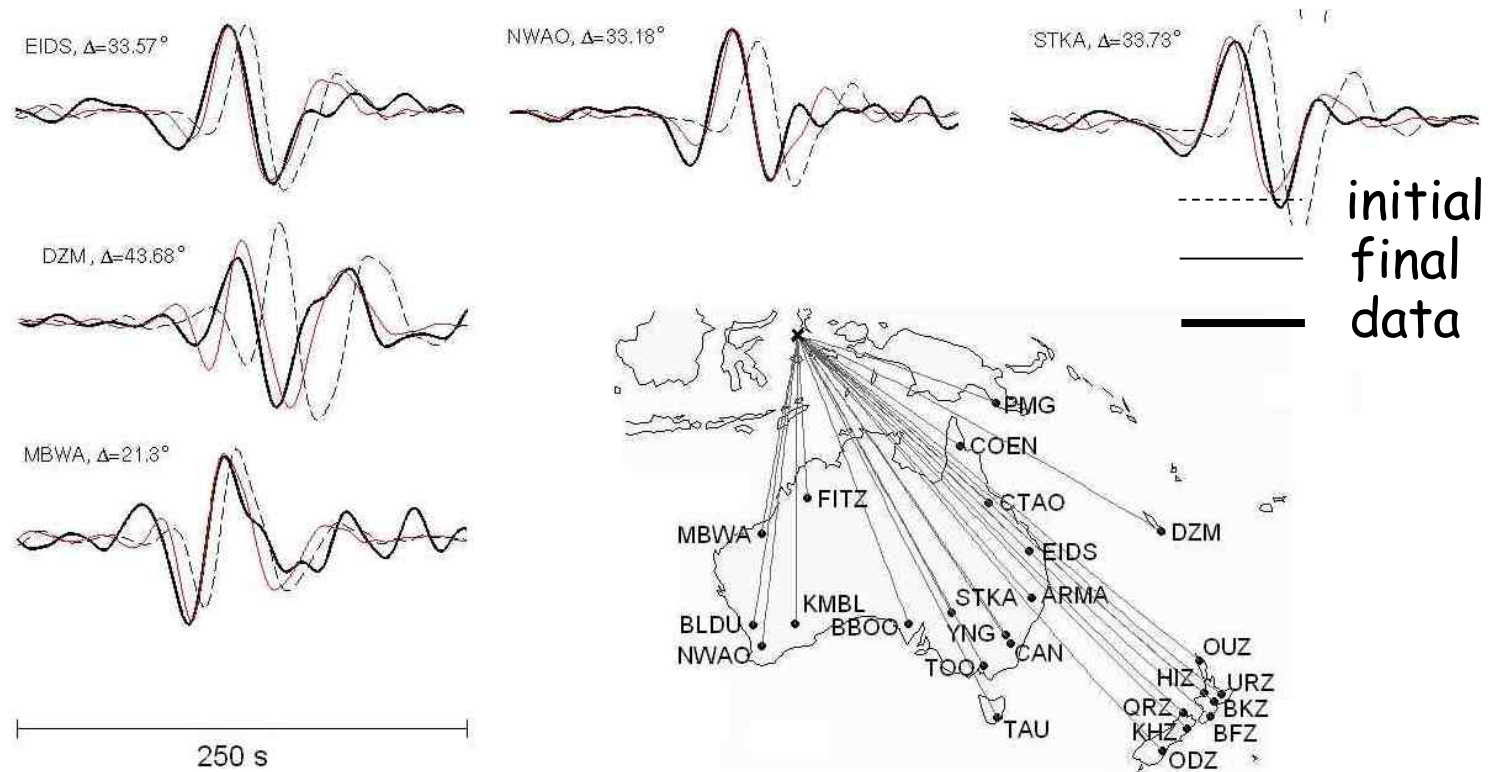
Rayleigh waves



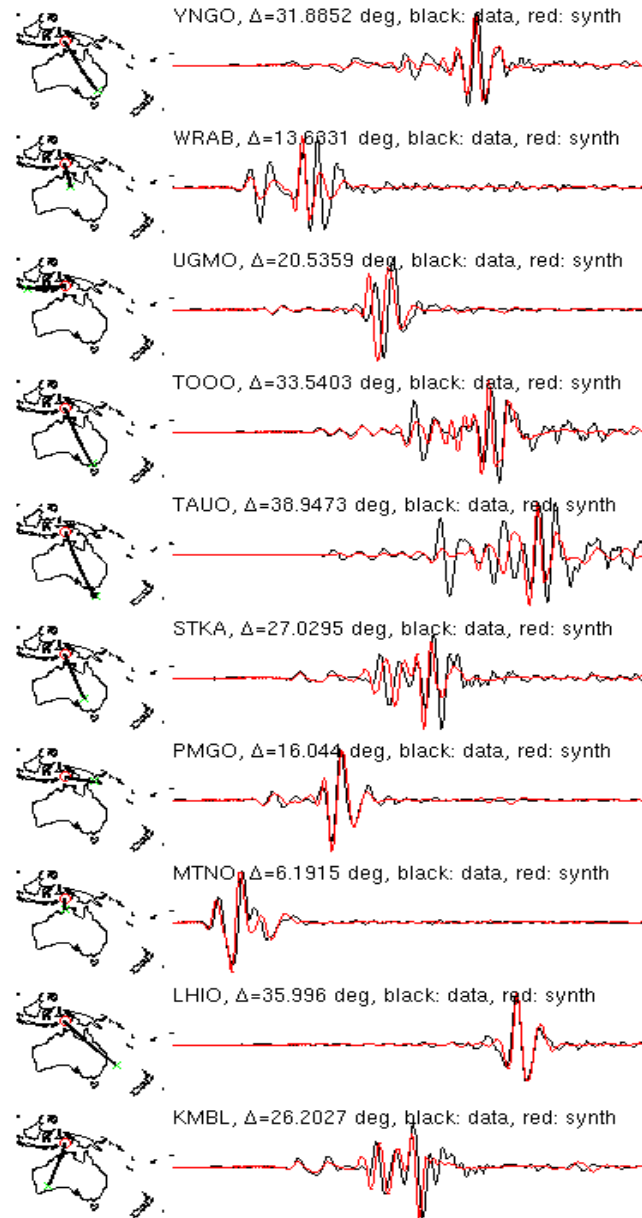
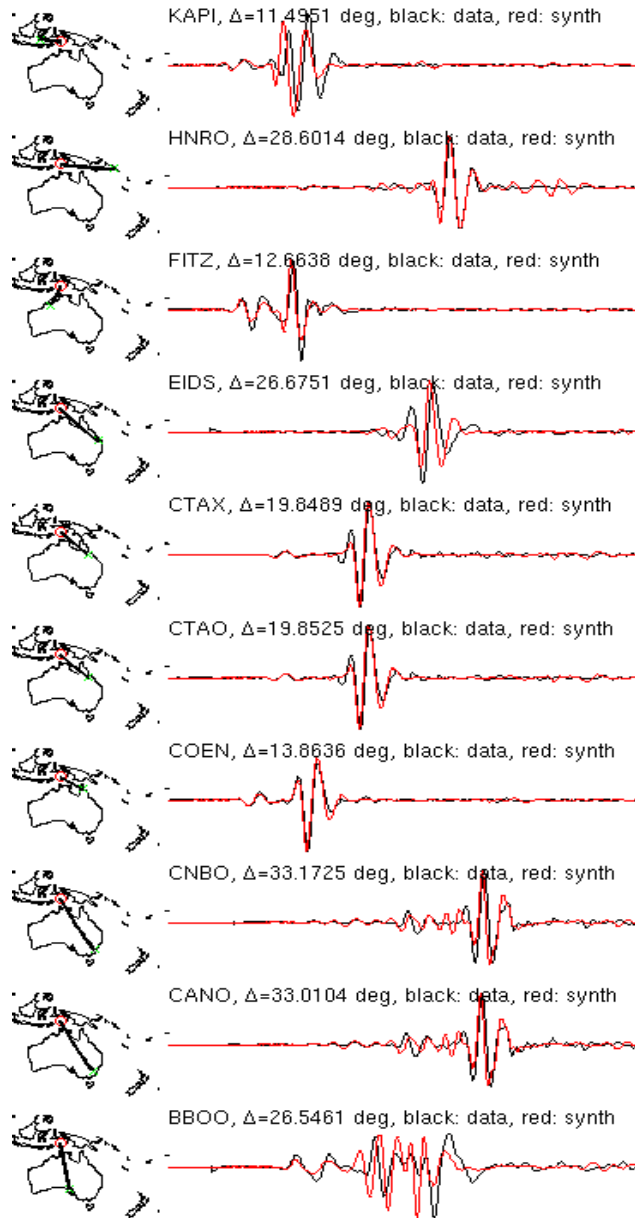
S waves

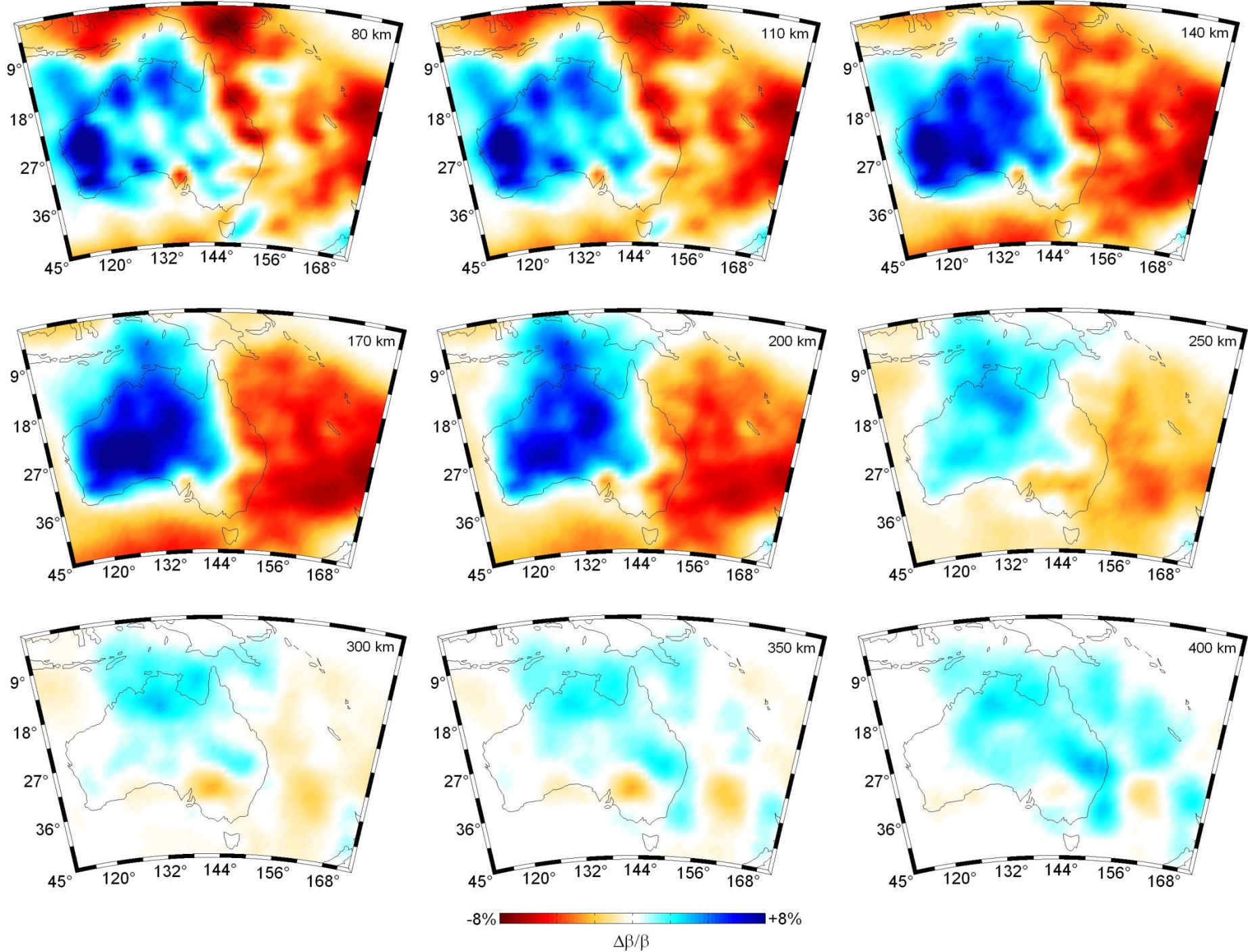


# Wellenformen Anpassen (Inversion)



# Beobachtung (schwarz), Theorie (rot)





# Zusammenfassung Refraktionsseismik

- Wenn sich die Geschwindigkeiten mit der Tiefe erhöhen beobachtet man **Refraktionen**
- Refraktionen breiten sich im schnelleren Medium in horizontaler Richtung aus und **strahlen zur Oberfläche**
- Refraktierte Wellen erlauben die **Bestimmung der Geschwindigkeits-Tiefenverteilung**
- Die Verallgemeinerung des Konzept für 3D Medien führt zur **seismischen Tomographie**
- **Tomographische Abbildungen** können große Unsicherheiten enthalten wegen ungenügender Strahlabdeckung oder verdeckter Regionen (zB Niedriggeschwindigkeitszonen etc.)
- Die Zukunft liegt in der direkten Modellierung der gesamten beobachteten Wellenformen -> **Wellenformtomographie**