

# Seismische Wellen

## Spannung und Deformation

- Elastische Konstanten
- Raumwellen und Oberflächenwellen
- Seismische Geschwindigkeiten
- Dämpfung

## Seismische Strahlen

- Snell'sches Gesetz
- Reflektion, Transmission
- Refraktion, Diffraktion

## Seismische Quellen

## Seismometer

Good background reading: Shearer: Chapter 2-3  
Keary et al.: Chapter 3  
Mussett and Khan: Chapter 4

# Fragen

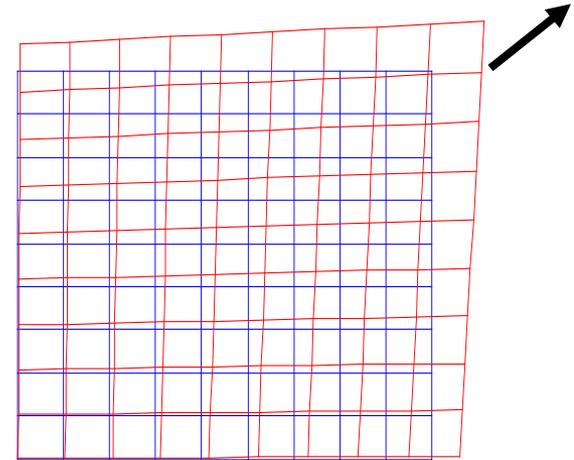
- **Warum** können wir Wellen in der Erde beobachten?
- Welche **Arten von Wellen** gibt es?
- **Wie schnell** breiten sie sich aus?
- Was bestimmt ihre **Geschwindigkeit**?
- Ändern sich seismische Wellen in unterschiedlichen **Gesteinen**?
- Sind seismische Wellen **abgeschwächt**?
- Welche Wellen benutzen wir zur **seismischer Exploration**?
- Wie werden seismische Wellen **erzeugt** (zu Land, zu Wasser)?
- Mit welchen **Instrumenten** können wir seismische Wellen beobachten?

# Spannung und Deformation

## Stress and **Strain**

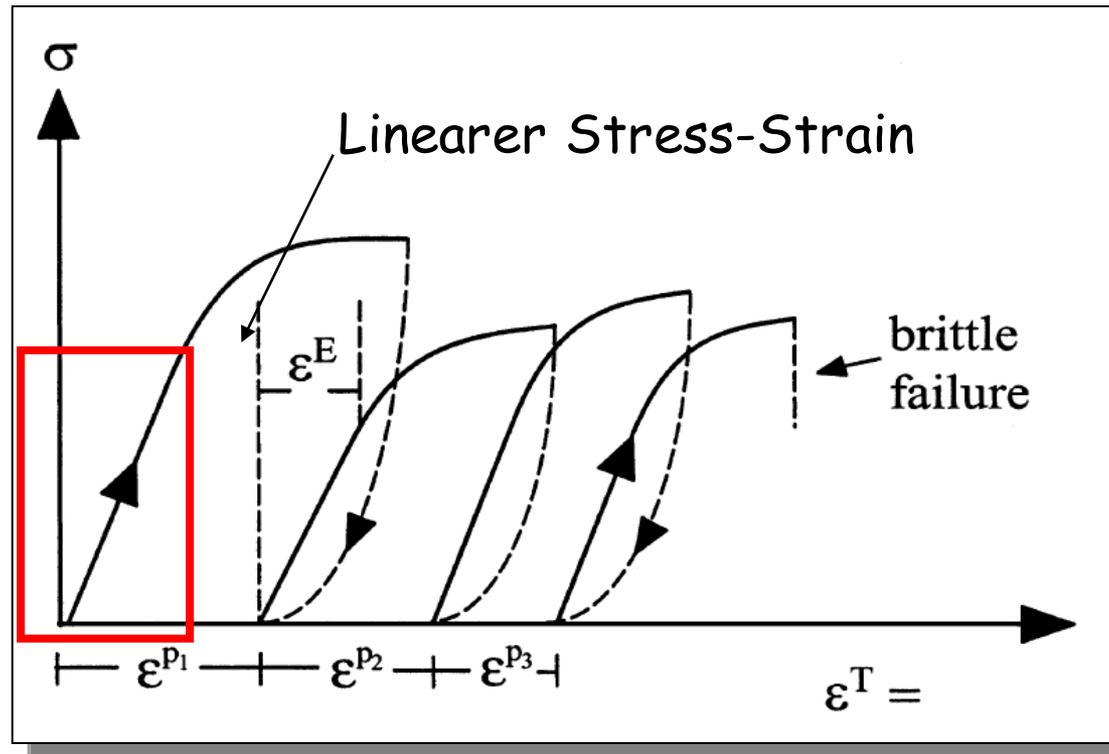
In erster Näherung verformt sich die Erde wie ein **elastischer Körper** solange die Deformation (Strain) gering ist.

Mit anderen Worten gesagt, wenn die Kraft, die die Verformung verursacht, wegfällt, wird der Körper wieder in seine ursprüngliche Form zurückkehren.



Die Änderung der Form eines Körpers nennt man Deformation. Die Kräfte, die die Verformung verursachen nennt man Spannung/**Stress**.

# Lineare und nicht-lineare Spannungs-Dehnungsbeziehung

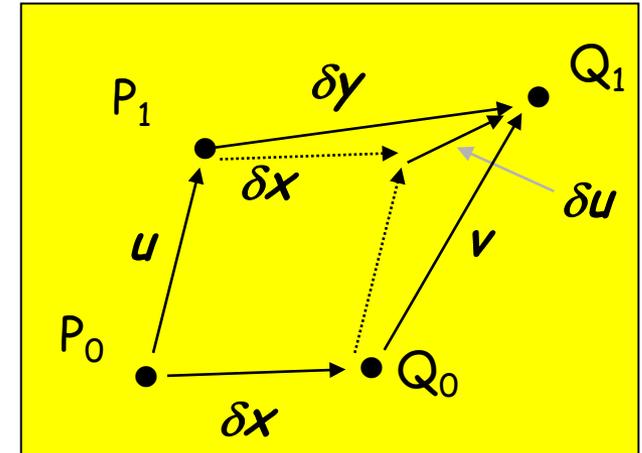


Spannung vs. Dehnung bei einem realen Gestein, das brechen, bzw. sich plastisch deformieren kann. In der angewandten Seismik genügt in der Regel die Annahme der **linearen Elastizität**.

# Lineare Elastizität – Deformationstensor

## Deformationstensor

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

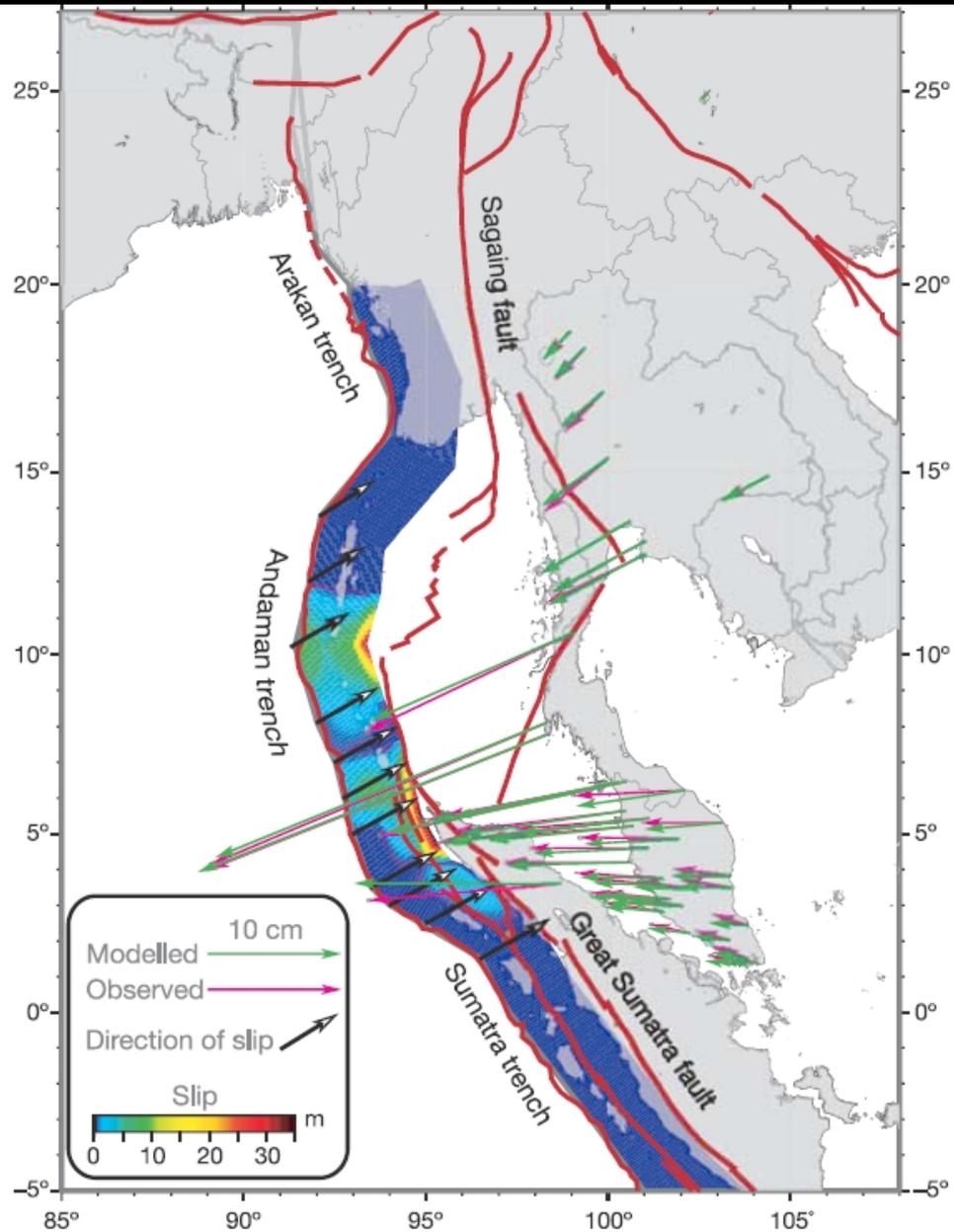


Er beschreibt die Beziehung zwischen **Deformation**  $\varepsilon$  und **Verschiebung**  $u$  in der linearen Elastizität. In 2-D sieht der Tensor wie folgt aus:

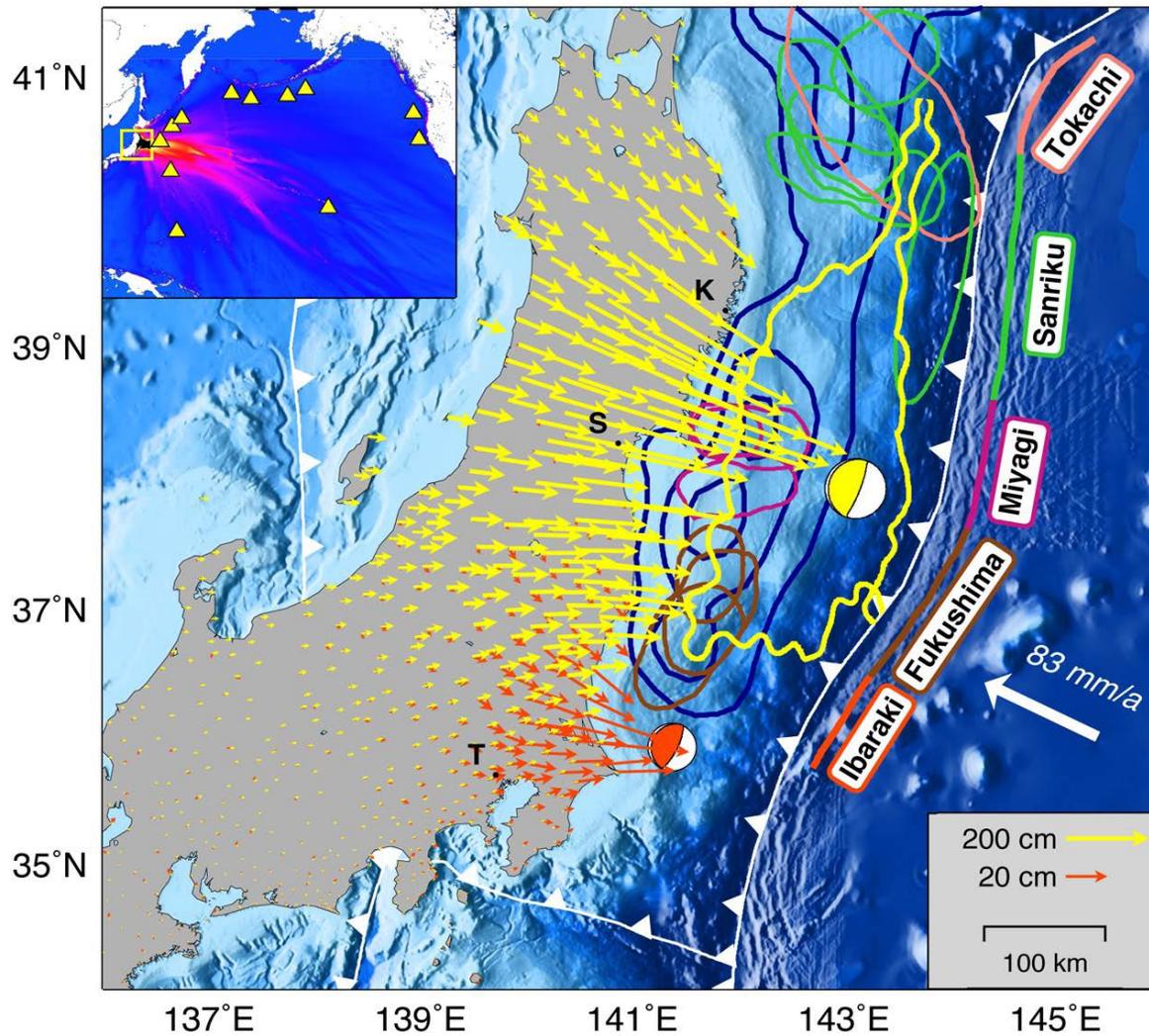
$$\varepsilon_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_x}{\partial x} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & \frac{\partial u_y}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$\varepsilon$  ist eine dimensionslose Größe. Größenordnung? Beispiele an der Tafel!

# GPS – Deformation Sumatra M9.3 2004



# Deformation Tohoku-oki M9 2011



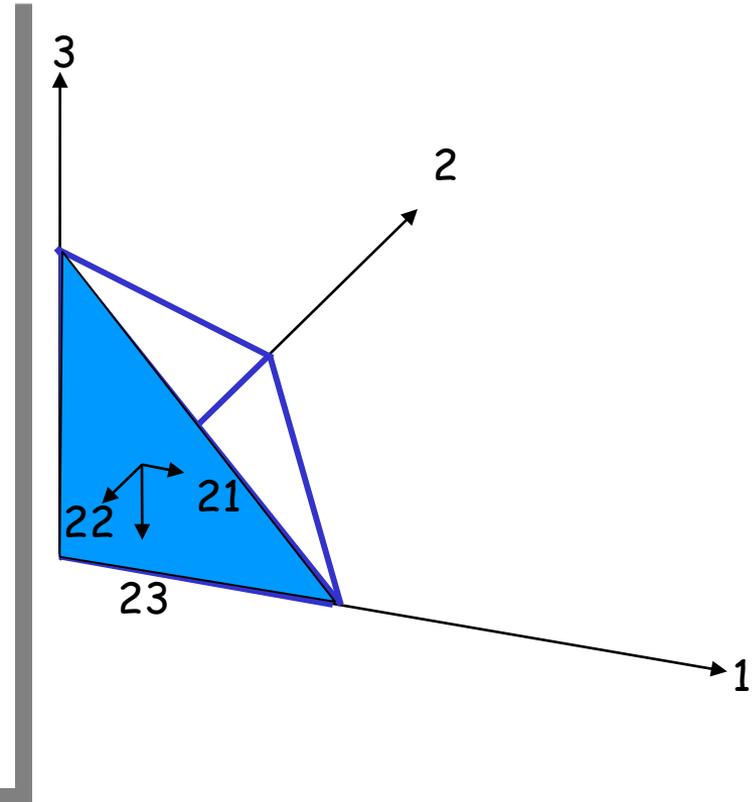
# Spannungstensor

$$t_i = \sigma_{ij} n_j$$

wobei  $\sigma_{ij}$  die Spannung und  $n_j$  die  
Oberflächennormale ist.  
Der Spannungstensor beschreibt die  
Kräfte, die auf **fiktive** Flächen  
**innerhalb** eines Körpers wirken.  
Aufgrund der Symmetrie

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

gibt es nur 6 verschiedene Elemente.



$\sigma_{ij}$

Der Vektor senkrecht zur der entsprechenden Fläche

Die Richtung des Kraftvektors, der auf die Fläche wirkt

# Spannungs-Dehnungs Beziehung

## Stress-strain relation

Die Beziehung zwischen Stress und Strain wird mit dem Tensor der elastischen Konstanten beschrieben  $c_{ijkl}$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

verallgemeinertes  
Hooke'sches Gesetz

Aus der Symmetrie des Spannungs- und Deformationstensors und einer thermodynamischen Beziehung folgt, daß die maximale Anzahl unabhängiger Konstanten in  $c_{ijkl}$  "21" beträgt. In einem **isotropen** Körper, dessen Eigenschaften nicht richtungsabhängig sind, vereinfacht sich die Relation zu

$$\sigma_{ij} = \lambda \Theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}$$

Hooke'sches Gesetz

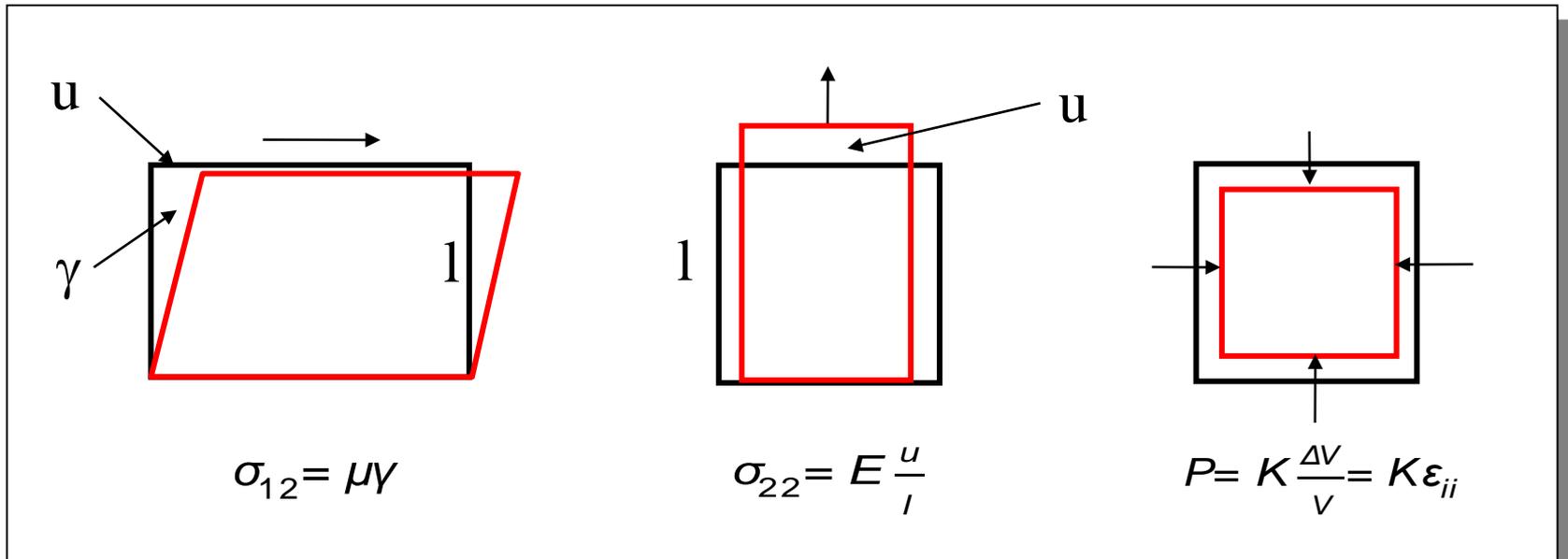
wobei  $\lambda$  und  $\mu$  die Lamé Konstanten,  $\Theta$  die Dilatation und  $\delta_{ij}$  das Kronecker-Delta sind.

$$\Theta \delta_{ij} = \varepsilon_{kk} \delta_{ij} = (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \delta_{ij}$$

# Spannung - Einheiten

Spannungseinheit	bars ( $10^6 \text{ dyn/cm}^2$ ), $1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyn (cm g/s}^2)$ $10^6 \text{ Pa} = 1 \text{ MPa} = 10 \text{ bars}$ $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ Meereshöhe $p = 1 \text{ bar}$ 3km Tiefe $p = 1 \text{ kbar}$
Maximale Kompression	Richtung senkrecht zur minimalen Kompression. An der Oberfläche horizontale Richtung, hängt von Tektonik ab.
Hauptspannungsachsen	Die Richtungen der Eigenvektoren des Spannungstensors

# Elastische Konstanten: Bedeutung



Die **elastischen Konstanten** verbinden Spannung und Deformation (vgl. mit dem Federkonstanten im eindimensionalen)

Spannung = Elastische Konstanten \* Dehnung

$F = D * s$  Hooke'sches Gesetz

# Elastische Konstanten

Die **elastischen Konstanten** beschreiben wie sich ein Material verformt, wenn man an es Spannung anlegt. Es gibt verschiedene Ansätze. Die wichtigsten sind (vgl. mit letzter Folie):

Young's modulus

$$E = \frac{\text{longitudinale Spannung } F/A}{\text{longitudinal Dehnung } \Delta l/l}$$

Bulk modulus

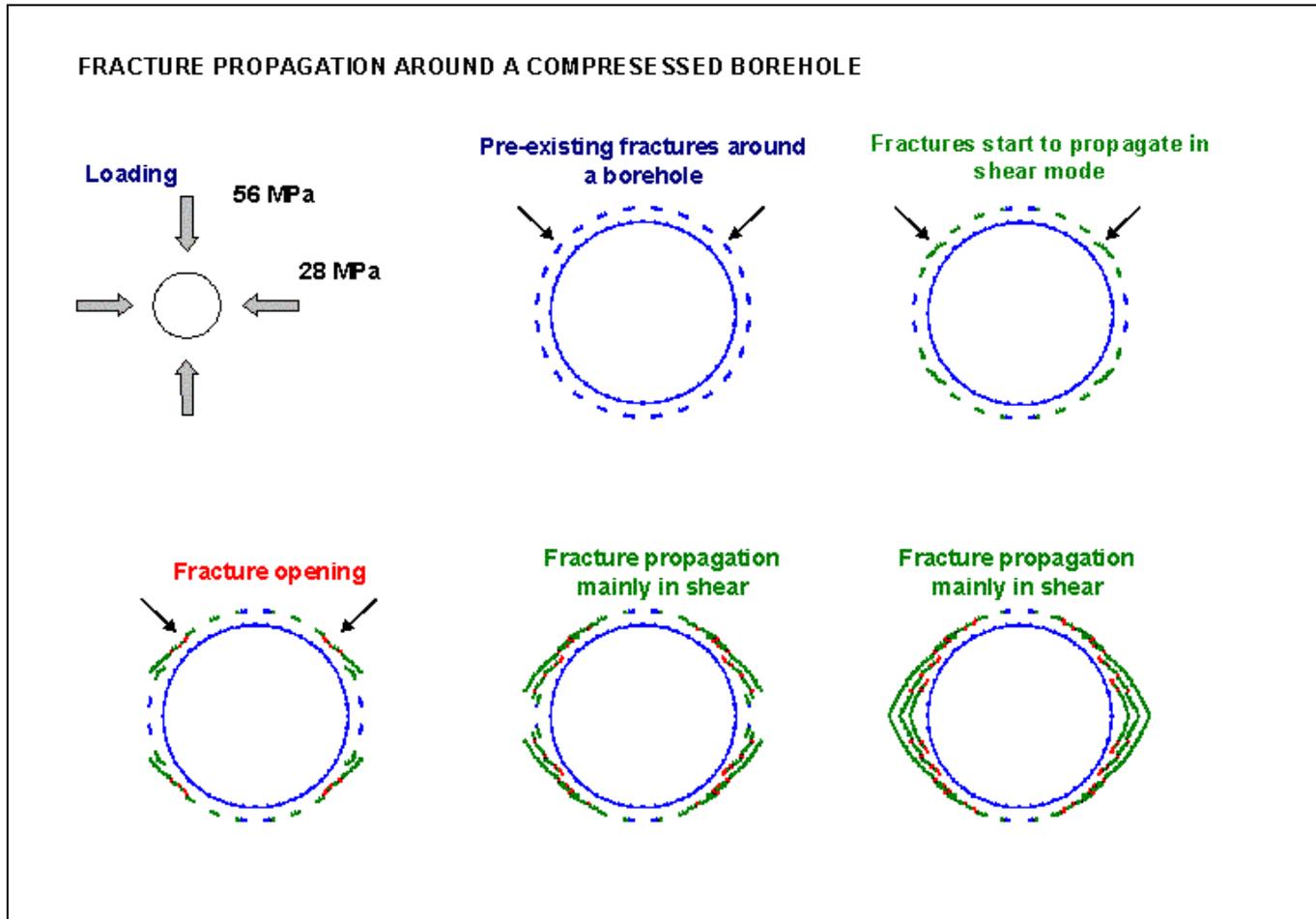
$$K = \frac{\text{Volumetrische Spannung } P}{\text{Volumenänderung } \Delta V/V}$$

Schermodul

$$\mu = \frac{\text{Scherspannung}}{\text{Scherdeformation } (\tan \varphi)}$$

Weitere: Lamé's parameters, Poissonverhältnis, etc.

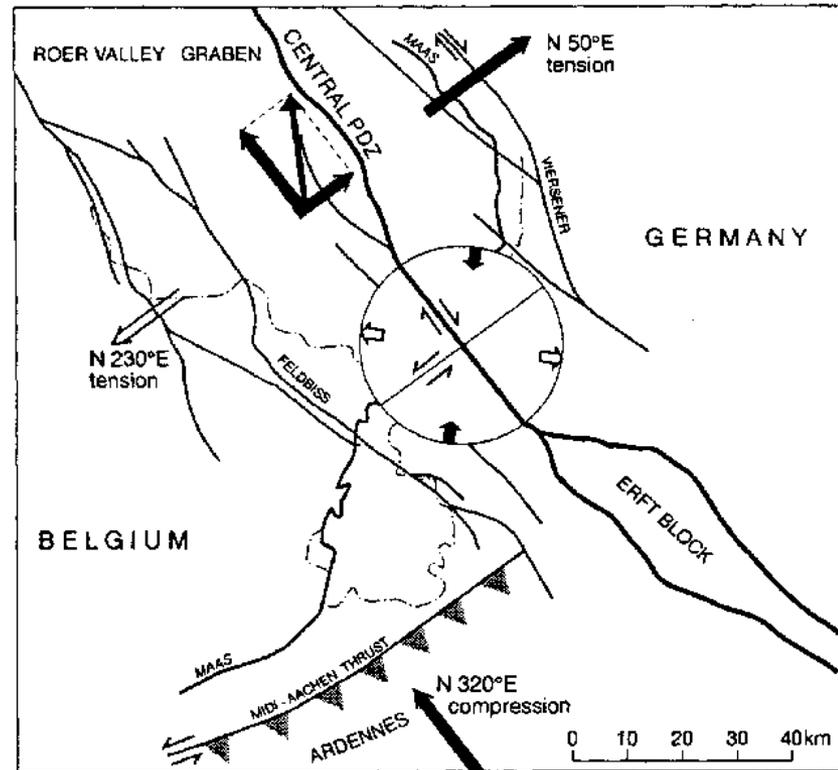
# Borehole breakout



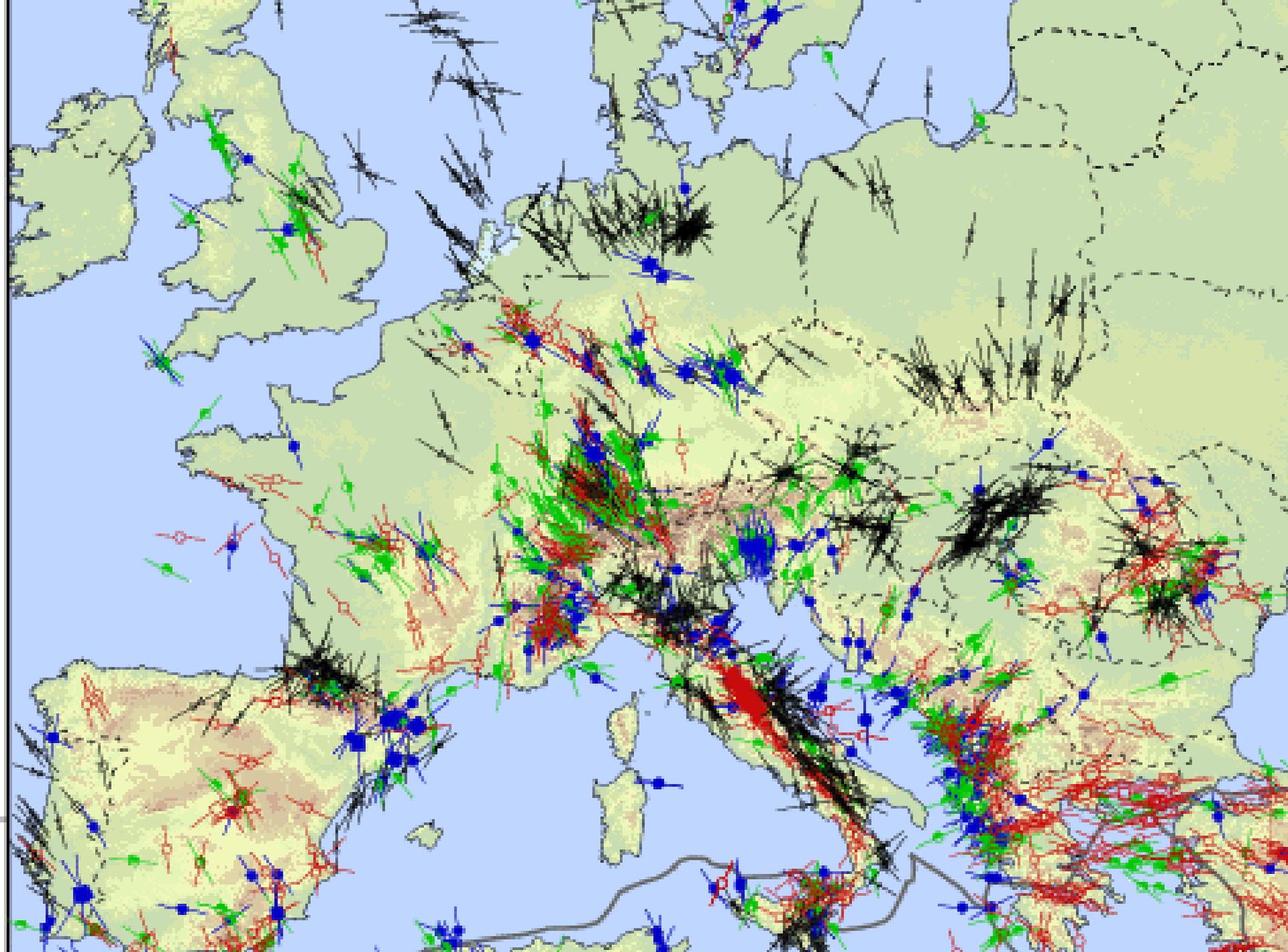
# Hauptspannung, hydrostatische Spannung

Horizontale Spannungen werden durch tektonische Kräfte hervorgerufen. Es gibt zwei **horizontale Hauptspannungsrichtungen**.

Beispiel: Kölner Becken



Wenn alle drei orthogonalen Hauptspannungen gleich groß sind, spricht man von **hydrostatischer Spannung**.



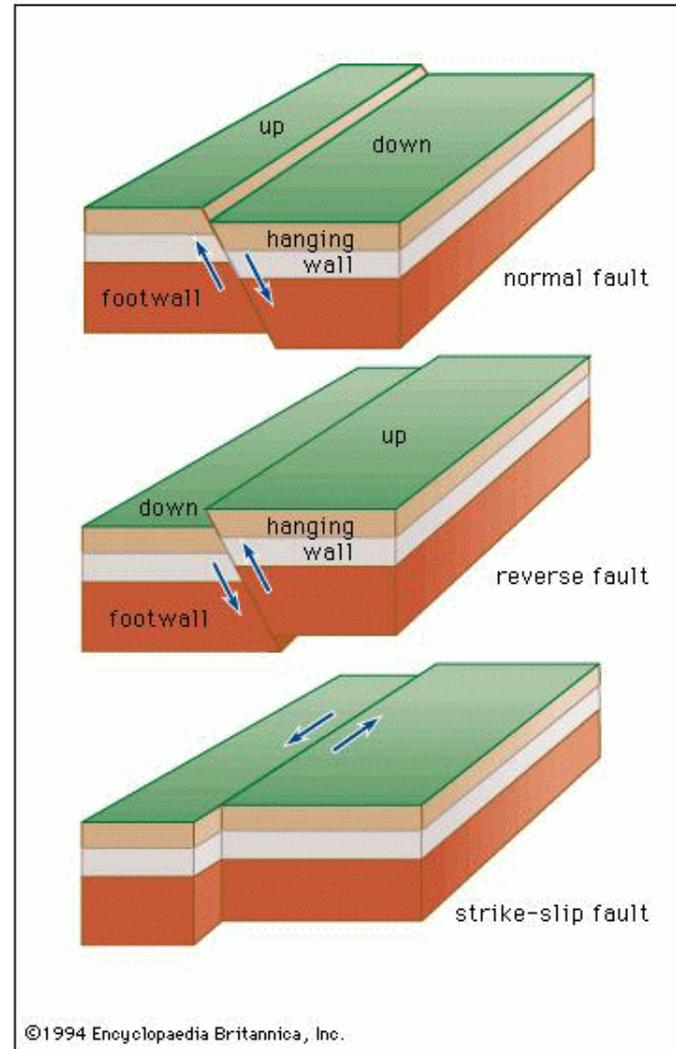
# Spannungen und Verwerfungen

Extension

Kompression

Blattverschiebung

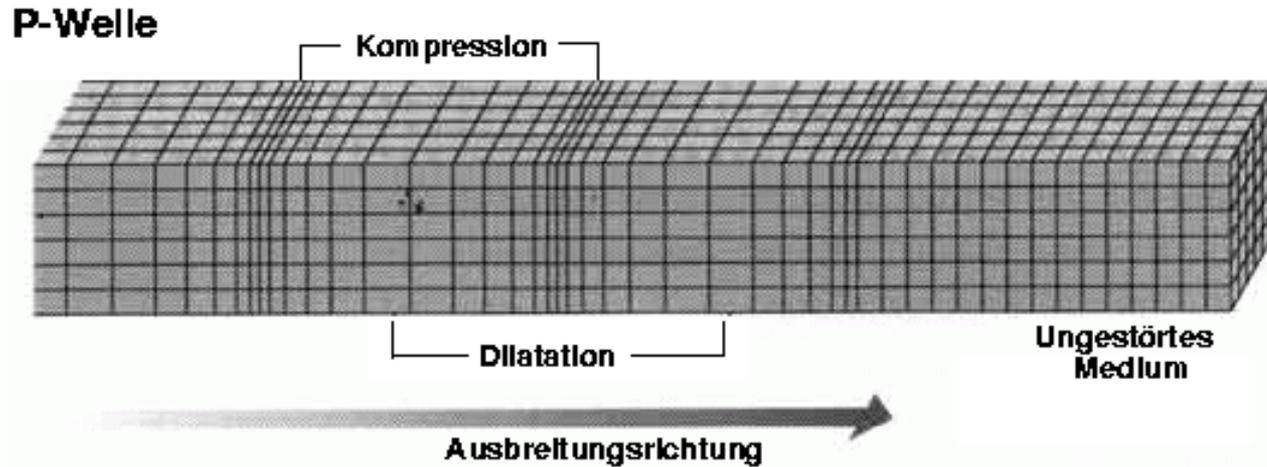
*Strike-slip*



# Seismische Wellentypen

## P - Wellen

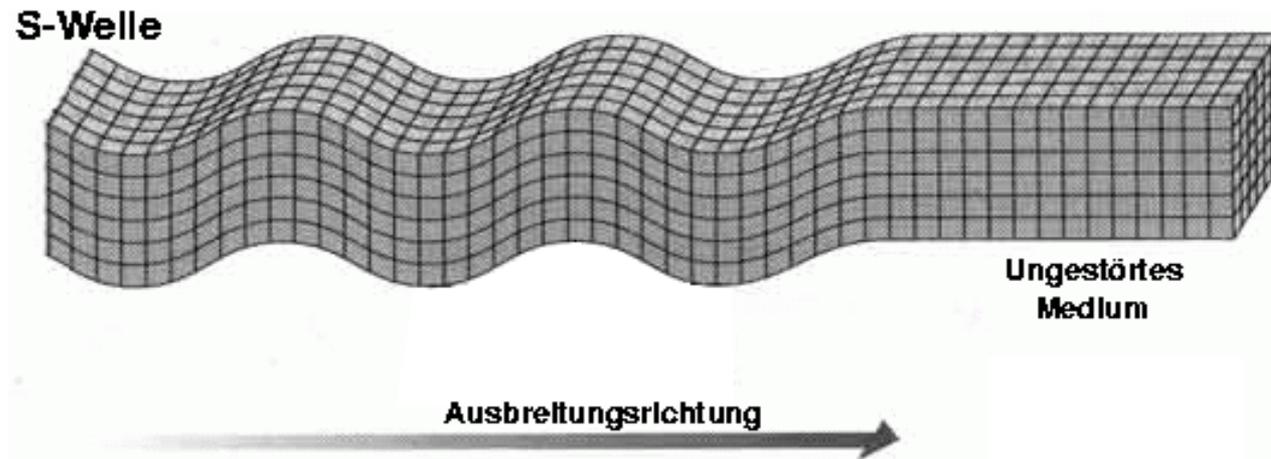
P - Primärwellen - Kompressionswellen - Longitudinalwellen



# Seismische Wellentypen

## S - waves

**S** - S-Wellen - Sekundärwellen - Scherwellen -  
Transversalwellen

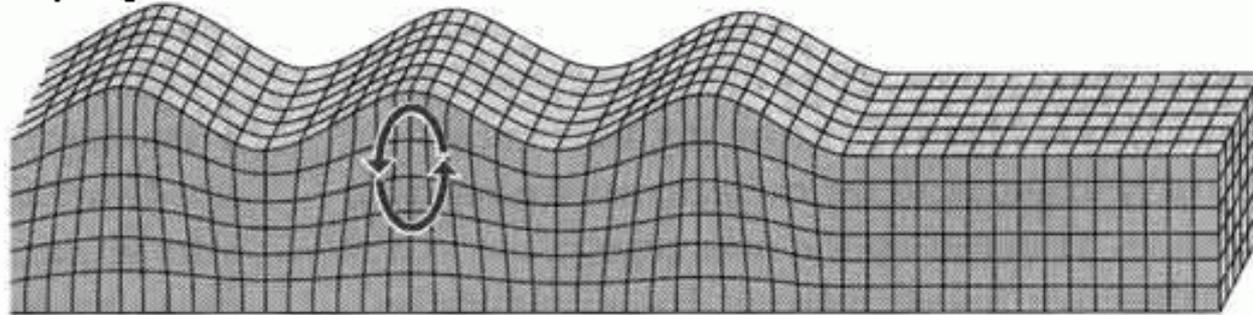


# Seismische Wellentypen

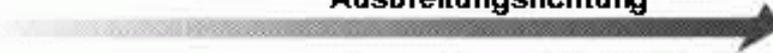
## Rayleigh waves

**Rayleighwellen** - polarisiert in der Ebene von Quelle und Empfänger - Überlagerung von P und SV Wellen

Rayleigh-Welle



Ausbreitungsrichtung



# Seismische Wellentypen

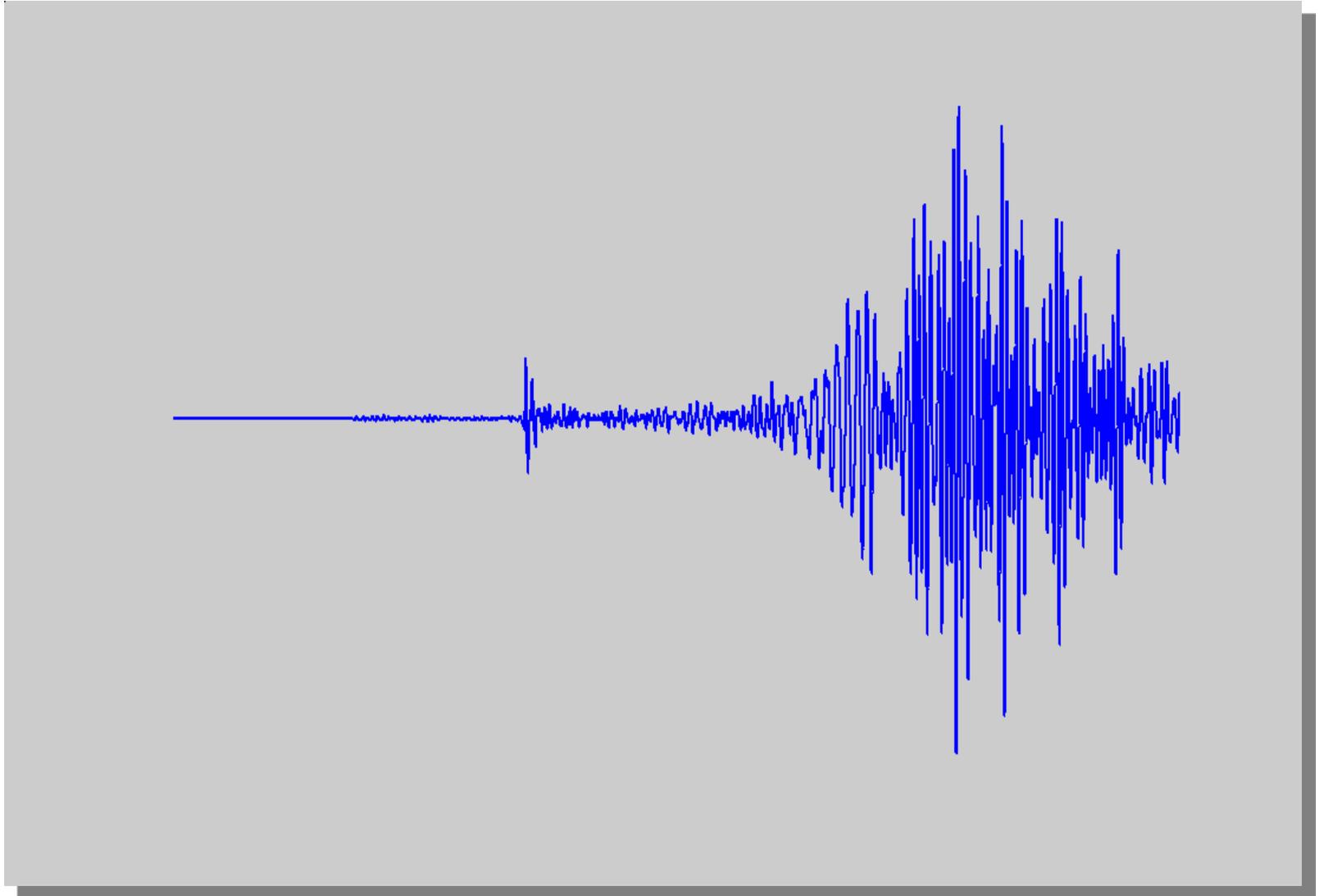
## Love waves

**Lovewellen** - transversal polarisiert - Überlagerung von SH wellen in einem geschichteten Medium

Love-Welle



# Fernbeben M8.3, Japan Horizontalseismogramm



# Seismische Geschwindigkeiten

$$v = \sqrt{\frac{\text{Elastische Module}}{\text{Dichte}}}$$

P-Wellen

$$v_p = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$$

S-Wellen

$$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$$

Die **Geschwindigkeit seismischer Wellen  $v$**  hängt -  
zusätzlich zu den Lamé Parametern und der Dichte -  
auch von folgendem ab:

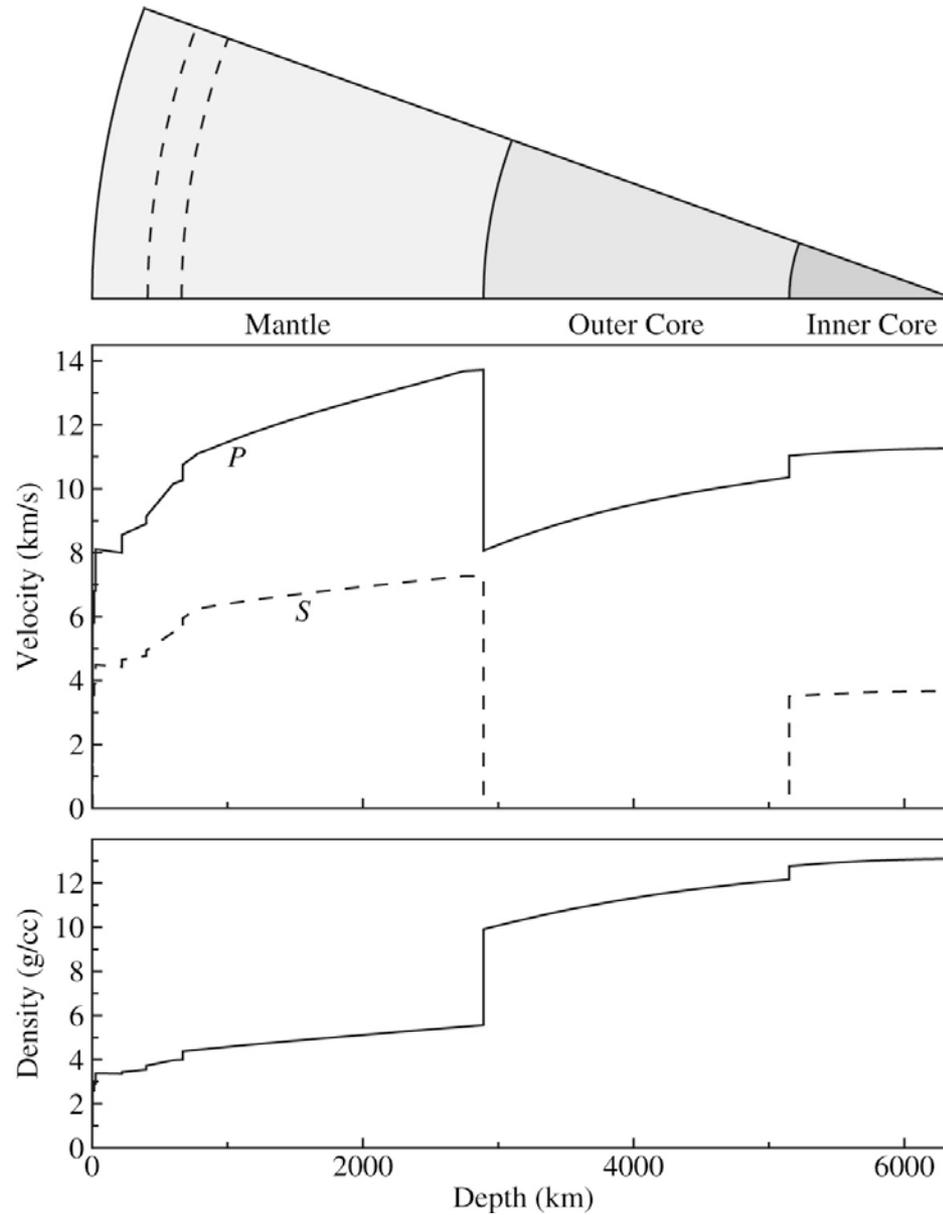
- Gesteinsart (Sediment, magmatisches, metamorphes, vulkanisches)
- Porosität
- Druck und Temperatur
- Inhalt der Poren (Gas, Flüssigkeit)

# Seismische Geschwindigkeiten

## P-Wellen

<b>Material</b>	<b><math>V_p</math> (km/s)</b>
<b>unverfestigtes Material</b>	
Sand (trocken)	0.2-1.0
Sand (feucht)	1.5-2.0
<b>Sedimente</b>	
Sandstein	2.0-6.0
Kalkstein	2.0-6.0
<b>magmatische Gesteine</b>	
Granit	5.5-6.0
Gabbro	6.5-8.5
<b>Poren Inhalte</b>	
Luft	0.3
Wasser	1.4-1.5
Öl	1.3-1.4
<b>andere Materialien</b>	
Stahl	6.1
Beton	3.6

# Geschwindigkeitsverteilung in der Erde



# Seismische Geschwindigkeiten

## Scherwellen

Die Beziehung zwischen P-Wellen und S-Wellen kann oft mit dem  $v_p/v_s$  Verhältnis oder Poissonverhältnis berechnet werden.

Eine gebräuchliche Annahme für Krustengesteine ist:

$$v_p/v_s = \text{sqrt}(3) \sim 1.7$$

Dies entspricht einem Poissonverhältnis  $\sigma$  von:

$$\sigma = 0.25$$

zu berechnen durch:

$$\frac{v_p}{v_s} = \left[ \frac{2(1-\sigma)}{(1-2\sigma)} \right]^{1/2}$$

Flüssigkeiten oder Gase, die in Gesteinen enthalten sind, beeinflussen das  $v_p/v_s$  Verhältnis sehr stark, was eines der wichtigsten Diagnosemöglichkeiten der seismischen Exploration ist!

# Seismische Geschwindigkeiten und Dichte

## Porosität

Wir wollen nun den Effekt der Porosität  $\Phi$  auf die seismische Geschwindigkeit und die Dichte bestimmen. Mit  $\rho_b$  der Dichte des porösen Gesteins,  $\rho_f$  der Dichte der in den Poren enthaltenen Flüssigkeit, und  $\rho_m$  der Gesteinsmatrixdichte:

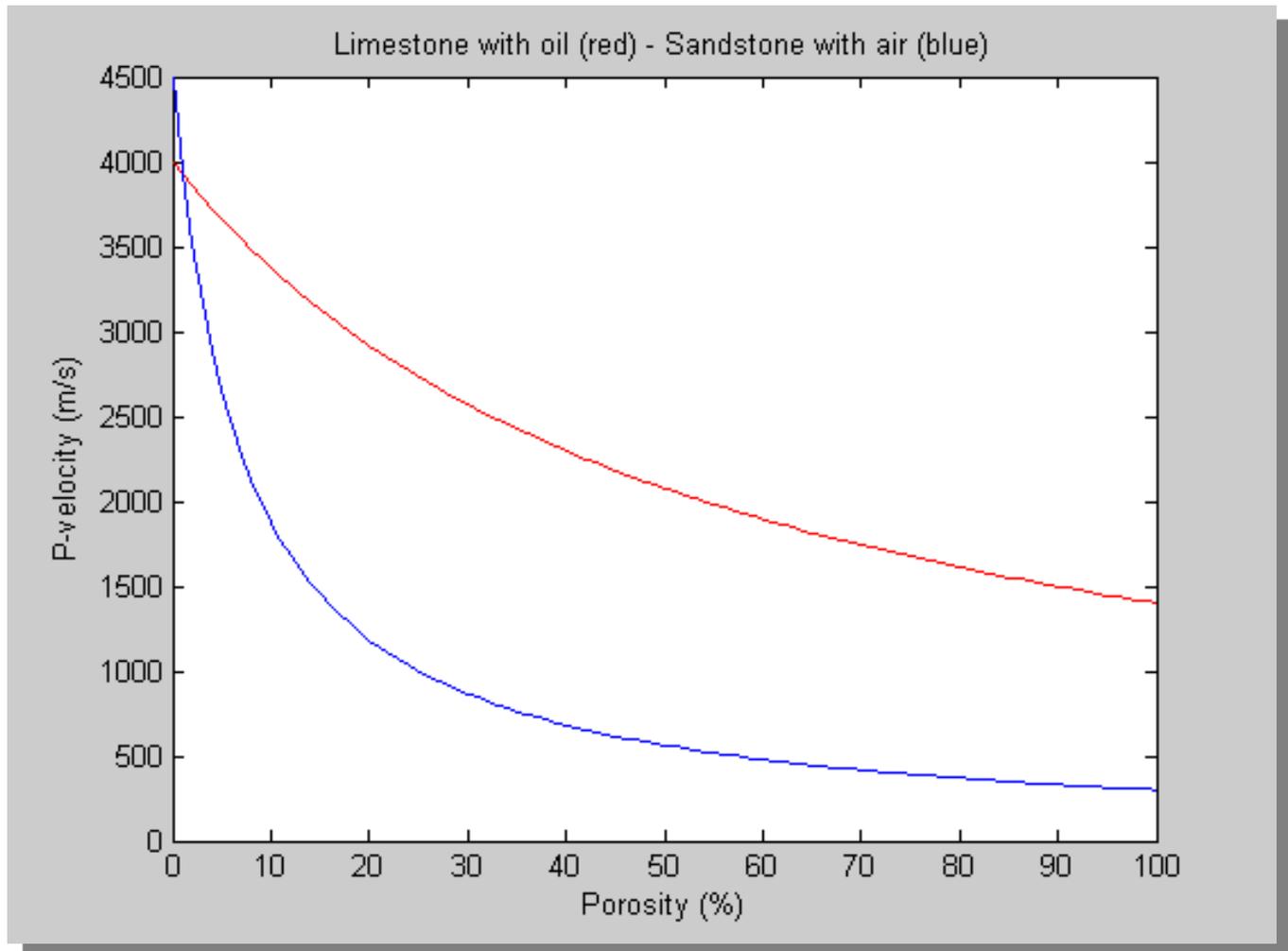
$$\rho_b = \rho_f \Phi + (1 - \Phi) \rho_m$$

... eine entsprechende Formel gibt es für die P-Geschwindigkeit

$$\frac{1}{v_b} = \frac{\Phi}{v_f} + \frac{(1 - \Phi)}{v_m}$$

# Seismische Geschwindigkeiten und Dichte

## Porosität



# Dämpfung

Sich ausbreitende Wellen verlieren Energie aufgrund .....

- **geometrischer Divergenz**

z.B. die Energie einer sphärischen Wellenfront, die von einer Punktquelle ausgeht, ist über die kugelförmige Oberfläche verteilt, die immer größer wird. Amplitudenabnahme **umgekehrt proportional** zur Distanz.

- **intrinsische Dämpfung**

Wellenausbreitung beinhaltet ein permanentes Wechseln zwischen potentieller- (Verschiebung) und kinetischer- Energie (Geschwindigkeit). Dieser Prozess ist nicht komplett reversibel. Es gibt einen Energieverlust aufgrund von Wärmeentwicklung (durch Scherung) an den Korngrenzen, Mineralübergänge etc.

- **Streudämpfung**

Bei Durchlaufen von Materialänderungen wird die Energie eines Wellenfeldes in verschiedene Phasen gestreut. Abhängig von den Materialeigenschaften führt dies zu Amplitudenabfall und Dispersionseffekten.

# Geometrische Divergenz

Verlust der Wellenfront-  
amplitude/energie bei Raumwellen  
(P und S):

- **Energie**

Der Verlust ist proportional zu  $1/r^2$

- **Amplitude**

Der Verlust ist proportional zu  $1/r$

Bei Oberflächenwellen ist die Abnahme proportional zu  $1/\sqrt{r}$

-> Animationen zur seismischen Wellenausbreitung

# Dämpfung / Attenuation $Q$

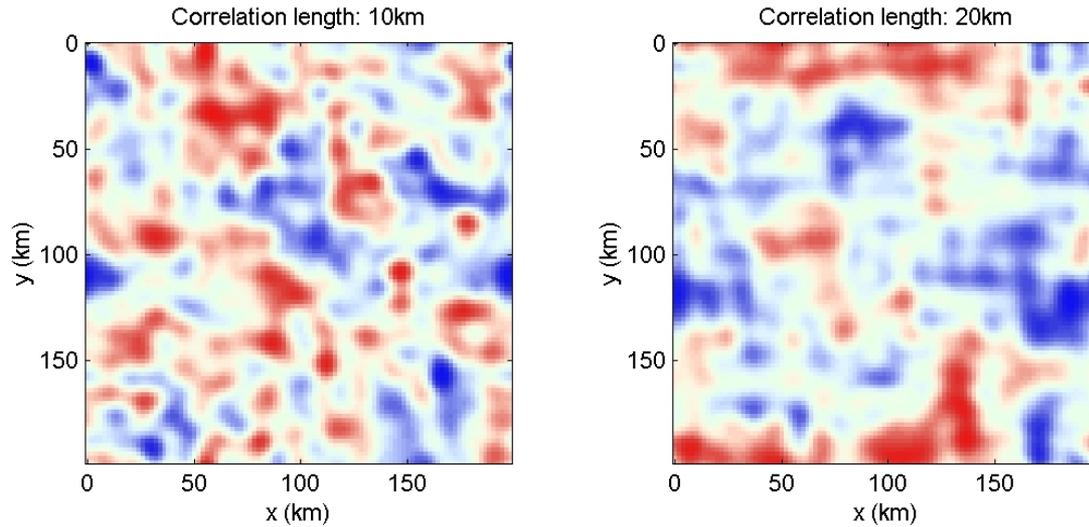
Die Dämpfung seismischer Wellen wird normalerweise durch den **Q-Faktor** angegeben.  $Q$  ist der Energieverlust pro Wellenzyklus. Für P- und S- Wellen ist  $Q$  normalerweise unterschiedlich.  
- Warum?

$$A(x) = A_0 e^{-\frac{\omega x}{2cQ}}$$

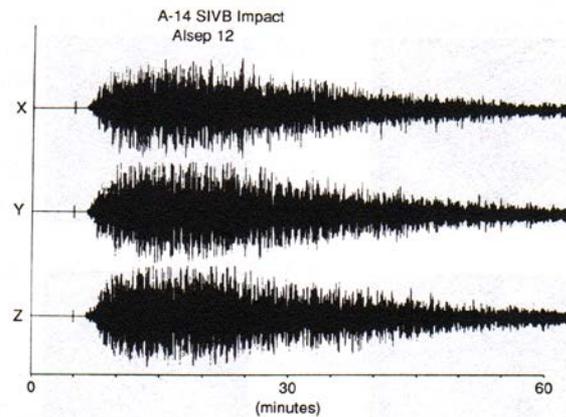
$A(x)$  ist die Amplitude der Welle, geschrieben als Funktion des Abstands zur Quelle  $x$ , der Kreisfrequenz  $\omega$ , Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  und  $Q$ .

Gesteins Art	$Q_p$	$Q_s$
Schiefer	30	10
Sandstein	58	31
Granite	250	70-250
Peridotite	650	280
Midmantle	360	200
Lowermantle	1200	520
Outer Core	8000	0

# Streuung



Random  
velocity  
model



Seismogramme  
vom Mond

# Wellenlänge und Streuung

Streueffekte sind am größten, wenn die seismische Wellenlänge in etwa die Größe des streuenden Körpers hat

$\lambda$	Wellenlänge
$T$	Periode
$F$	Frequenz
$\omega$	Kreisfrequenz
$c$	Wellengeschwindigkeit
$k$	Wellenzahl

$$c = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi f}{2\pi / \lambda} = \frac{\lambda}{T}$$

Beispiele an der Tafel

# Streuung im Mantel

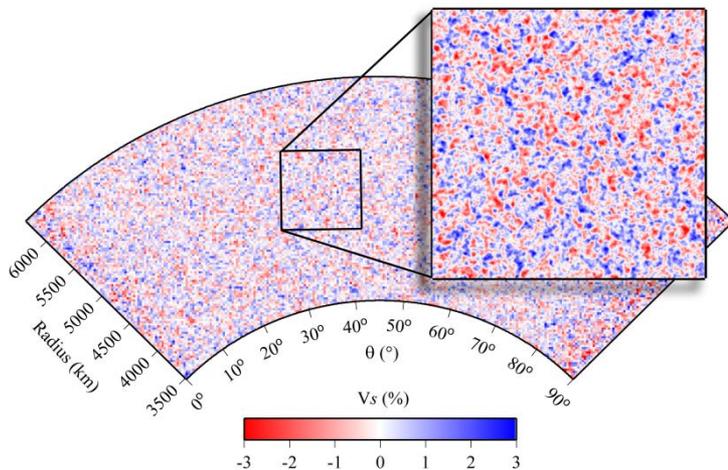


Figure 8.  
(Jahnke, Thorne, Cochard, Igel 2006)  
Span 2-columns; color

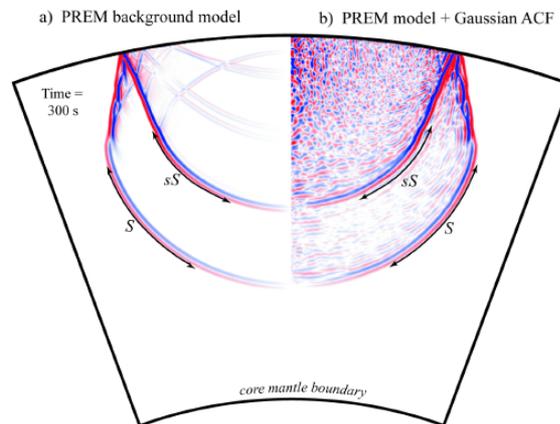


Figure 9.  
(Jahnke, Thorne, Cochard, Igel 2006)  
Span 1-column; color

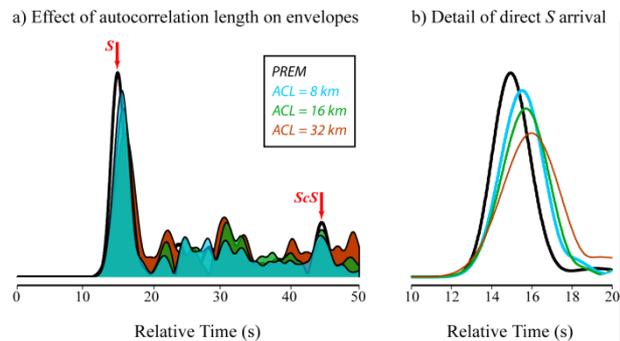
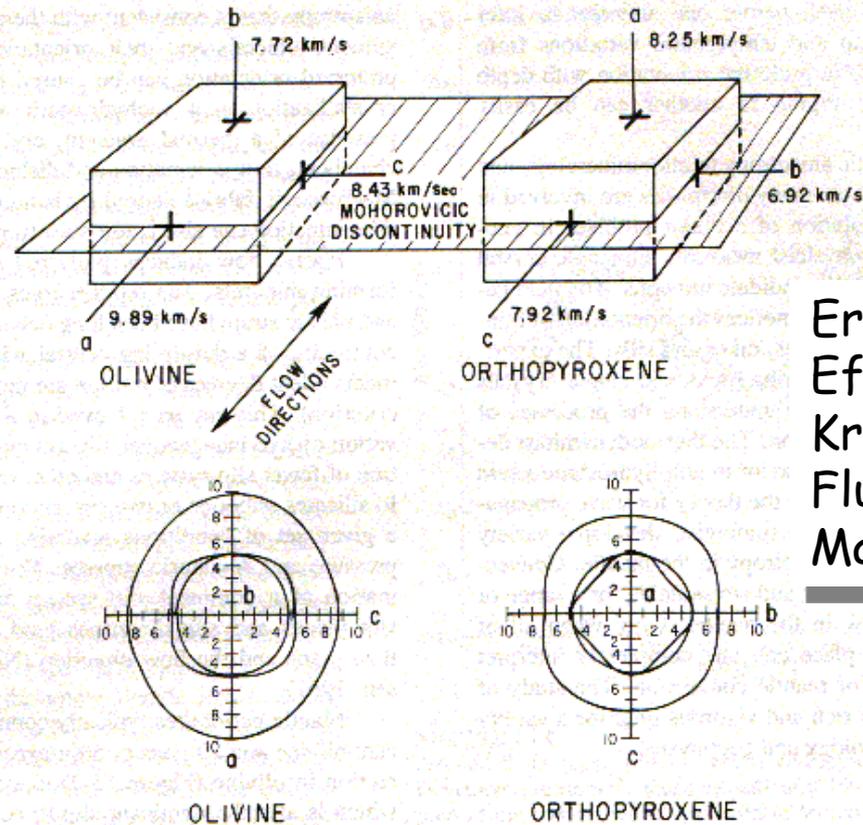


Figure 11.  
(Jahnke, Thorne, Cochard, Igel 2006)  
Span 2-columns; color

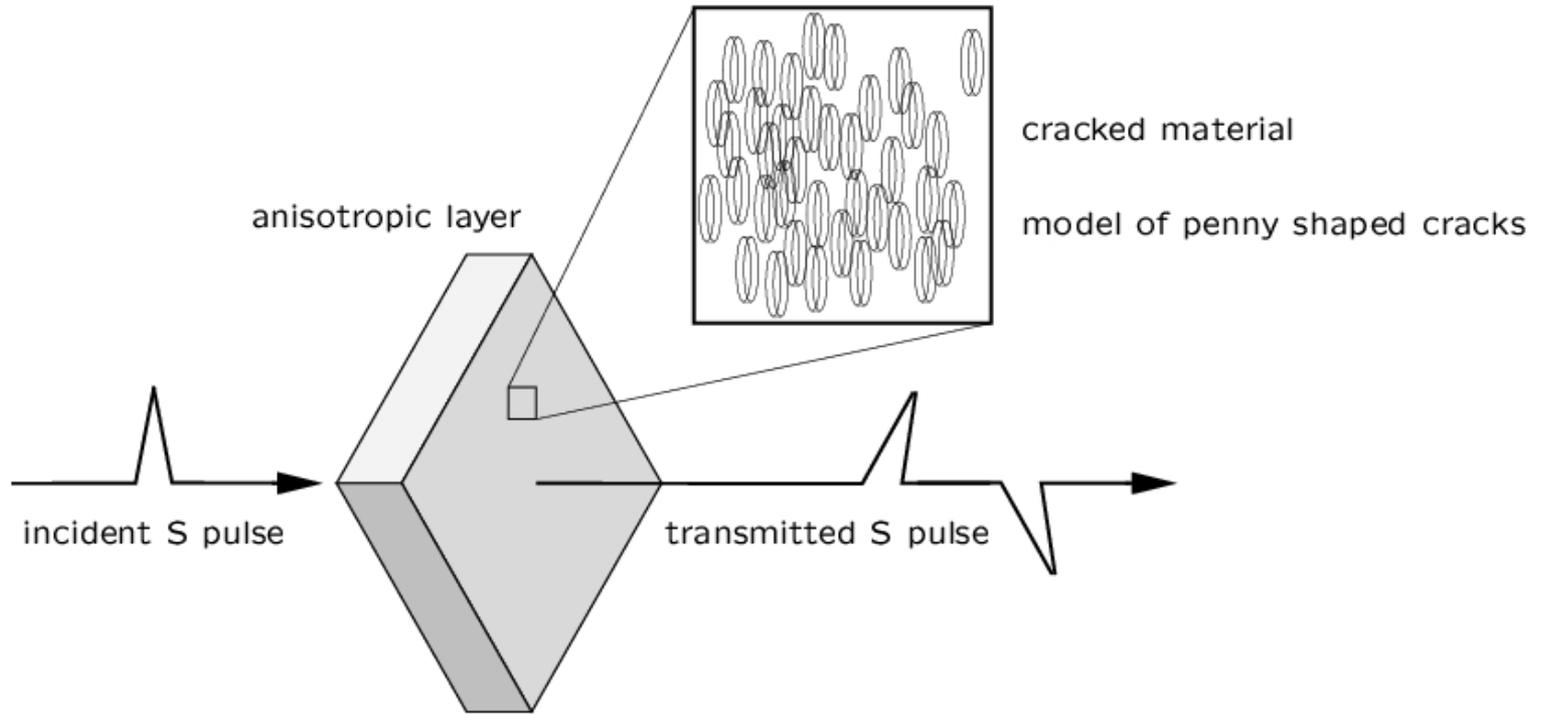
# Elastische Anisotropie - Olivin



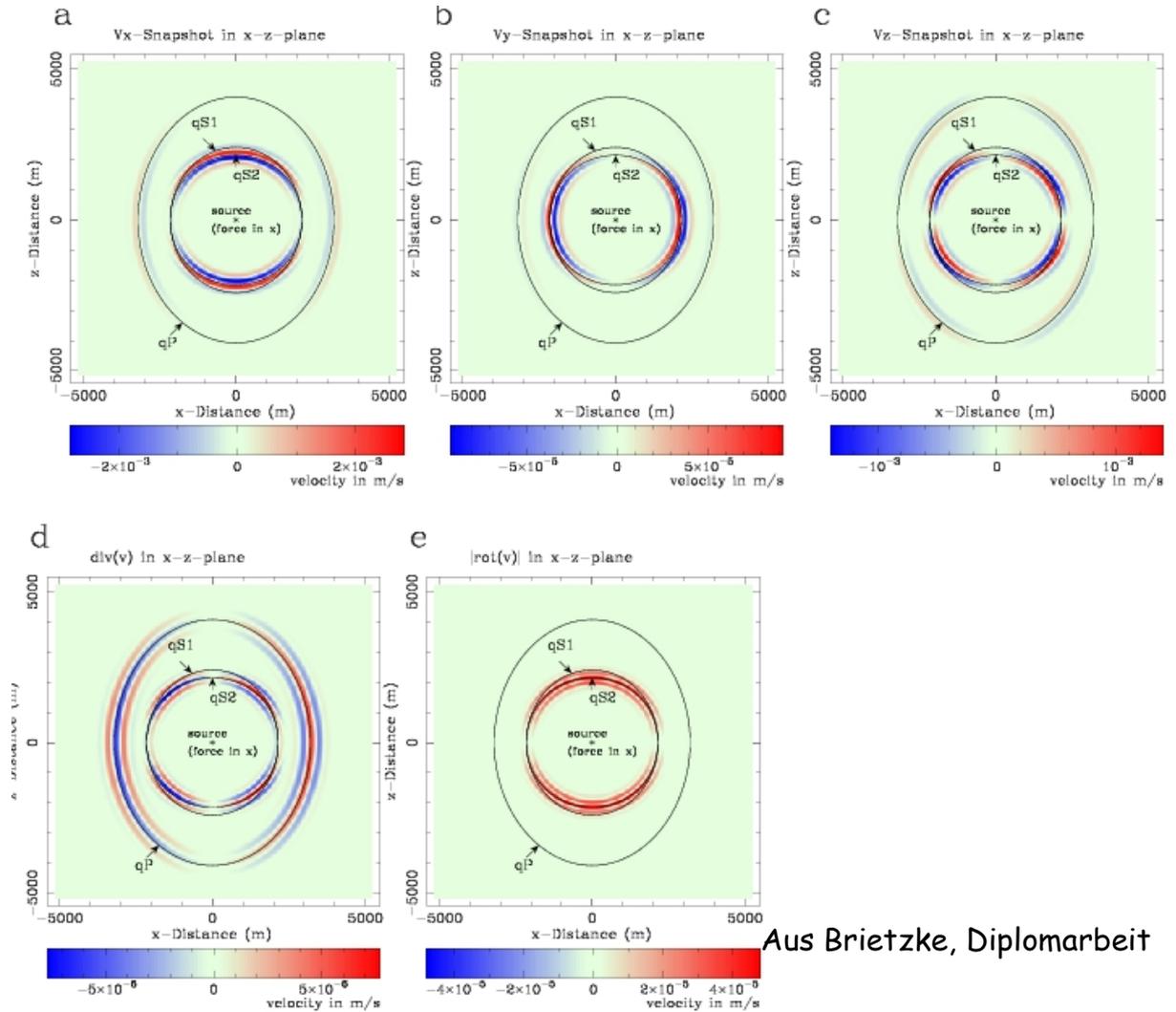
Erklärung der beobachteten Effekte mit Olivin Kristallen, die entlang der Flußrichtung im oberen Mantel ausgerichtet sind.

**FIGURE 15-2** Olivine and orthopyroxene orientations within the upper mantle showing compressional velocities for the three crystallographic axes, and compressional and shear velocities in the olivine *a-c* plane and orthopyroxene *b-c* plane (after Christensen and Lundquist, 1982).

# Scherwellen-Doppelbrechung

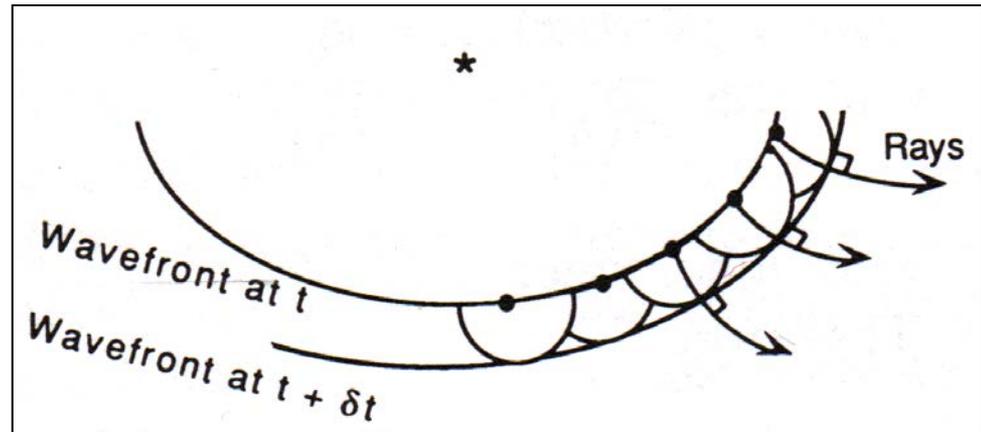


# Anisotrope Wellenfronten



Aus Brietzke, Diplomarbeit

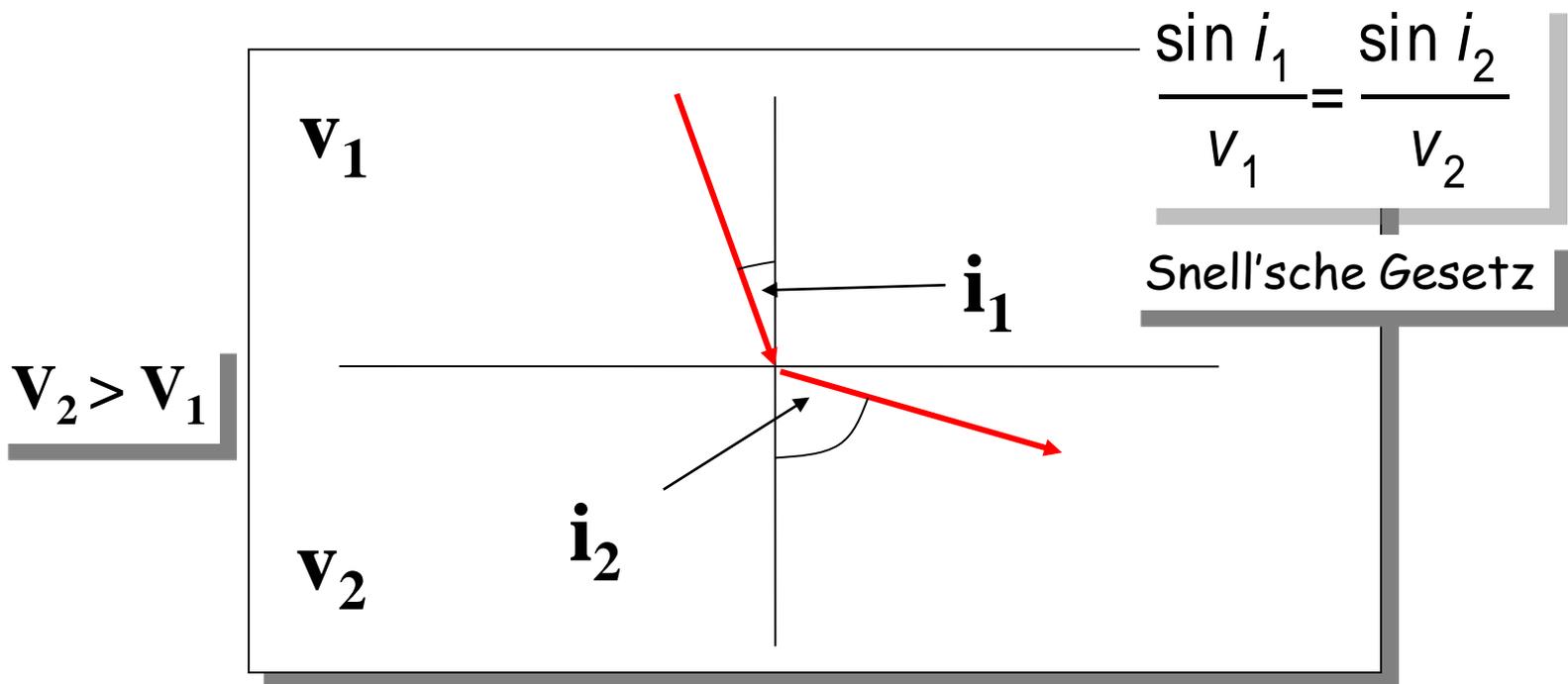
# Seismische Strahlen



**Huygens Gesetz** besagt, dass jeder Punkt der Wellenfront selbst als Punktquelle anzusehen ist. Die Tangenten dieser ausbreitenden Wellen bilden die Wellenfront. Strahlen sind Trajektorien **senkrecht zu den Wellenfronten**.

# Fermat'sches Prinzip und Snell'sches Gesetz Strahlen

Das **Fermat'sche Prinzip** beschreibt den Weg eines Strahls. Der Strahl wird den Weg wählen, auf dem er ein Minimum an Zeit benötigt. Aus dem Fermat'schen Prinzip folgt direkt das **Snell'sche Gesetz**



# Reflektion und Transmission an Grenzflächen

## vertikale Einstrahlung

Ein wichtiger Begriff für die seismische Reflektion ist die **Impedanz**. Es ist das Produkt der Dichte  $\rho$  und der P-Wellen- (bzw. S-Wellen-) Geschwindigkeit  $v_{p/s}$ . Sie ist definiert als:

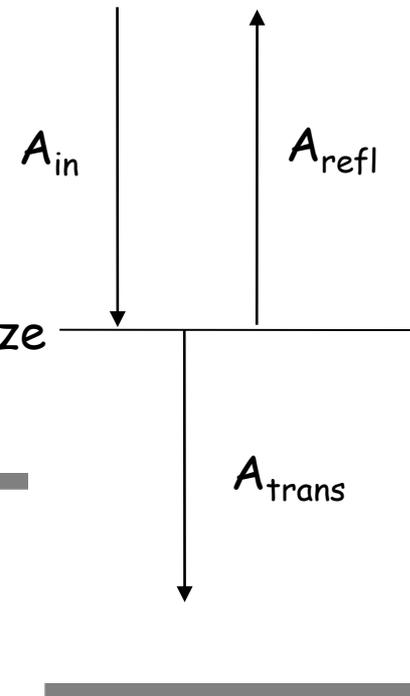
$$Z = \rho * v_p$$

Die Reflektion- (Transmission-) Koeffizienten am Übergang sind gegeben durch das Verhältnis von reflektierter (transmittierter) zu einstrahlender Wellenamplitude.

$$R = A_{\text{refl}} / A_{\text{in}}$$

$$T = A_{\text{trans}} / A_{\text{in}}$$

Schichtgrenze



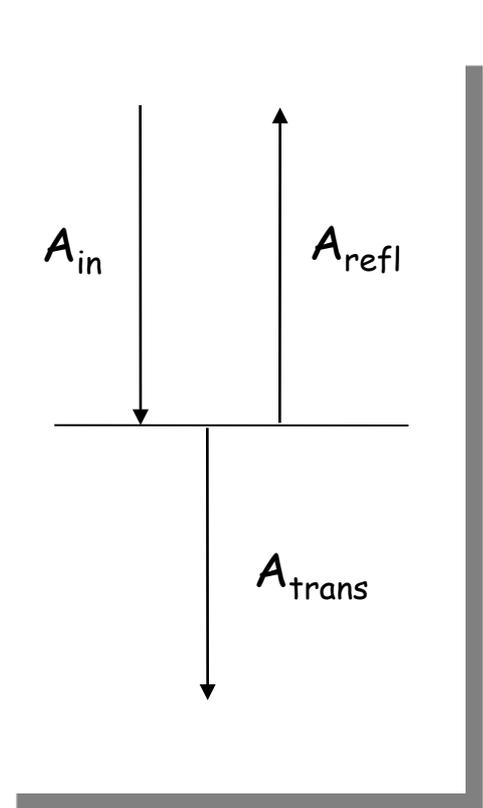
# Reflektion und Transmission an Grenzflächen **vertikale Einstrahlung**

Für normale (vertikale) Einstrahlung ist der **Reflektionskoeffizient** gegeben als:

$$R = \frac{\rho_2 v_2 - \rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

der **Transmissionskoeffizient** als:

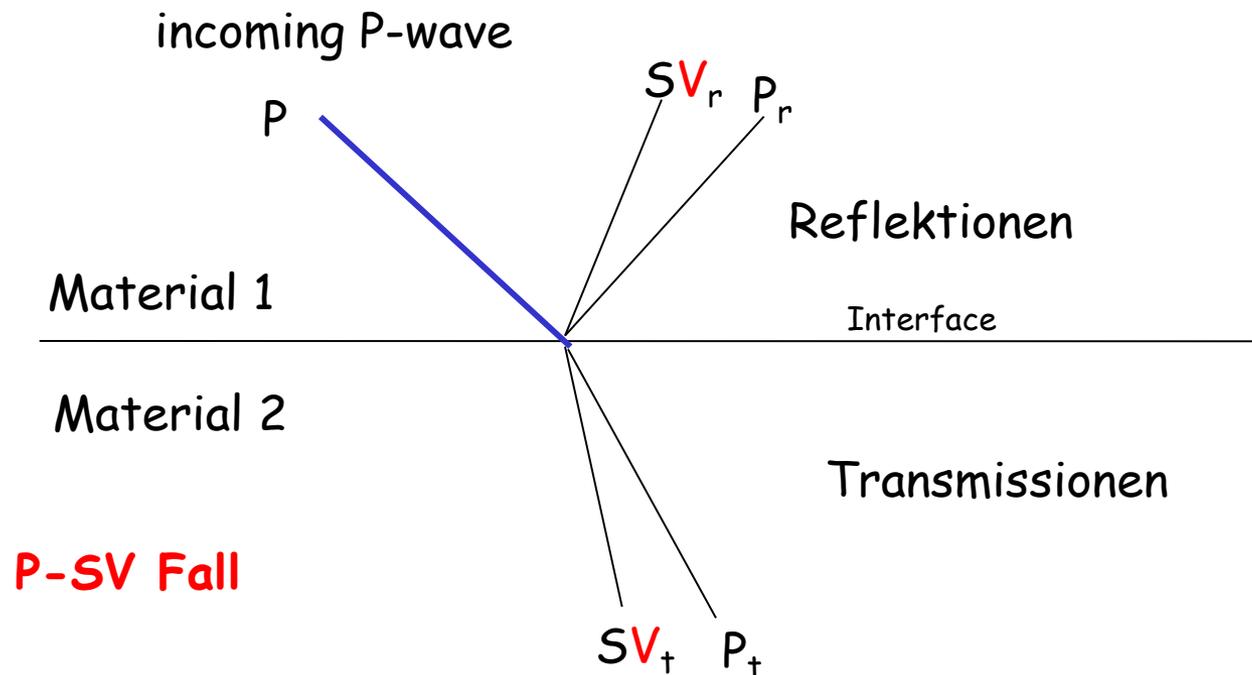
$$T = \frac{2\rho_1 v_1}{\rho_2 v_2 + \rho_1 v_1} = \frac{2Z_1}{Z_2 + Z_1}$$



# Reflektion und Transmission an Grenzflächen

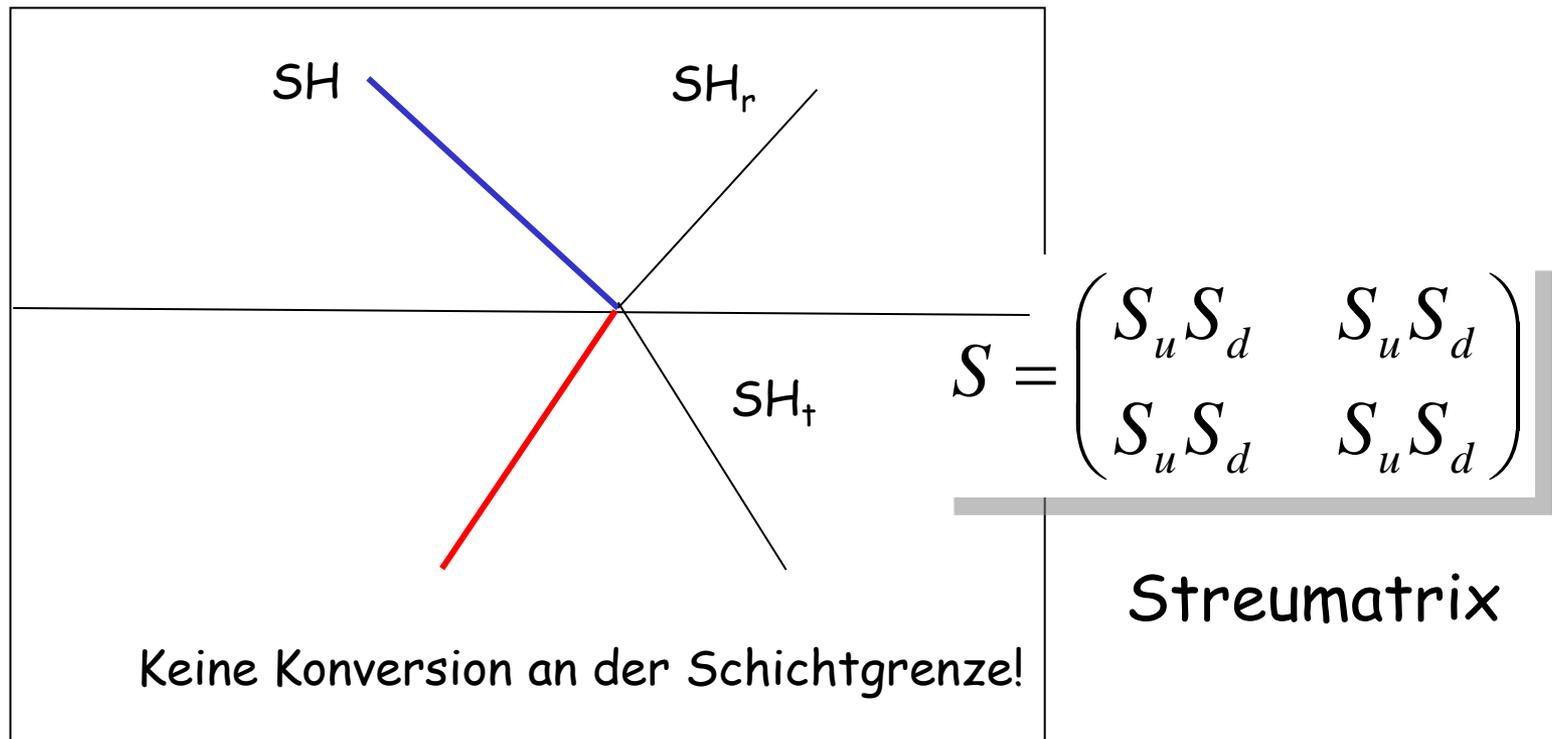
## beliebige Einstrahlung - Umwandlung

P-Wellen können in S-Wellen **umgewandelt/ konvertiert** werden, und umgekehrt. Dies bringt ein ziemlich komplexes Verhalten der Wellenamplituden und Wellenformen an Übergängen mit sich. Dieses Verhalten kann dazu benutzt werden die Eigenschaften des Materielübergangs zu bestimmen.



# SH-Wellenausbreitung

In geschichteten Medien breiten sich SH Wellen **unabhängig von P- und SV-Wellen** aus. Polarisation senkrecht zur Ausbreitungsrichtung und senkrecht zur Ebene durch Quelle und Empfänger.



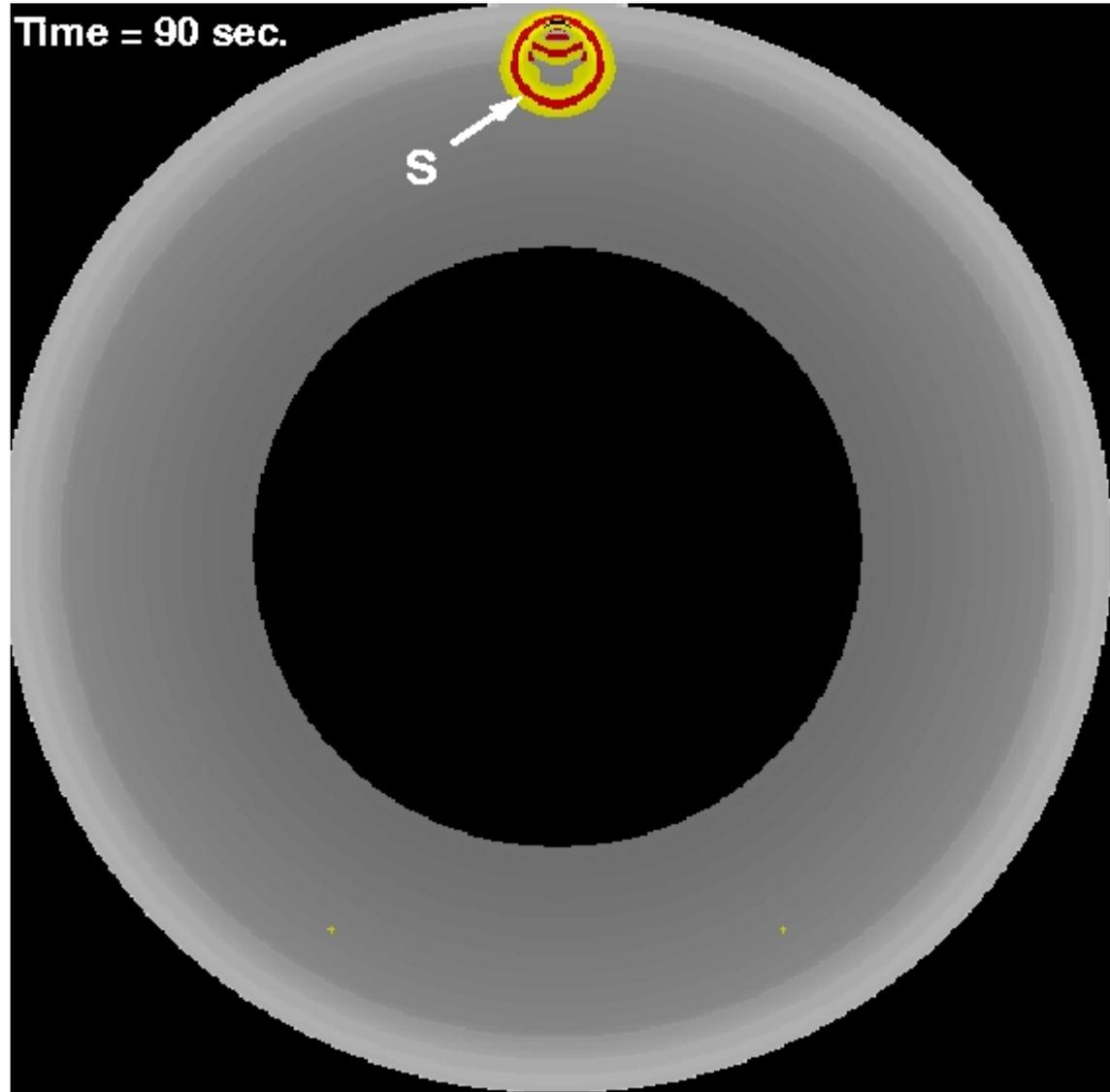
# Ray Paths in the Earth - Names

P	P waves
S	S waves
small p	depth phases (P)
small s	depth phases (S)
c	Reflection from CMB
K	wave inside core
i	Reflection from Inner core boundary
I	wave through inner core
diff	diffractions at CMB

Examples:

PcP, pPcS, SKS, PKKKP, PKiKP, PKIKP, sSS, pSSS, sPcS, etc.

# Wavefields in the Earth: SH waves



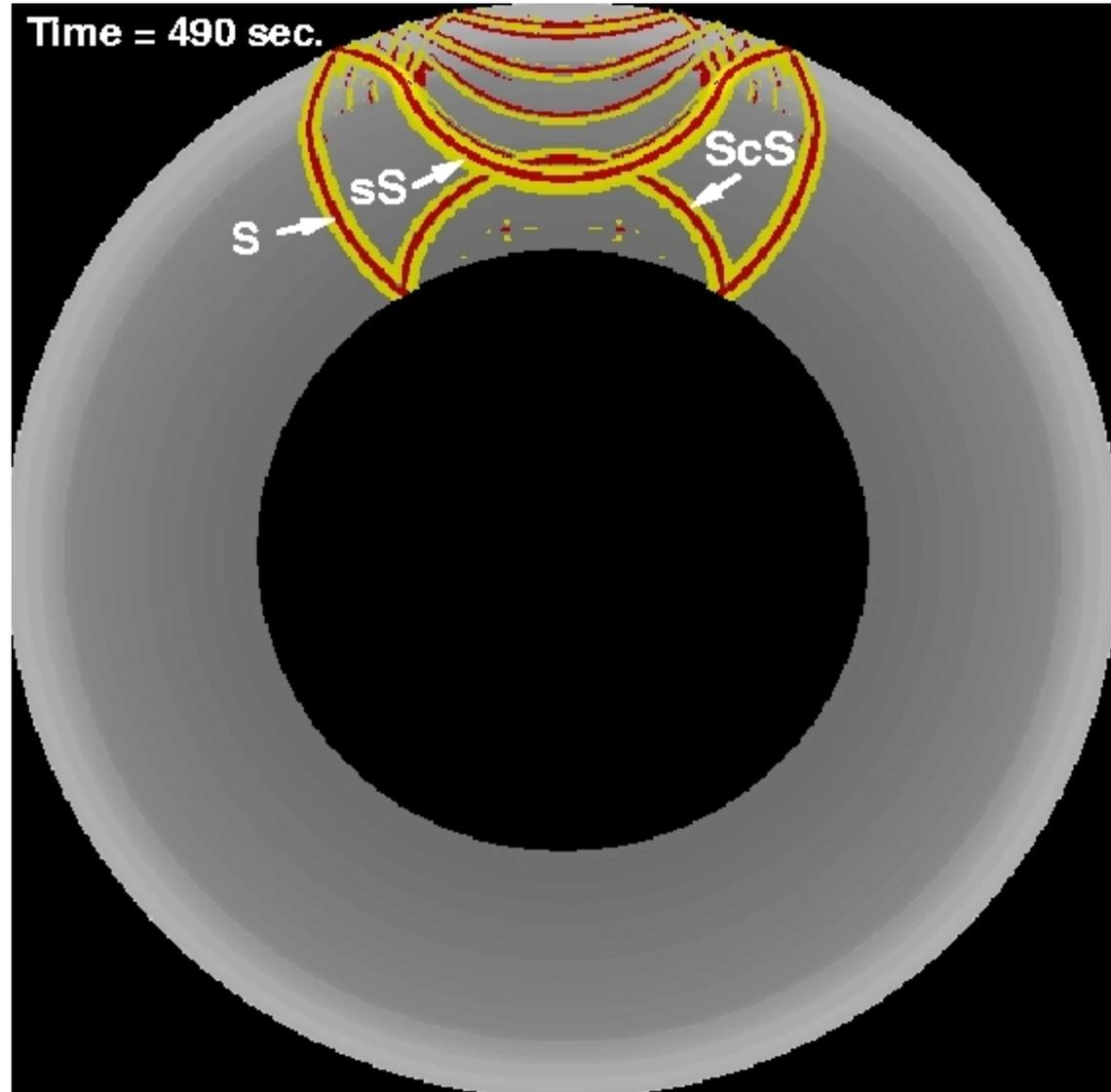
Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

Wavefield for earthquake at 600km depth.

# Wavefields in the Earth: SH waves

Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

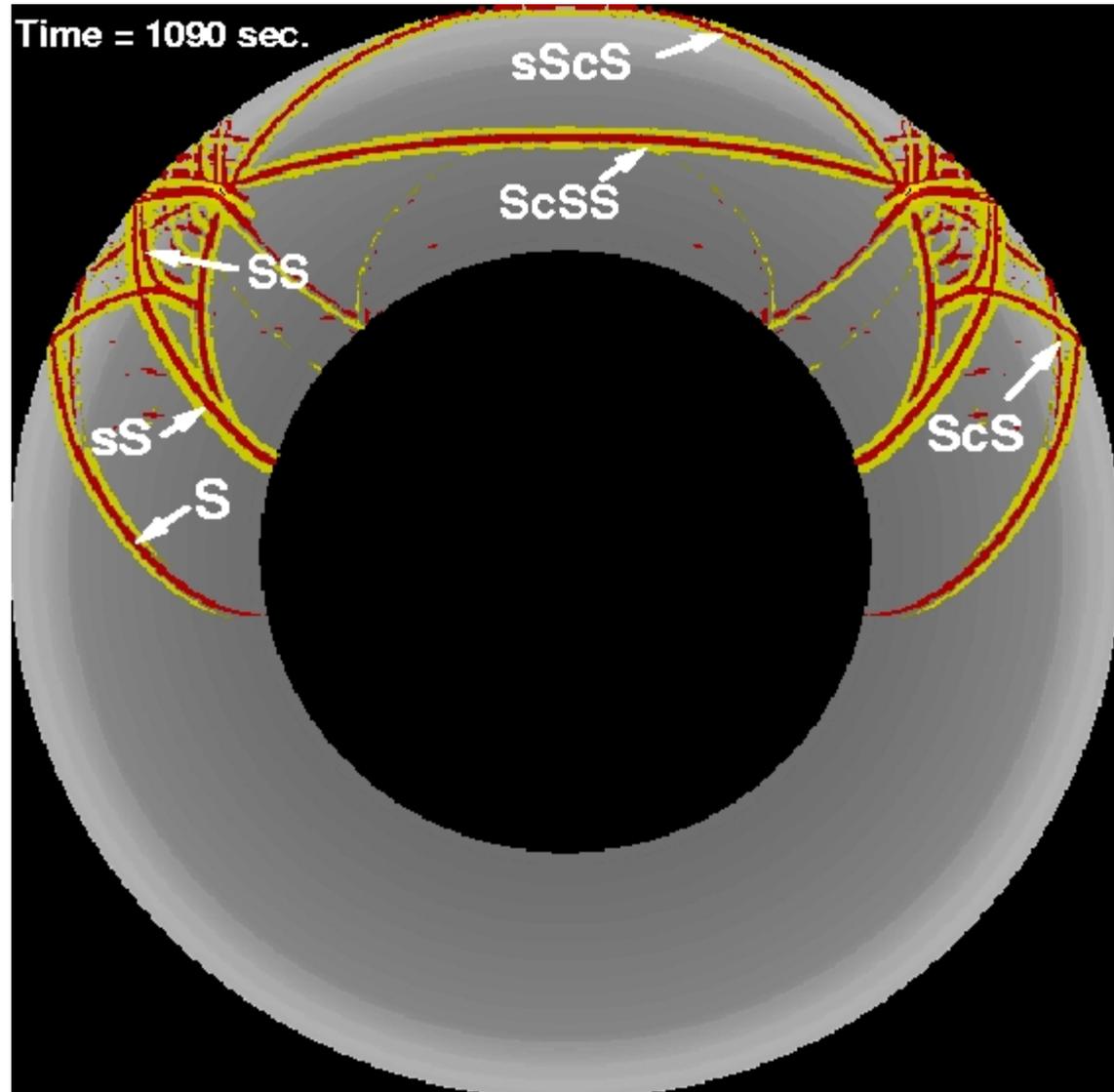
Wavefield for earthquake at 600km depth.



# Wavefields in the Earth: SH waves

Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

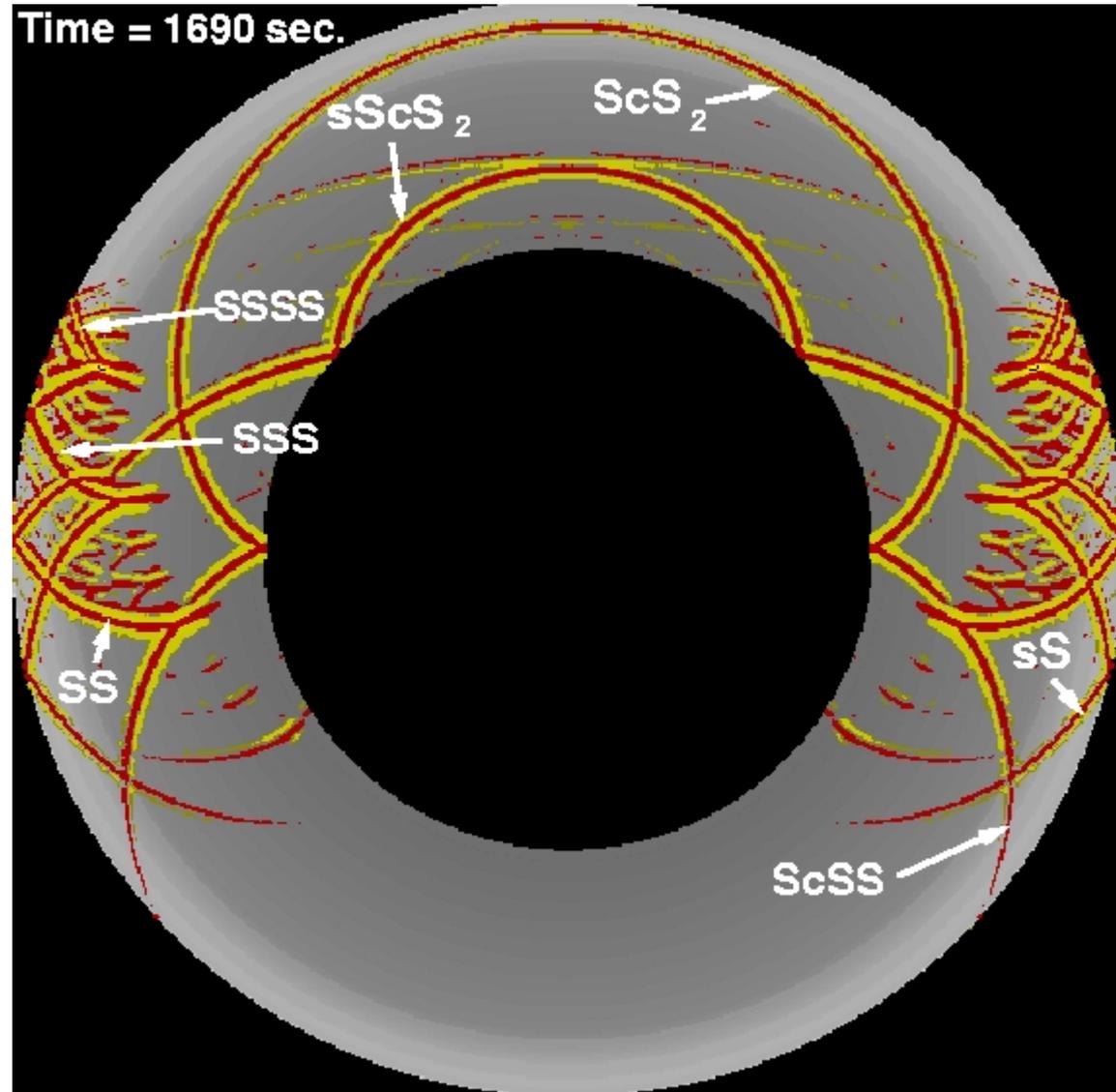
Wavefield for earthquake at 600km depth.



# Wavefields in the Earth: SH waves

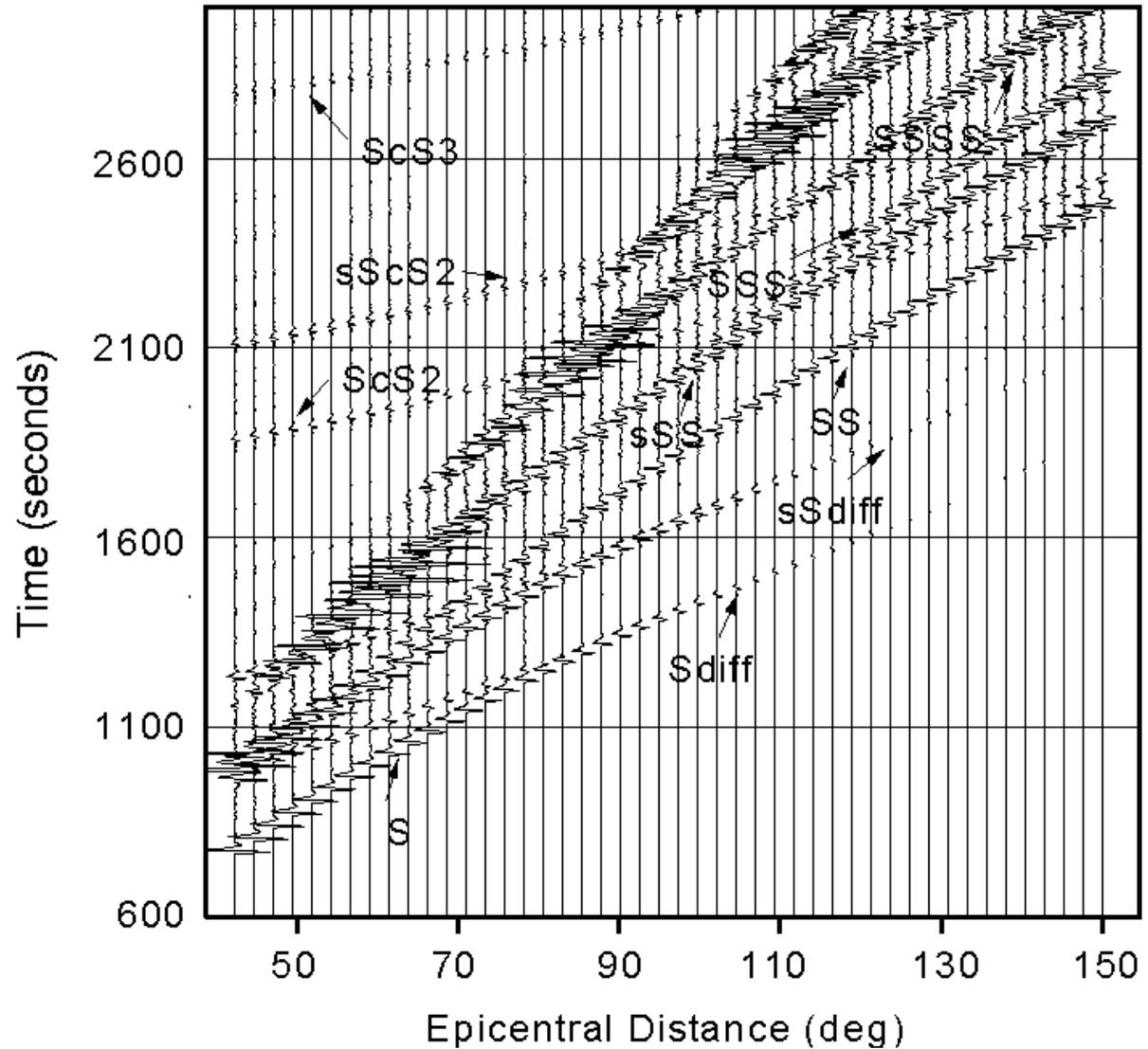
Red and yellow color denote positive and negative displacement, respectively.

Wavefield for earthquake at 600km depth.

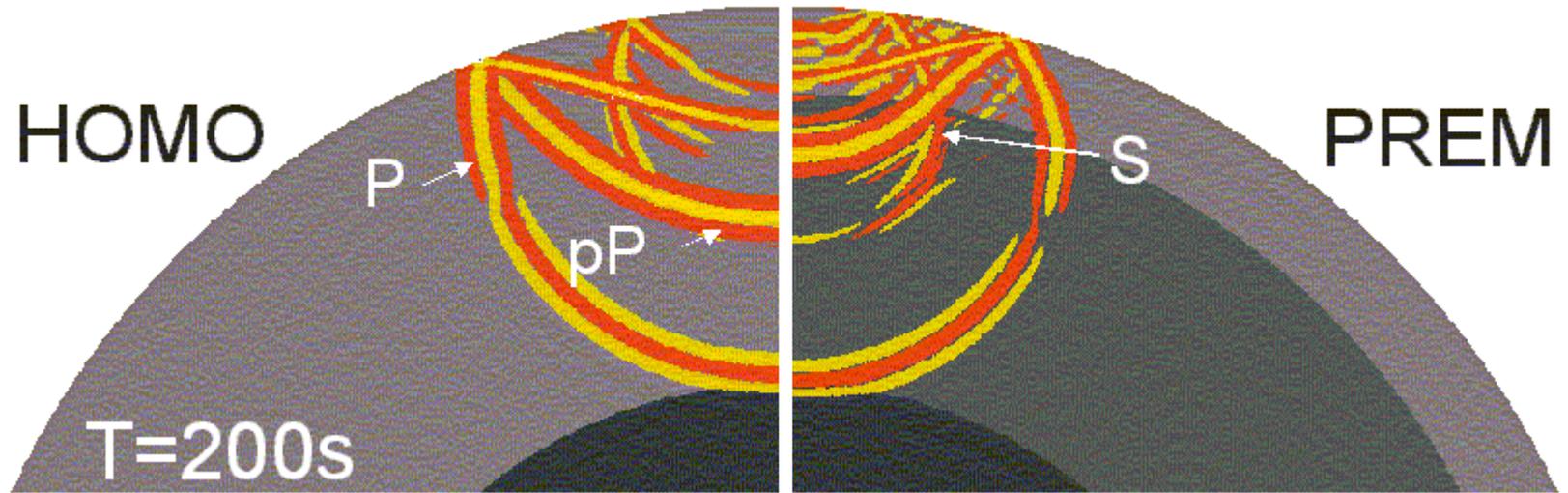


# SH waves: seismograms

SH-seismograms  
for a source at  
600km depth



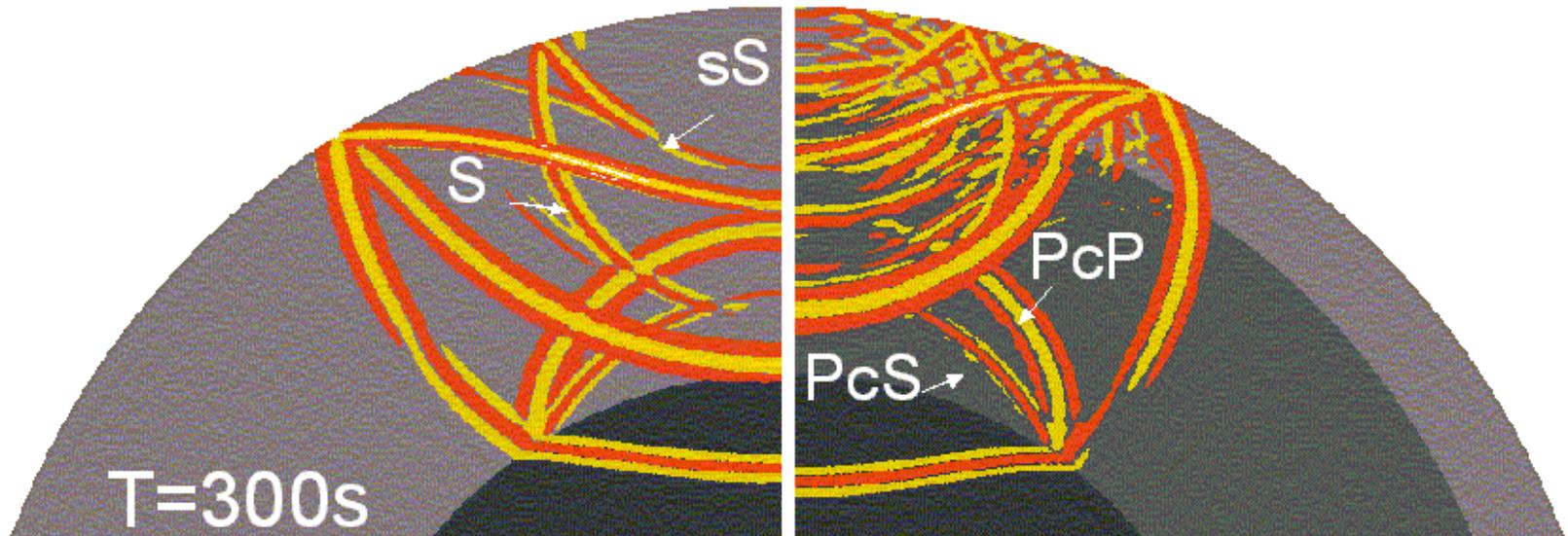
# Wavefields in the Earth: P-SV waves



Red and yellow color denote positive and negative vertical displacement, respectively. Left: homogeneous mantle, right: realistic spherically symmetric model (Preliminary Reference Earth Model, PREM)

Wavefield for explosion at 600km depth.

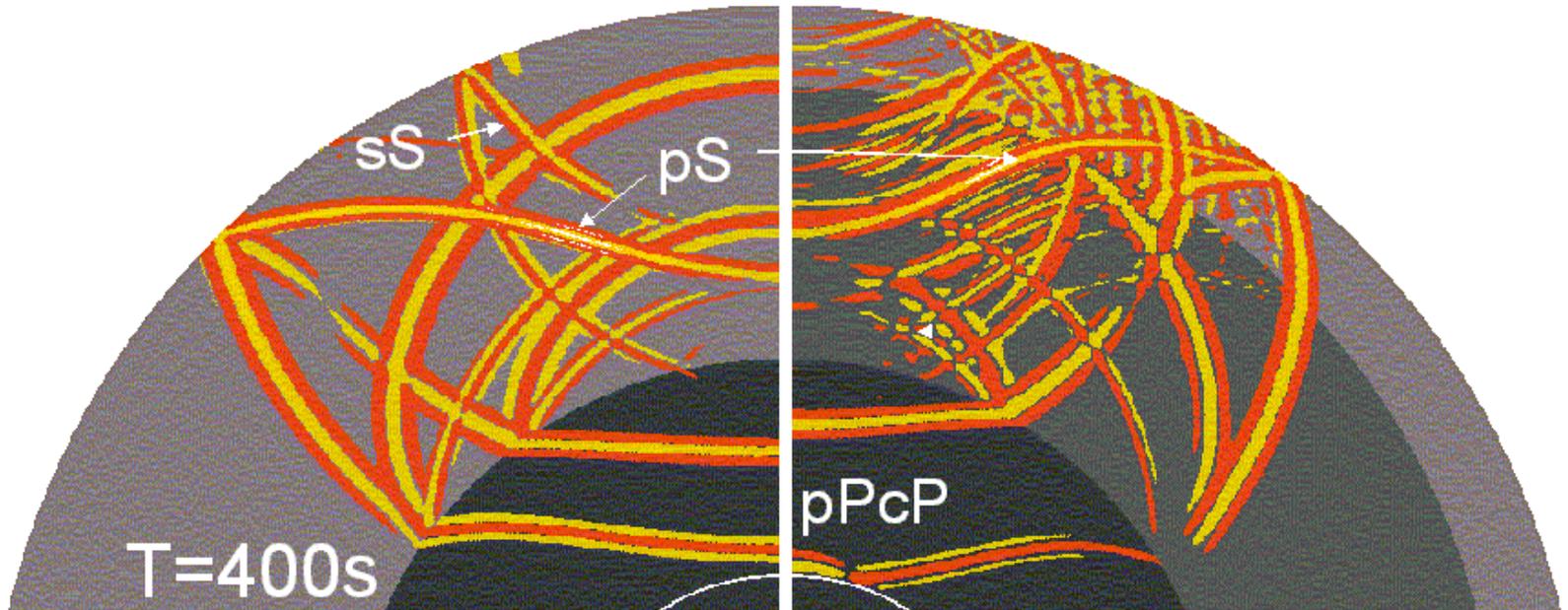
# Wavefields in the Earth: P-SV waves



Red and yellow color denote positive and negative vertical displacement, respectively. Left: homogeneous mantle, right: realistic spherically symmetric model (Preliminary Reference Earth Model, PREM)

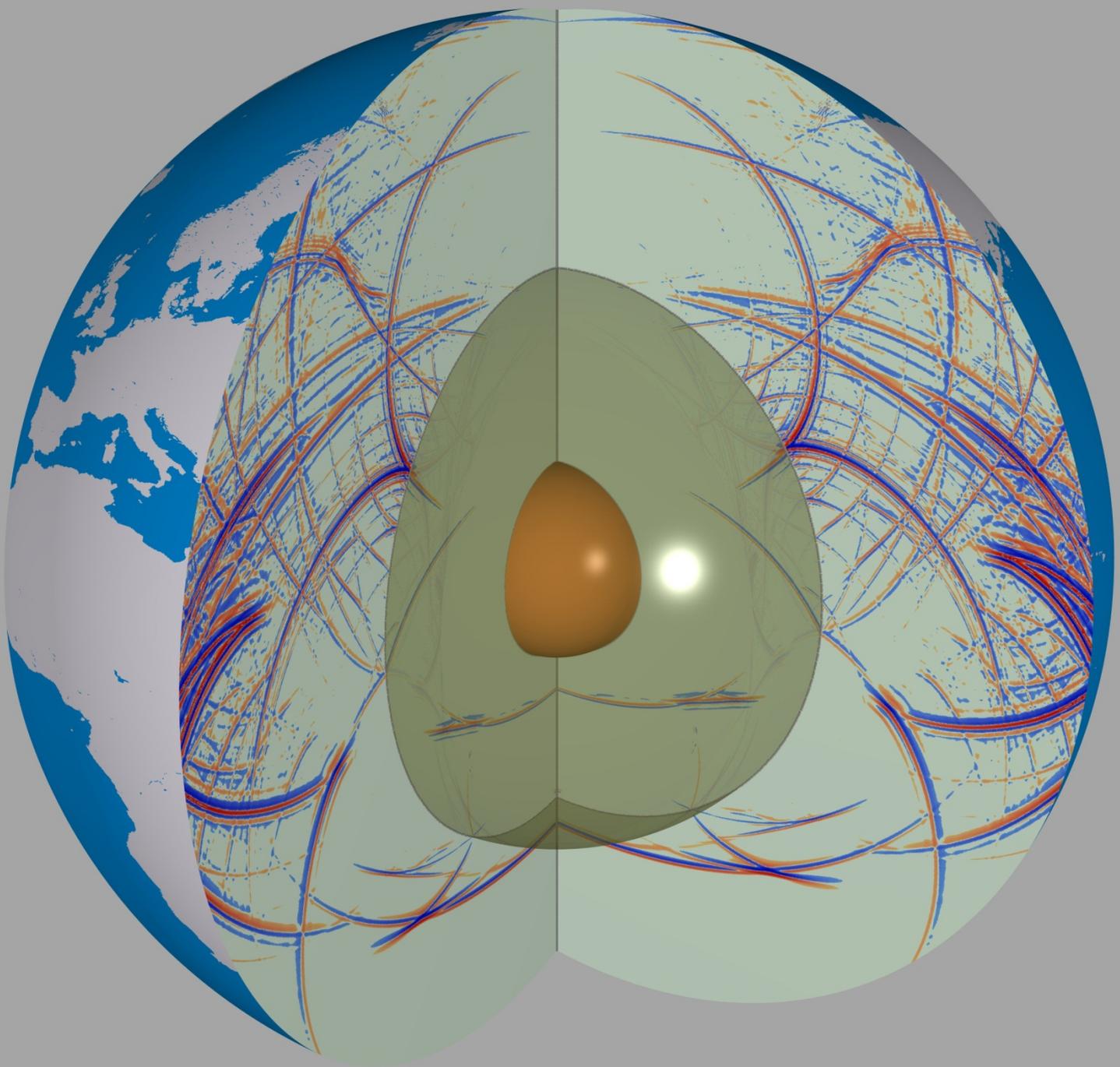
Wavefield for explosion at 600km depth.

# Wavefields in the Earth: P-SV waves



Red and yellow color denote positive and negative vertical displacement, respectively. Left: homogeneous mantle, right: realistic spherically symmetric model (Preliminary Reference Earth Model, PREM)

Wavefield for explosion at 600km depth.



# Seismische Quellen

Seismische Quellen:

- Erzeugen von genügend Energie im gewünschten Frequenzband
- Energie soll konzentriert auf einen bestimmten Wellentyp sein (P oder S)
- Wiederholbare Quelle
- Sicher, effizient, für die Umwelt erträglich

Typische Quellen sind:

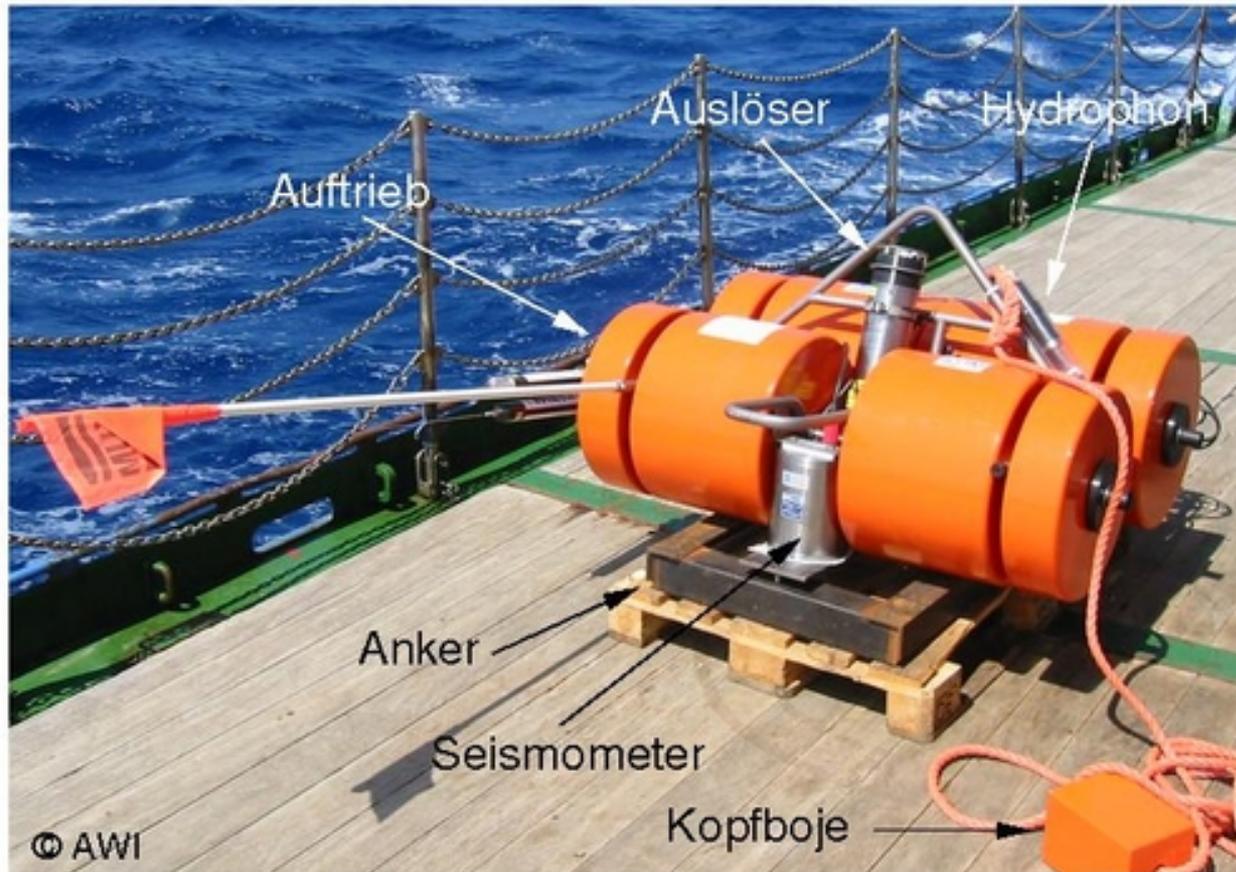
- **Sprengungen** (z.B. in Bohrlöchern oder in Gewässern)
- **Vibroseis®**
- **Druckluftkanonen** (Marine Seismik)

# Seismometer

- **Seismometer** messen die drei Komponenten der Bodenbewegung. (normalerweise die *Geschwindigkeiten* oder *Beschleunigungen* des Bodens).
- **Hydrophone** werden in der marinen Seismik benutzt und messen Druck.
- **OBSs** (ocean bottom seismometers) sind oft Kombinationen aus Hydrophonen und Seismometern (Meeresboden)



# Ozeanbodenseismometer



# Seismometer installation



Digitizer



3C seismometer

Power consumption only 3W

# Zusammenfassung

- Seismische Wellen breiten sich in der Erde aufgrund der **elastischen** Eigenschaften des Mediums aus.
- Für die seismische Exploration sind die wichtigsten Wellentypen die **P- und S-Wellen**.
- Wellen werden an internen Übergängen **reflektiert und transmittiert**, **Konversion** von P nach S und S nach P ist möglich. In geschichteten Medien unterscheidet man **P-SV** und **SH-Fall**.
- **Seismische Wellengeschwindigkeiten** sind wichtig zur Bestimmung von Gesteinsarten und Variationen der Lithologie
- Wellengeschwindigkeiten sind beeinflusst durch **Dichte, Gesteinsart, Porosität, Poreninhalt, anisotrope Strukturen**
- Seismische Wellen verlieren Energie durch **geometrische Divergenz, Absorption und Streuung**